

$$\sigma_3 = \pm \frac{E_3 M_C h_3}{(EJ_x)_C 2} = \pm \frac{1,2 \cdot 10^5 \cdot 0,15 \cdot 10^6}{48906,25} \cdot 5 = \pm 18,4 \text{ МПа.}$$

Из полученных результатов видно, что нормальные напряжения зависят от жесткости стержня и имеют наибольшие значения в той части сечения, в которой жесткость на изгиб EJ максимальна. В соответствии с приведенной эпюрой изгибающих моментов (см. рисунок 3, *a*) волокна стержней, находящихся выше главных центральных осей x_1 , x_2 и x_3 , будут подвергаться деформациям растяжения, а нижние – сжатия.

Литература

1. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов /В.И. Феодосьев. – М.: Наука, 1972. – 541 с.
2. Сопротивление материалов./ Г.С. Писаренко [и др.] – Киев: Техника, 1967. – 783с.
3. Татур, Г.К. Общий курс сопротивления материалов./ Г.К. Татур – Минск: Вышэйшая школа, 1974. –462с.
4. Дудяк, А.И. Изгиб составных балок /А.И. Дудяк, В.М. Хвасько // Теоретическая и прикладная механика: международный научно-технический сборник / БНТУ; редкол.: Ю.В. Василевич (пред. редкол., гл. ред.). – Минск: БНТУ, 2022. – Вып. 36. – с. 118–120.

УДК 539.3

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОГО СТУПЕНЧАТОГО СТЕРЖНЯ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ СИЛ И ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ

Студент гр. 11006121 А. А. Сахарчук, студент гр. 11311122 З. А. Каменев
Научный руководитель – ст. преподаватель Гончарова С. В.
 Белорусский национальный технический университет
 Минск, Республика Беларусь

Статически неопределимые задачи при растяжении-сжатии можно решать несколькими способами: методом сил, методом деформаций и энергетическим (принципом наименьшей работы).

ЗАДАЧА

В ступенчатом стержне, который одновременно подвергается воздействию сил и нагрева, определить величину зазора Δ , при котором

возникает реакция опоры $R_B = 6$ кН. Построить эпюры N , σ , Δ , если $F = 10$ кН, $A_1 = 10 \text{ см}^2$, $A_2 = 20 \text{ см}^2$, $l_1 = 0,6$ м, $l_2 = 0,4$ м, $l_3 = 1$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\Delta t^\circ = 20^\circ \text{C}$, $\alpha_{\text{ст}} = 125 \cdot 10^{-7}$ град $^{-1}$.

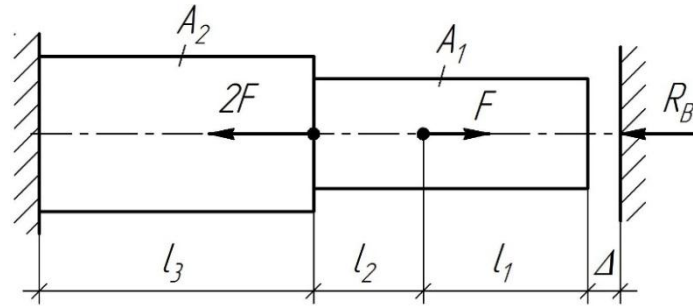


Рисунок 1. – Условие задачи

РЕШЕНИЕ

Задача один раз статически неопределима, раскрываем статическую неопределимость методом деформаций.

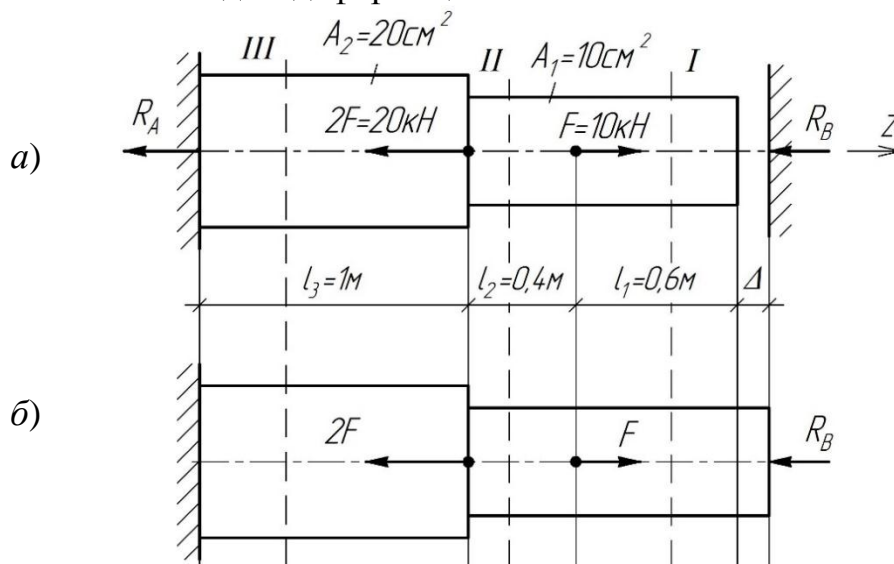


Рисунок 2

1. Статическая сторона задачи (рисунок 2, а)

$$\sum z = 0. \quad F - 2F - R_A - R_B = 0.$$

2. Выбираем основную систему.

Условно отбрасываем опору B и заменяем её реакцией. Записываем уравнение совместимости деформаций (рисунок 2, б):

$$\Delta l_{\text{полн}} = \Delta l_{2F} + \Delta l_F + \Delta l_{R_B} + \Delta l_t = \Delta. \quad (1)$$

3. Физическая сторона задачи.

На основании закона Гука записываем деформации от каждой силы и воздействия температуры в отдельности и подставляем в уравнение совместимости деформаций (1):

$$\Delta l_{2F} = -\frac{2Fl_3}{EA_2} = -\frac{20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^2} = -0,05 \text{ мм};$$

$$\Delta l_F = \frac{Fl_3}{EA_2} + \frac{Fl_2}{EA_1} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^2} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^2} = 0,045 \text{ мм};$$

$$\Delta l_t = \alpha(l_1 + l_2 + l_2)\Delta t^\circ = 125 \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 20 = 0,5 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{R_B} = -\left(\frac{R_B(l_1 + l_2)}{EA_1} + \frac{R_B l_3}{EA_2}\right) = -\left(\frac{6 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^2} + \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^2}\right) = -0,045 \text{ мм}.$$

Величина зазора

$$\Delta = -0,05 + 0,045 + 0,5 - 0,045 = 0,45 \text{ мм}.$$

4. Определение продольной силы N на участках стержня методом сечений и построение эпюры (рисунок 3, з).

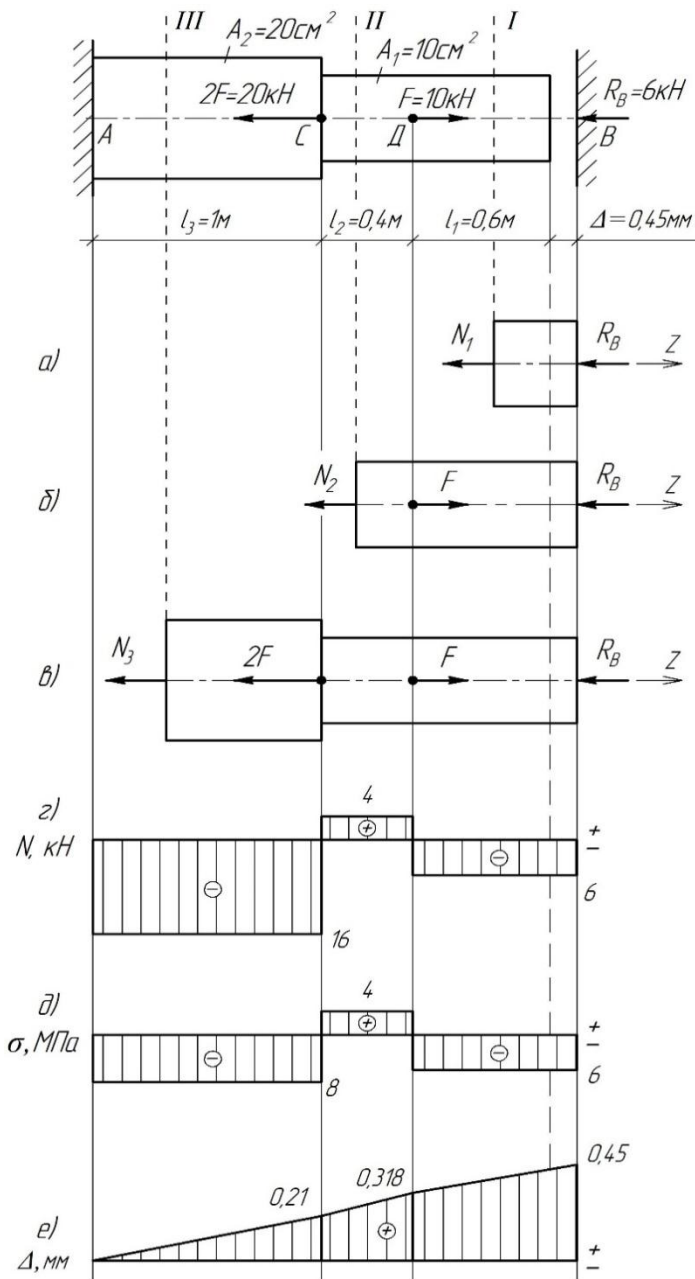


Рисунок 3.

Сечение I-I: $\sum Z = 0$; $N_1 = -R_B = -6\text{ кН}$ (сжатие), (рисунок 3, а).

Сечение II-II: $\sum Z = 0$; $N_2 = F - R_B = 4\text{ кН}$ (растяжение),
(рисунок 3, б)

Сечение III-III: $\sum Z = 0$; $N_3 = F - 2F - R_B = -16\text{ кН}$ (сжатие),
(рисунок 3, в)

5. Определение напряжений σ на участках стержня и построение эпюры (рисунок 3, д).

$$\sigma_1 = -\frac{N_1}{A_1} = -\frac{6 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^2} = -6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{4 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^2} = 4 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = -\frac{N_3}{A_2} = -\frac{16 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^2} = -8 \text{ МПа}.$$

6. Определение деформаций и перемещений, построение эпюры перемещений Δ (рисунок 3, e).

Деформации

$$\Delta l = \pm \alpha l \Delta t \pm \frac{Nl}{EA};$$

$$\Delta l_1 = \alpha l_1 \Delta t - \frac{N_1 l_1}{EA_1} = 125 \cdot 10^{-7} \cdot 600 \cdot 20 - \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 0,6 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^2} = 0,132 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \alpha l_2 \Delta t + \frac{N_2 l_2}{EA_1} = 125 \cdot 10^{-7} \cdot 400 \cdot 20 + \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^2} = 0,108 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \alpha l_3 \Delta t - \frac{N_3 l_3}{EA_2} = 125 \cdot 10^{-7} \cdot 1000 \cdot 20 - \frac{16 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^2} = 0,21 \text{ мм}.$$

Перемещения Δ :

$$\Delta l_A = 0;$$

$$\Delta l_C = \Delta l_3 = 0,21 \text{ мм};$$

$$\Delta l_D = \Delta l_3 + \Delta l_2 = 0,21 + 0,108 = 0,318 \text{ мм};$$

$$\Delta l_B = \Delta l_3 + \Delta l_2 + \Delta l_1 = 0,21 + 0,108 + 0,132 = 0,45 \text{ мм}.$$

7. Проверка.

Общее удлинение стержня должно быть равно Δ :

$$\Delta l_{\text{полн}} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0,132 + 0,108 + 0,21 = 0,45 \text{ мм}.$$

Вывод

Метод деформаций для раскрытия статической неопределенности в ступенчатом стержне, который одновременно подвергается воздействию сил и нагрева, является наиболее оптимальным.

Литература

1. Реут, Л. Е. Курс лекций и практических занятий по дисциплине «Механика материалов». Растяжение-сжатие: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей / Л.Е. Реут. – Минск: БНТУ, 2011. – 148 с.

2. Гончарова, С. В. Механика материалов. Расчеты на растяжение-сжатие. Задания для расчётно-графических и индивидуальных работ : пособие для студентов специальностей 1-38 01 04 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности» / С. В. Гончарова, В. М. Хвасько. – Минск : БНТУ, 2023. – 48 с.

УДК 539.3

РАСЧЕТ НА УДАР СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОГО СТЕРЖНЯ С ЛОМАННОЙ ОСЬЮ

Студент гр. 11006121 Н. А. Махнач, студент гр. 11001122 Е. А. Гончарова

Научный руководитель – ст. преподаватель Гончарова С. В.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Удар наблюдается в тех случаях, когда изменение скорости движения конструкции или частей конструкции происходит в течение небольшого промежутка времени. В инженерной практике при расчете на удар чаще всего используется так называемый энергетический метод, основанный на законе сохранения энергии. При этом будем допускать некоторую неточность, так как при ударе часть энергии рассеивается или превращается в тепло. Но потери эти незначительны, поэтому с достаточной степенью точности ими можно пренебречь.

ЗАДАЧА

На раму (рисунок 1) с высоты $H = 12$ мм падает груз весом $Q = 10$ кН, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Определить наибольшее нормальное напряжение в раме, проверить её прочность, если $[\sigma] = 160$ МПа, и наибольший прогиб в момент удара.

Поперечное сечение рамы – стальной двутавр: