

Литература

1. Реут, Л. Е. Курс лекций и практических занятий по дисциплине «Механика материалов». Растяжение-сжатие: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей / Л.Е. Реут. – Минск: БНТУ, 2011. – 148 с.

2. Гончарова, С. В. Механика материалов. Расчеты на растяжение-сжатие. Задания для расчётно-графических и индивидуальных работ : пособие для студентов специальностей 1-38 01 04 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности» / С. В. Гончарова, В. М. Хвасько. – Минск : БНТУ, 2023. – 48 с.

УДК 539.3

РАСЧЕТ НА УДАР СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОГО СТЕРЖНЯ С ЛОМАННОЙ ОСЬЮ

Студент гр. 11006121 Н. А. Махнач, студент гр. 11001122 Е. А. Гончарова
Научный руководитель – ст. преподаватель Гончарова С. В.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Удар наблюдается в тех случаях, когда изменение скорости движения конструкции или частей конструкции происходит в течение небольшого промежутка времени. В инженерной практике при расчете на удар чаще всего используется так называемый энергетический метод, основанный на законе сохранения энергии. При этом будем допускать некоторую неточность, так как при ударе часть энергии рассеивается или превращается в тепло. Но потери эти незначительны, поэтому с достаточной степенью точности ими можно пренебречь.

ЗАДАЧА

На раму (рисунок 1) с высоты $H = 12$ мм падает груз весом $Q = 10$ кН, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Определить наибольшее нормальное напряжение в раме, проверить её прочность, если $[\sigma] = 160$ МПа, и наибольший прогиб в момент удара.

Поперечное сечение рамы – стальной двутавр:

I №27; $W_x = 371 \text{ см}^3$; $I_x = 5100 \text{ см}^4$.

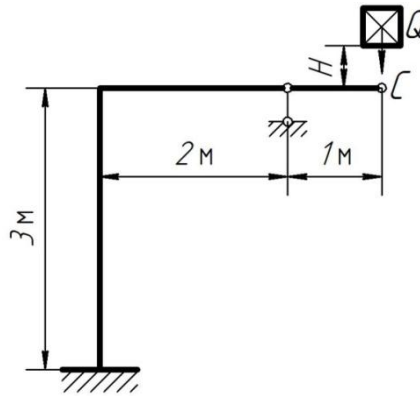


Рисунок 1. – Условие

РЕШЕНИЕ

1. Кинематический анализ.

$$W = 3D - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 4 = -1.$$

Рама один раз статически неопределима.

Раскрываем статическую неопределимость методом сил.

2. Выбор основной системы (рисунок 2).

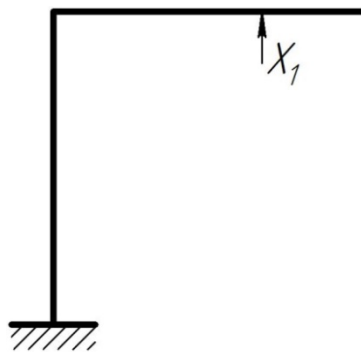


Рисунок 2. – Основная система метода сил

В направлении отброшенной связи прикладывают неизвестную силу X_1 и задают условие, что перемещение в направлении этой силы равно нулю.

Полученное каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1Q} = 0.$$

3. Коэффициенты канонического уравнения (рисунок 3).

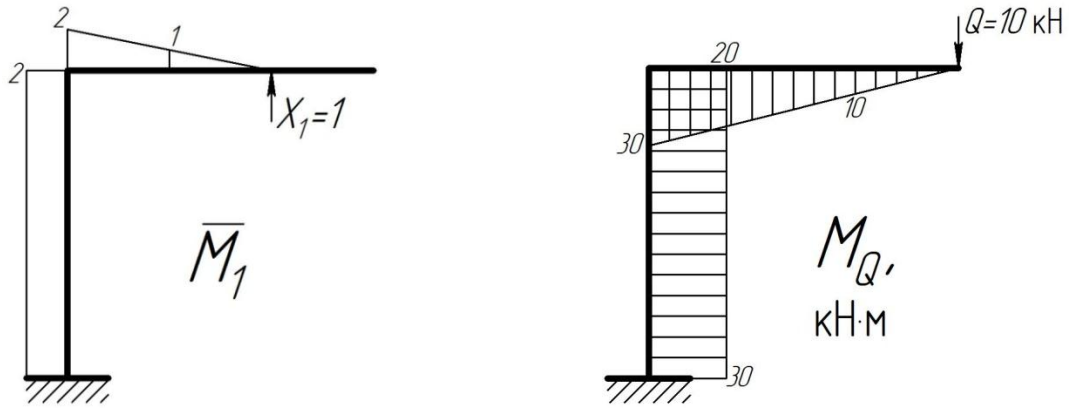


Рисунок 3. – Эпюры M_1 и M_Q

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1}{EI} dz = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \right) = \frac{14,67}{EI}, \\ \Delta_{1Q} &= \sum \int \frac{M_Q \bar{M}_1}{EI} dz = \frac{2}{6EI} (-10 \cdot 0 - 4 \cdot 20 \cdot 1 - 2 \cdot 30) - \\ &\quad - \frac{1}{EI} (30 \cdot 3 \cdot 2) = -\frac{226,67}{EI}, \end{aligned} \right\}$$

4. Решение канонического уравнения.

$$\frac{14,67}{EI} X_1 - \frac{226,67}{EI} = 0; \quad X_1 = 15,45 \text{ кН.}$$

5. Окончательная эпюра изгибающих моментов (рисунок 4).

$$M_{\text{ок}} = M_Q + M_1 X_1.$$

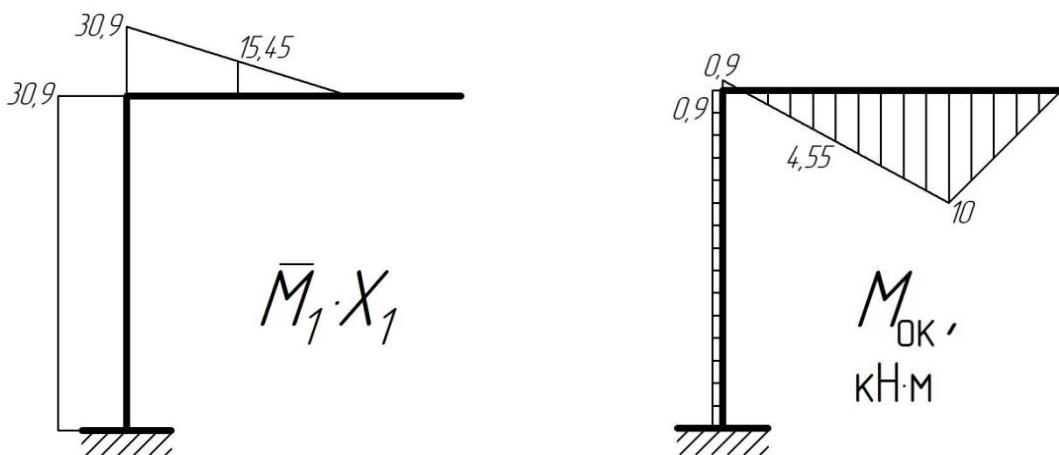


Рисунок 4. – Эпюры $M_1 X_1$ и $M_{\text{ок}}$

6. Проверка.

$$\Delta = \sum \int \frac{M_{ок} M_1}{EI} dz = \frac{2}{6EI} (0 \cdot 10 - 4 \cdot 4,55 \cdot 1 + 0,9 \cdot 2) +$$

$$+ \frac{1}{EI} \cdot 0,9 \cdot 3 \cdot 2 = \frac{-5,46}{EI} + \frac{5,4}{EI} = -0,06.$$

Погрешность $\frac{0,06}{5,4} \cdot 100\% = 1,1\%$, что допустимо.

7. Статический прогиб.

Прикладываем единичную силу в точке С (рисунок 5).

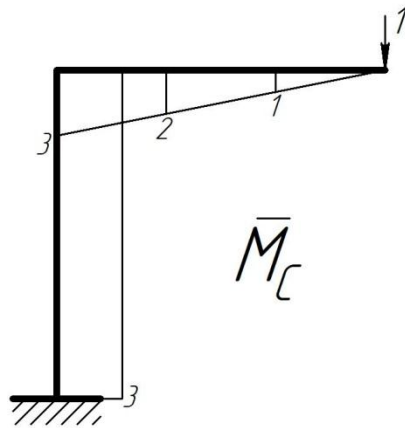


Рисунок 5. – Эпюра \bar{M}_C

$$y_{ст} = \sum \int \frac{M_{ок} \bar{M}_1}{EI} dz = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 +$$

$$+ \frac{2}{6EI} (10 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot 4,55 - 0,9 \cdot 3) - \frac{1}{EI} \cdot 0,9 \cdot 3 \cdot 3 =$$

$$= \frac{9,8 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^5 \cdot 5100 \cdot 10^4} = 0,96 \text{ мм.}$$

8. Максимальное статическое напряжение.

$$\sigma_{ст\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{10 \cdot 10^6}{371 \cdot 10^3} = 26,95 \text{ МПа.}$$

9. Динамический коэффициент.

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{y_{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 12}{0,96}} = 6,099.$$

10. Динамическое напряжение.

$$\sigma_{\text{д}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{max}}^{\text{ст}} k_{\text{д}} = 26,95 \cdot 6,099 = 164,4 \text{ МПа.}$$

Перегрузка

$$\frac{164,4 - 160}{160} \cdot 100 \% = 2,7 \% < 5 \% \text{ что допустимо.}$$

11. Динамический прогиб.

$$y_{\text{д}} = y_{\text{ст}} k_{\text{д}} = 0,96 \cdot 6,099 = 5,855 \text{ мм.}$$

Выводы

Результаты приведенного расчёта показывают, что характер сопротивления удару стержней с ломаной осью качественно отличается от сопротивления их статической деформации, вызывая резкое повышение напряжений.

Для снижения напряжений надо стремиться главным образом к увеличению податливости стержня, например, путем добавления буферной пружины в конструкцию рамы.

Литература

1. Реут, Л. Е. Динамическое действие нагрузок. Задачи на удар [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Л.Е. Реут, Т.Ф. Богинская; Белорусский национальный технический университет, кафедра "Теоретическая механика и механика материалов". – Минск: БНТУ, 2020.

2. Решение динамических задач с учетом сил инерции и ударной нагрузки: пособие для студентов специальностей 1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства», 1-55 01 01 «Интеллектуальные приборы, машины и производства», 1-55 01 03 «Компьютерная мехатроника» / Ю. В. Василевич [и др.]. – Минск: БНТУ, 2021. – 74 с.

3. Гончарова, С. В. Механика материалов. Расчет статически неопределимых балок [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.В. Гончарова, В. М. Хвасько; Белорусский национальный технический университет, кафедра "Теоретическая механика и механика материалов". – Минск: БНТУ, 2019.