ционные асбестовые. - Взамен ГОСТ 1786-66. - Введ. 01.01.75; Срок действия до 01.01.80. 3. Единые требования к конструкции тракторов и сельхозмашин по гигиене труда и технике безопасности. ЕТ-1У-М., 1976.

УДК 629.114.3 - 0,73

П.В.Зеленый

К ВОПРОСУ МЕХАНИКИ КАЧЕНИЯ КОЛЕСА ПО ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

При описании движения механических систем в первую очередь необходимо составить уравнения наложенных на систему связей, так как характер последних определяет не только вид траектории движения системы, но и выбор приемов для его изучения. К одним из основных при решении прикладных задач по устойчивости движения транспортных средств, в частности крутосклонных, относят ограничения, налагаемые опорной поверхностью на движение системы, тесно связанные с ее физико-механическими характеристиками и особенностями ходовой части.

В соответствии с терминологией Герца все кинематические связи в классической механике разбивают на голономные и неголономные [1]. Неголономность обычно имеет место в системах с контактами качения. Условием качения является равенство мгновенных скоростей двух частиц принадлежащих соприкасающимся телам в точке контакта [2],

$$\omega_{У} = r_{Д}\,\dot{\gamma} \quad , \qquad (1)$$

где $\omega_{У}$ - проекция скорости качения колеса на ось, расположенную в плоскости его вращения; $r_{Д}$ - динамический радиус колеса (рис. 1, а и б); $\dot{\gamma}$ - угловая скорость колеса.

Это утверждение не подлежит сомнению, когда речь идет о моделировании движения пневматического колеса по недеформируемой поверхности, характеризуемого отсутствием проскальзывания в пятне контакта (качение колеса автомобиля по асфальту или бетону). Однако типичным режимом работы тракторных шин, особенно на склоне, является качение при наличии буксования порядка 15...20% вследствие деформируемости опорной поверхности и значительного касательного усилия, развиваемого колесом. Иными словами, имеет место не-равенство мгновенных скоростей двух частиц, принадлежащих шине и грунту, в пятне контакта. Тем не менее и в этом случае система является неголономной, так как, согласно [2], ее конфигурацию невозможно описать с помощью обобщенных координат q_p ($p = 1, 2, ..., n$) и времени t, которые могли бы свободно и независимо изменяться. Действительно, положение колеса в плоскости его вращения может быть задано двумя обобщенными координатами У и γ, где У – положение оси; γ – угол поворота колеса вокруг оси (рис. 1, б). А так как поверхность качения шероховата (она допускает лишь частичное скольжение колеса, а не полное, которым характеризуются идеально гладкие поверхности), то изменение любой обобщенной координаты У или γ непременно повлечет изменение второй, т.е. соответственно γ или У.

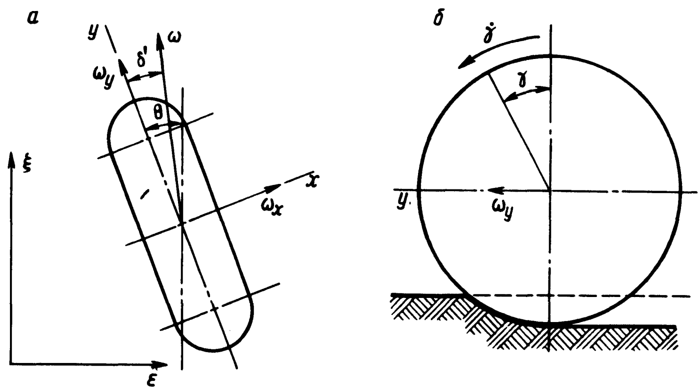

Рис. 1. Механика качения колеса.

Исходя из приведенных рассуждений, условие неголономности (1) для качения колеса с буксованием

$$\omega_y = r_д \, \dot{\gamma} \left(1 - \frac{\delta}{100}\right), \qquad (2)$$

где δ – буксование колеса, %.

Введем обозначение $\dot{\gamma}' = \dot{\gamma} \left(1 - \frac{\delta}{100}\right)$, где $\dot{\gamma}'$ назовем условной угловой скоростью вращения колеса, которая при отсутствии проскальзывания в пятне контакта обеспечит такую же скорость его качения, как и действительная угловая скорость $\dot{\gamma}$ при наличии проскальзывания. Тогда γ' будет представлять собой угловую обобщенную координату.

Откуда условие неголономности (2) примет вид

$$\omega_y = r_д \dot{\gamma}' . \qquad (3)$$

Очевидно, что при полном (100%) буксовании колеса, причиной которого могут послужить недостаточные сцепные качества и большое сопротивление качению, рассматриваемая система превратится в голономную, а уравнение (3) потеряет силу, так как в этом случае обобщенные координаты окажутся независимыми, т.е. их можно произвольно изменять, не нарушая связей. Нарушение неголономности рассматриваемой связи по выражению (3) свидетельствует о приобретении системой дополнительной степени свободы.

Для абсолютно жесткого в осевом направлении колеса (жесткий диск) условие второй неголономной связи заключается в равенстве нулю боковой скорости [2,3] (рис. 1,а)

$$\omega_x = 0, \qquad (4)$$

где ω_x – проекция скорости качения колеса на ось, перпендикулярную плоскости его вращения. Это же условие для движения эластичного колеса [3, 4] имеет следующий вид:

$$\omega_x = \delta'_y \, \omega_y . \qquad (5)$$

Здесь под δ'_y понимается так называемый "чистый" увод или, по Рокару, псевдоскольжение, причина которому – упругая деформация щины в поперечной плоскости при отсутствии проскальзывания пятна контакта в деформации опорной поверхности.

Связь, налагаемая опорной поверхностью на перемещение колеса в осевом направлении, неголономна и при наличии поперечной деформации опорной поверхности, так как и в этом случае ее уравнение также неинтегрируемо

$$\omega_x = \delta' \, \omega_y , \qquad (6)$$

где δ' – суммарный угол отклонения траектории движения колеса вследствие боковой деформации шины и грунта.

Последнее заключение справедливо лишь в случае, когда в первом приближении можно пренебречь свободными боковыми смещениями колеса, т.е. считать, что ω_x строго связано с

ω_y и δ'. Условие связи при таком допущении, очевидно, состоит в том, что вектор скорости середины геометрической оси колеса составляет с плоскостью его вращения угол δ', или $\omega_x/\omega_y = \mathrm{tg}\,\delta'$, что при малых значениях δ' и дает условие неголономности на основе выражения (6).

Рассмотренная связь так же, как и первая, сохраняет неголономность до тех пор, пока не произойдет срыв почвы и не наступит скольжение колеса под действием постоянной силы. Как только это произойдет, условие неголономности связи (6) будет нарушено и система приобретет еще одну дополнительную степень свободы, т.е. сможет совершать свободные боковые перемещения.

При отсутствии связей колесо, как и всякое твердое тело, обладает шестью степенями свободы, а его положение в пространстве может быть однозначно задано шестью обобщенными координатами, например, тремя координатами центра тяжести и тремя углами Эйлера. Появление же связей обусловлено установкой колеса на остове транспортного средства и введением его во взаимодействие с опорной поверхностью. При этом система получает две голономные, а при отсутствии полного скольжения колеса дополнительно и две неголономные (3) и (6) связи, первые две из которых уменьшают число ее обобщенных координат, а две оставшиеся – число степеней свободы на две, переводя систему одновременно в разряд неголономных. Тогда число степеней свободы колеса, установленного на остове транспортного средства, при наличии пробуксовывания и поперечной деформации почвы так же, как и при их отсутствии, равно двум, а число обобщенных координат – четырем. Это –y, x, γ' и угол θ поворота колеса в горизонтальной плоскости (рис. 1, а).

Литература

1. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. – Л. – М., 1948, ч. II. 2. Синг Дж.Л. Классическая динамика. – М., 1963. 3. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем. – М., 1967. 4. Рокар И. Неустойчивость в механике. – М., 1959.