

$$Q_x = G \left(\frac{l_{0B}}{l_{0B} + x_{BX} + x} \right)^x \text{ при } x_{BX} > x \geq x'_c. \quad (19)$$

Динамический ход сжатия x для груженой машины определяется по формуле (2), а характеристика рессоры для груженой машины

$$Q_x = G \left(\frac{l_0}{l_0 + x} \right)^x \text{ при } 0 \geq x \geq x_c;$$

$$Q_x = G \left(\frac{l_{0B}}{l_{0B} + x} \right)^x \text{ при } 0 \geq x \geq x_c, \quad (20)$$

где $l_{0B} = V_c' / F$.

Полученные зависимости для расчета характеристик гидропневматической рессоры позволяют рассчитывать характеристики также и для других значений Q_x , отличных от рассмотренных в первом и втором случаях. Такая необходимость может возникнуть, если частота колебаний ω при амплитуде $x \approx \approx 0,5x_c$ будет отличаться от ω_0 больше чем на 10–15%. В этом случае точку В включения в работу второго упругого элемента следует сдвигать в сторону точки O' .

УДК 629.118.68.073

Е.И. Белопол, В.М. Беляев, канд. техн. наук

АВТОКОЛЕБАНИЯ ПЕРЕДНЕГО УПРАВЛЯЕМОГО КОЛЕСА МОТОЦИКЛА

При движении мотоцикла по дороге на переднем, управляемом колесе возможно самовозбуждение колебаний типа "шимми". Эти колебания состоят из поворота колес относительно оси рулевой колонки и из поперечных смещений. Явление "шимми" связано с конечной величиной жесткости шины и передней вилки.

Составим уравнения связей в системе дорога – колесо – вилка при качении колеса на основании теории Келдыша [1]. Положение рассматриваемой системы определяется четырьмя обобщенными координатами (рис. 1): углом ψ , углом θ и параметрами деформации шины ξ и φ . Зависимый параметр

деформации шины χ (см. рис. 1) можно выразить через φ и θ :

$$\sin \chi = \sin \varphi \cos \theta$$

или для малых углов

$$\chi = \varphi . \quad (1)$$

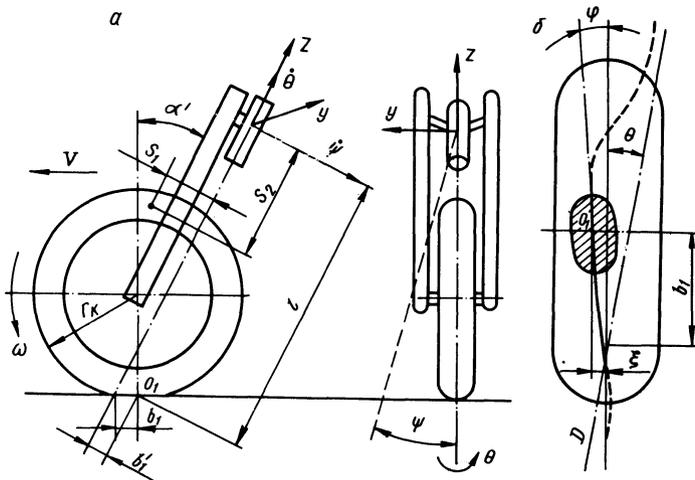


Рис. 1. Расчетная схема: а - передней вилки; б - увода упругого пневматика.

В работе [2] установлены два неголономных условия качения упругого колеса: 1) касательная к линии качения шины совпадает с большой осью эллипса площади контакта; 2) кривизна на линии качения однозначно определяется параметрами деформации ξ , φ и χ .

Первое условие приводит к соотношению

$$\frac{d}{dS} (1 \varphi + b_1' \theta + \xi) + \theta + \varphi = 0, \quad (2)$$

где $S = vt$ - путь, пройденный центром площадки контакта O_1 ; v - скорость мотоцикла; b_1 - вылет вилки мотоцикла; $b_1' = b_1 \cos \alpha'$ - расстояние от оси вращения рулевой колонки до точки O_1 ; α' - угол от вертикали до оси вращения рулевой колонки.

Из второго условия получаем выражение

$$\frac{d}{dS} (\theta + \varphi) = \alpha \xi + \beta \varphi, \quad (3)$$

где α и β - постоянные, определяемые экспериментально [2].

Составим линеаризованные уравнения движения передней вилки при условии малых отклонений. Рассматриваемая система характеризуется функцией Лагранжа

$$L = T - \Pi. \quad (4)$$

Кинетическая энергия системы T определяется выражением

$$T = \frac{1}{2} (I_x \dot{\psi}^2 + J_z \dot{\theta}^2 + 2J_{xz} \dot{\psi} \dot{\theta} + 2J_1' \omega \theta \dot{\psi}).$$

Потенциальная энергия системы состоит из энергии деформации шины и энергии упругой деформации передней вилки

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} [c_x \psi^2 + c_z \theta^2 + (a \xi^2 + b \varphi^2 + \rho N_1 x^2 + \\ + 2 \sigma_1 N_1 \xi x)] = \frac{1}{2} (c_x + \rho N_1) \psi^2 + \frac{1}{2} (a \xi^2 + b \varphi^2) + \\ + \frac{1}{2} c_z \theta^2 - \sigma N_1 \xi \psi, \end{aligned}$$

где J_x - момент инерции вилки с колесом относительно оси x ; J_z - момент инерции вилки с колесом относительно оси z ;

J_{xz} - центробежный момент инерции вилки в сборе с колесом относительно осей x и z ; J_1' - момент инерции переднего колеса относительно оси вращения; c_x - крутильная жесткость вилки относительно оси x ; c_z - крутильная жесткость вилки относительно оси z ; a - боковая жесткость шины; b - угловая жесткость шины; ρ - радиус поперечного сечения не обжатой шины; σ - параметр шины, определяемый экспериментально; N_1 - нормальная реакция, величину которой будем считать постоянной.

Выражения обобщенных сил, действующих в динамической системе, полученные через выражение виртуальной работы, с учетом демпфирования в головке рулевой колонки имеют вид

$$Q_\psi = - N_1 \cos \alpha' (1\psi + b_1' \theta);$$

$$Q_\theta = - N_1 b_1' (\cos \alpha' \psi + \sin \alpha' \theta) - K \theta.$$

Уравнение Лагранжа 2-го рода для передней вилки мотоцикла имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial L}{\partial \psi} + 1 \frac{\partial L}{\partial \xi} - Q_\psi = 0; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} + b_1' \frac{\partial L}{\partial \xi} + \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставив в систему (5) функцию Лангража (4) и произведя некоторые преобразования уравнений, а также добавив уравнения неголономных связей (2) и (3), преобразованные с помощью соотношения $S = v t$, получим систему:

$$\left. \begin{aligned} J_x \ddot{\psi} + J_{xz} \ddot{\theta} + J_1' \omega \dot{\theta} + \{c_x + N_1 [\rho - 1 (\sigma - \cos \alpha')]\} \psi + \\ + (N_1 \sigma - 1 a) \xi + N_1 b_1' \cos \alpha' \cdot \theta = 0 ; \\ J_z \ddot{\theta} + J_{xz} \ddot{\psi} - J_1' \omega \dot{\psi} + K \dot{\theta} + (c_z + N_1 b_1' \sin \alpha') \theta - \\ - N_1 b_1' (\sigma - \cos \alpha') \psi - b_1' a \xi - b \varphi = 0 ; \\ 1 \dot{\psi} + b_1' \dot{\theta} + \xi + v \theta + v \varphi = 0 ; \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} - \alpha v \xi + \beta v \varphi + \gamma v \dot{\psi} = 0 . \end{aligned} \right\} (6)$$

Это система четырех линейных дифференциальных уравнений относительно четырех неизвестных функций $\psi(t)$, $\theta(t)$, $\xi(t)$ и $\varphi(t)$.

Так как система имеет шестой порядок, то решение ее весьма громоздко. Поэтому для приближенной инженерной оценки поведения управляемого колеса в дорожных условиях целесообразно понизить порядок системы дифференциальных уравнений,

Понижение порядка на единицу возможно с применением обобщенной теории увода. Согласно этой теории [2], коэффициент увода можно выразить двояко:

$$\eta = \frac{\beta}{\alpha} \quad \text{и} \quad \eta = \frac{K}{a}, \quad (7)$$

где K — коэффициент сопротивления уводу.

Параметры деформации шины φ и ξ связаны соотношением

$$\xi = \eta \varphi. \quad (8)$$

Согласно [3] можно принять параметр шины

$$\sigma \approx 1. \quad (9)$$

Подставив в систему (6) выражения (7), (8) и (9) и проведя преобразования, получим

$$\left. \begin{aligned}
 & J_x \ddot{\psi} + J_{xz} \ddot{\theta} + J_1' \omega \dot{\theta} + \left\{ c_x + N_1 [\rho - 1 (1 - \cos \alpha')] \right\} \psi + \\
 & + (N_1 - 1 a) \eta \varphi + N_1 b_1' \cos \alpha' \theta = 0; \\
 & J_z \ddot{\theta} + J_{xz} \ddot{\psi} - J_1' \omega \dot{\psi} + K \dot{\theta} + (c_z + N_1 b_1' \sin \alpha') \theta - \\
 & - N_1 b_1' (1 - \cos \alpha') \psi - (b_1' a \eta + b) \varphi = 0; \\
 & (\eta - b_1') \dot{\varphi} + v \varphi + 1 \psi - b_1' \gamma v \varphi + v \theta = 0.
 \end{aligned} \right\} (10)$$

Система (10) имеет пятый порядок и содержит лишь три неизвестные функции $\theta(t)$, $\psi(t)$ и $\varphi(t)$. С помощью данной системы можно исследовать автоколебания переднего колеса одноколейного транспортного средства. Она позволяет исследовать влияние таких конструктивных параметров, как жесткость перьев, моментов инерции вилки и величины коэффициента демпфирования в вилке. Следовательно, это даст возможность выбрать оптимальные значения этих параметров, позволяющие уменьшить или полностью устранить явление автоколебания управляемого колеса.

Для предварительной оценки автоколебаний управляемого колеса можно произвести понижение порядка системы дифференциальных уравнений, рассмотрев случай, когда крутильная жесткость перьев передней вилки мотоцикла относительно оси x очень большая, т.е. $c_x = \infty$.

В результате система примет вид

$$\left. \begin{aligned}
 & J_z \ddot{\theta} + K \dot{\theta} + (c_x + N_1 b_1' \sin \alpha') \theta - (b + b_1' a \eta) \varphi = 0; \\
 & b_1' \dot{\theta} + v \theta + \eta \dot{\varphi} + v \varphi = 0.
 \end{aligned} \right\} (11)$$

Полученная система двух линейных дифференциальных уравнений имеет 3-й порядок. Решение системы производилось по способу, описанному в работе [2]. Решение приводит к алгебраическому уравнению, связывающему параметры мотоцикла на границе устойчивости, или иначе - критические параметры:

$$(J_z v + \eta K) [c_z \eta + N_1 b_1' \sin \alpha' \eta + K v + b_1' (b + b_1' a \eta)] - J_z v \eta (c_z + N_1 b_1' \sin \alpha' + b + b_1' a \eta) = 0. \quad (12)$$

Из уравнения (12) легко получить наименьшее (критиче-

ское) значение демпфирования, обеспечивающее устойчивость системы при данной скорости движения.

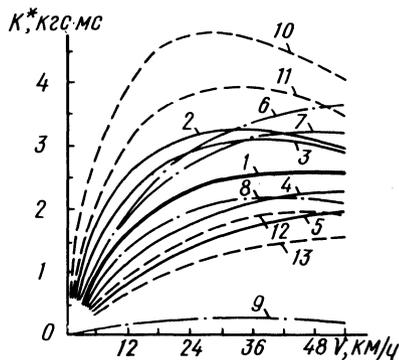
Кроме того, из решения системы (11) получена зависимость для определения частоты системы ω на границе устойчивости

$$\omega = \sqrt{\frac{c_z + N_1 b_1' \sin \alpha' + b + b_1' a \gamma}{I_z + \frac{K \gamma}{v}}}. \quad (13)$$

По зависимостям (12) и (13) рассчитаны значения критического демпфирования и частоты автоколебаний для мотороллера "Турист". Значения постоянных, входящие в уравнения (12) и (13) и соответствующие данному мотороллеру, приведены в табл. 1.

Расчеты критического демпфирования K^* проведены для различных значений скорости движения, жесткости, момента инерции и вылета вилки. Эти кривые приведены на рис. 2. Здесь каждая кривая делит плоскость на области устойчивости (выше кривой) и неустойчивости (ниже кривой).

Рис. 2. Величина критического демпфирования в зависимости от скорости при различных значениях параметров мотороллера: 1 - при параметрах серийного мотороллера; 2 - при величине крутильной жесткости вилки $0,33c_\theta$; 3 - $0,5c_\theta$; 4 - $2c_\theta$; 5 - $3c_\theta$; 6 - при величине вылета вилки $b_1' = 15$ см; 7 - $b_1' = 10$ см; 8 - $b_1' = 5$ см; 9 - $b_1' = 0$ см; 10 - при значении момента инерции вилки $5J$; 11 - $3J$; 12 - $0,5J$; 13 - $0,33J$.



Как видно из графиков, с увеличением скорости движения величина критического демпфирования сначала возрастает, достигая наибольшего значения, а затем убывает.

Таблица 1

J_z (кгс·см·с ²)	γ (см)	K ($\frac{\text{кгс}}{\text{град}}$)	c_z ($\frac{\text{кгс·м}}{\text{град}}$)	N_1 (кгс)	b_1' (см)	b ($\frac{\text{кгс·м}}{\text{град}}$)	a ($\frac{\text{кгс}}{\text{см}}$)
5,771	87,88	100,0	2,0	101	7,61	0,33	65,2

На рис. 3 приведена кривая зависимости критической частоты автоколебаний от скорости движения мотороллера.

При использовании выведенных в данной работе точных уравнений связи при качении управляемого колеса мотоцикла

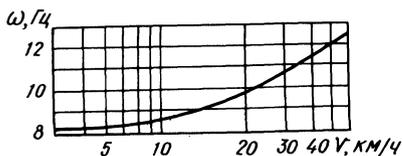


Рис. 3. Зависимость частоты колебаний передней вилки от скорости движения.

(6) и приближенных уравнений (11) следует помнить, что уравнения получены в предположении, что вилка жестко закреплена в верхней части. Поэтому, когда руль мотоцикла находится в руках водителя, следует ожидать более высоких значений требуемого критического демпфирования при данной скорости, а также более низких значений критической частоты автоколебаний.

Л и т е р а т у р а

1. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем. М., 1967. 2. Крылов О.В., Гродко Л.Н. Инженерный метод расчета автоколебаний управляемых колес автомобиля. - "Автомобильная промышленность", 1971, № 8. 3. Хачатуров А.А., Яковлев В.В. К модели качения эластичного колеса при нормальных углах развала и наклона площади контакта. - В сб.: Устойчивость движения и плавность хода автомобиля. М., 1972.

УДК 629.113

А.И. Гришкевич, докт. техн. наук,
Д.В. Рожанский

ИССЛЕДОВАНИЕ НА ЭВМ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ ПО БЕЗДОРОЖЬЮ

Автомобили высокой проходимости оборудуются межосевыми и межколесными блокирующимися дифференциалами. Моделирование их движения по бездорожью проводится с целью исследования влияния параметров блокирующегося дифференциала на их проходимость.