

$$-0,5 \sum^n B_i K_{mi} F_i ; a_{22} = \sum^n K_{yi} H_i ; a_2 =$$

$$= \sum^n K_{yi} l_i H_i ;$$

$$A_i = \cos \alpha_i + \left(\frac{\sum^n \sin \alpha_i}{\sum^n \cos \alpha_i} \right) \sin \alpha_i ;$$

$$H_i = l_i \cos \alpha_i + \left[\frac{(\sum^n l_i \sin \alpha_i - 0,5 B_i K_{mi})}{\sum^n \cos \alpha_i} \right] \sin \alpha_i .$$

Решение системы (5) производится методом последовательного приближения. При первом расчетном шаге полагаем $C_{yi} = 0$ и $K_{yi} = K_{yoi}$.

Вычислив при первом расчетном шаге боковые и продольные силы, углы бокового увода осей и корректирующий коэффициент ξ_p , находим далее коэффициенты K_{yi} и C_{yi} . Найденные значения K_{yi} и C_{yi} используются при последующем расчетном шаге.

Используя принципы описанного расчетного метода и введя дополнительно подобную аппроксимацию зависимости продольной силы от коэффициента буксования колеса, можно создать аналогичные методы расчета параметров статического поворота колесных машин с заблокированным и смешанным межосевыми приводами.

Л и т е р а т у р а

1. Эллис Д.Р. Управляемость автомобиля. М., 1975.
2. Freudenstein G. Luftreifen bei Schräg- und Kurvenlauf. - In: D. Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik. Hf. 152, 1961.

УДК 629.11.073.23

А.В. Войтиков

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ НЕУПРАВЛЯЕМОГО ТРАКТОРА НА СКЛОНЕ

Рассмотрим трактор, движущийся поперек склона. Будем считать, что скольжения в пятне контакта колес с почвой нет. Движение трактора будем изучать относительно некоторой ос-

новой неподвижной системы декартовых координат $OXYZ$ (рис. 1). За обобщенные координаты системы примем координаты центра тяжести трактора ($x_C; y_C$) и угол наклона продольной оси AB по отношению к горизонталям склона (φ), совпадающим с осью X . Из рис. 1

$$\dot{y}_A = -\dot{x}_A \operatorname{tg}(\varphi + \delta_2); \quad y_B = -\dot{x}_B \operatorname{tg}(\varphi + \delta_1), \quad (1)$$

где δ_1 и δ_2 - углы бокового увода колес соответственно передней и задней осей трактора.

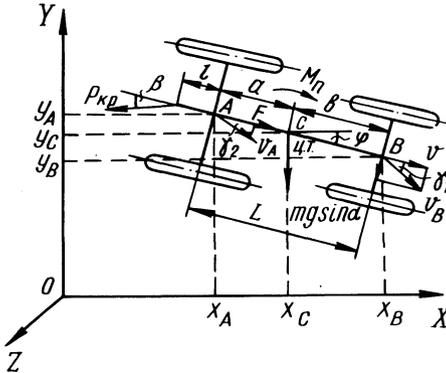


Рис. 1. Схема к определению уравнения движения неуправляемого трактора на склоне.

Уравнения (1) представляют собой уравнения неголономных связей в первоначальном виде. Преобразуем их

$$\begin{aligned} \dot{x}_A &= \dot{x}_C + a \sin \varphi \dot{\varphi}; & \dot{y}_A &= \dot{y}_C + a \cos \varphi \dot{\varphi}; \\ \dot{x}_B &= \dot{x}_C - b \sin \varphi \dot{\varphi}; & \dot{y}_B &= \dot{y}_C - b \cos \varphi \dot{\varphi}; \end{aligned} \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим уравнения кинематических связей:

$$\begin{aligned} \dot{x}_C \sin(\varphi + \delta_1) + \dot{y}_C \cos(\varphi + \delta_1) - b \cos \delta_1 \dot{\varphi} &= 0; \\ \dot{x}_C \sin(\varphi + \delta_2) + \dot{y}_C \cos(\varphi + \delta_2) + a \cos \delta_2 \dot{\varphi} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для нахождения уравнения движения трактора воспользуемся уравнениями Лагранжа 2-го рода, которые для данного случая примут вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_C} - \frac{\partial T}{\partial x_C} &= Q_x + \lambda_1 \sin(\varphi + \delta_1) + \\ &+ \lambda_2 \sin(\varphi + \delta_2); \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_C} - \frac{\partial T}{\partial y_C} = Q_y + \lambda_1 \cos(\varphi + \delta_1) + \lambda_2 \cos(\varphi + \delta_2);$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_z - \lambda_1 b \cos \delta_1 + \lambda_2 a \cos \delta_2, \quad (4)$$

где T - кинетическая энергия системы; Q_x , Q_y , Q_z - обобщенные силы вдоль соответствующих осей; λ_1 и λ_2 - неопределенные множители Лагранжа, являющиеся неизвестными функциями времени.

Используя принцип возможных перемещений [1], получим выражения для обобщенных сил

$$Q_x = F \cos \varphi - P_{кр} \cos(\beta - \varphi);$$

$$Q_y = -mg \sin \alpha - P_{кр} \sin(\beta - \varphi) - F \sin \varphi; \quad (5)$$

$$Q_z = M_{п} - P_{кр} \sin \beta (1 + a),$$

где α - крутизна поперечного склона; m - масса трактора; $M_{п}$ - поворачивающий момент [2].

$$F = \Sigma X_1 + \Sigma X_2 - \Delta P_f;$$

$$M_{п} = \Sigma X_1 e_1 + \Sigma X_2 e_2 + \Delta P_{f1} (0,5B_1 - e_1) + \Delta P_{f2} (0,5B_2 - e_2);$$

$$\Delta P_f = \Delta P_{f1} + \Delta P_{f2}, \quad (6)$$

где ΣX_1 и ΣX_2 - суммарные тяговые усилия, развиваемые колесами соответственно передней и задней осей трактора; e_1 и e_2 - смещения точки приложения равнодействующей реакции почвы относительно продольной плоскости симметрии колес; ΔP_{f1} и ΔP_{f2} - разность сопротивлений перекатыванию верхних и нижних по склону колес соответственно передней и задней осей трактора; B_1 и B_2 - колея соответственно передних и задних колес трактора.

Неопределенные множители Лагранжа λ_1 и λ_2 представляют собой боковые реакции, действующие на колеса передней и задней осей трактора и могут быть определены из выражений

$$\lambda_1 = k_1 \delta_1; \quad \lambda_2 = k_2 \delta_2, \quad (7)$$

где k_1 и k_2 - коэффициенты сопротивления боковому уходу колес соответственно передней и задней осей трактора.

Используя формулу Кенига для определения кинетической энергии системы [1], из уравнений (4) найдем выражения для $\ddot{x}_C, \ddot{y}_C, \ddot{\varphi}$:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_C &= \frac{1}{m} [Q_x + k_1 \delta_1 \sin(\varphi + \delta_1) + k_2 \delta_2 \sin(\varphi + \delta_2)]; \\ \ddot{y}_C &= \frac{1}{m} [Q_y + k_1 \delta_1 \cos(\varphi + \delta_1) + k_2 \delta_2 \cos(\varphi + \delta_2)]; \\ \ddot{\varphi} &= \frac{1}{J_C} (Q_z - k_1 \delta_1 b \cos \delta_1 + k_2 \delta_2 a \cos \delta_2),\end{aligned}\quad (8)$$

где J_C - момент инерции трактора относительно вертикальной оси, проходящей через его центр тяжести.

Так как углы δ_1 и δ_2 малы, с достаточной точности можно принять, что $\cos(\delta_1 - \delta_2) \cong 1$; $\sin(\delta_1 - \delta_2) \cong \delta_1 - \delta_2$. Будем считать, что скорость движения трактора вдоль продольной оси постоянна ($v = \text{const}$) и, следовательно, $F = P_{кр} \cos \beta$.

Рассматривая движение продольной оси АВ относительно системы координат ХОУ, можно доказать, что

$$\delta_1 - \delta_2 = \dot{\varphi} \frac{L}{v}. \quad (9)$$

Решив уравнения (3) относительно \dot{x}_C и \dot{y}_C , подставим полученные выражения в продифференцированные по времени уравнения кинематических связей. Решая совместно полученное уравнение с уравнениями (8) и (9), после преобразований получим:

$$\left. \begin{aligned} & \delta_1 (v + \delta_1 b \dot{\varphi}) + \delta_1 \left(\frac{k_1 + mg \sin \alpha \sin \varphi}{m} + \right. \\ & \left. + \frac{k_1 b^2}{J_C} \right) + \delta_2 k_2 \left(\frac{1}{m} - \frac{ab}{J_C} \right) - g \sin \alpha \cos \varphi - \\ & - \frac{P_{кр}}{m} \sin \beta - \frac{Q_z b}{J_C} + v \dot{\varphi} = 0; \\ & \delta_2 (v + \delta_2 a \dot{\varphi}) + \delta_2 \left(\frac{k_2 + mg \sin \alpha \sin \varphi}{m} + \right. \\ & \left. + \frac{k_2 a^2}{J_C} \right) + \delta_1 k_1 \left(\frac{1}{m} - \frac{ab}{J_C} \right) - g \sin \alpha \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$-\frac{P_{кр}}{m} \sin \beta + \frac{Q_z a}{J_C} + v \dot{\varphi} = 0. \quad \left. \vphantom{\frac{P_{кр}}{m}} \right\} (10)$$

Совместное решение третьего уравнения системы уравнений (8) и уравнения (9) позволяет получить выражения для определения текущих значений δ_1 и δ_2 :

$$\delta_1 = \frac{1}{k_2 a - k_1 b} (J_C \ddot{\varphi} - Q_z + \frac{k_2 a L}{v} \dot{\varphi});$$

$$\delta_2 = \frac{1}{k_2 a - k_1 b} (J_C \ddot{\varphi} - Q_z + \frac{k_1 b L}{v} \dot{\varphi}). \quad (11)$$

Вычитая из первого выражения системы уравнений (10) второе и решая полученное уравнение совместно с продифференцированными по времени уравнениями (11), получим:

$$(\ddot{\varphi} [J_C \ddot{\varphi} - Q_z] v + (k_1 + k_2) a b \dot{\varphi}) + \ddot{\varphi} [(k_1 + k_2) a b \dot{\varphi} + (k_1^2 b + k_2^2 a) a b \dot{\varphi} - Q_z v] + g \sin \alpha \sin \varphi = 0. \quad (12)$$

Решение на ЭЦВМ для конкретного случая уравнений (11) и (12) позволит определить траекторию движения трактора, реакции связей, а также текущие углы бокового увода колес.

Полученные уравнения могут быть использованы для оценки курсовой устойчивости движения колесного трактора на склоне.

Л и т е р а т у р а

1. Добронравов В.В. Основы механики неголономных систем. М., 1970. 2. Войтиков А.В. Влияние поворота колес трактора на устойчивость его прямолинейного движения при работе на склоне. - В сб.: Автотракторостроение. Тяговая динамика и режим работы агрегатов автомобилей, тракторов и их двигателей. Минск, 1976, вып. 8, с. 76 - 80.