

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ШЛИЦЕВЫХ ВАЛАХ ПРИ КРУЧЕНИИ

Распределение касательных напряжений при кручении свободных шлицевых валов (вне соединения) исследовалось различными способами: аналитически – методом конечных разностей (метод сеток) [1, 2], методом неплоских сечений [3], методом конформных отображений [4] и экспериментально – с помощью электрической [5] и мембранной [6] аналогий и поляризационно-оптическим методом [7].

В большинстве из указанных работ исследуется одно или небольшое количество сечений шлицевых валов и поэтому по одной отдельно взятой работе трудно сделать какие-либо обобщения. А.С. Лейкин [8], проанализировав результаты ряда исследований, полученные различными методами, предложил эмпирические формулы для определения теоретических коэффициентов концентрации касательных напряжений в шлицевых валах при кручении. Исходя из ограниченного количества данных, используемых им при выводе формул, и разнообразия методов, которыми эти данные были получены, в настоящей работе ставится цель – исследовать концентрацию напряжений в шлицевых валах при кручении одним достаточно точным методом и на большом количестве примеров.

Наиболее точно касательные напряжения на контуре L поперечного сечения шлицевого вала могут быть определены по методу Мухелишвили Н.И. [9], когда известная функция $z = \omega(\xi)$, конформно отображающая единичный круг $|\xi| \leq 1$ на заданный контур L . Отображение круга на область, занятую поперечным сечением шлицевого вала, ищется в виде полинома

$$z = \omega(\xi) = \sum_{k=1}^n C_k \xi^k,$$

где C_k – искомые коэффициенты полинома, n – количество узлов интерполяции.

Коэффициенты C_k определялись по методу А.Г. Угодчикова [10]. Решение проводилось на ЭЦВМ "Минск-22М". Программы составлены на алгоритмическом языке АКИ (автокод

"Инженер") для шлицевых валов с зубьями трех видов: прямо-
бочными исполнений А и В (ГОСТ 1139-58) и эвольвентными
(ГОСТ 6033-51). Если при составлении программы расчета на
ЭЦВМ "Минск-22М" точно придерживаться алгоритма работы
[10], то машинный счет одного варианта будет продолжаться
много часов. Поэтому при составлении и отладке программ
были введены некоторые изменения и упрощения, которые, не
снижая точности расчета, позволяют получать решение для ва-
лов с прямобочным профилем зубьев за 5 - 10 мин, с эволь-
вентным профилем - за 10 - 20 мин. Основные особенности
программ, позволяющие сократить время счета, следующие:

1. Вычисление коэффициентов C_k отображающей функции за-
канчивается, если после очередного удвоения числа n точек
интерполяции достигается заданная точность ϵ отклонения от
границы контура L (точность ϵ задается в пределах до-
пусков на изготовление вала).

2. Так как наибольшие напряжения наблюдаются у основания
зуба вала, проверку достижения заданной точности ϵ прово-
дим, начиная с точки боковой грани зуба, расположенной на
половине высоты зуба, двигаясь в направлении основания зуба
до точки пересечения контура с осью симметрии, проходящей
через середину впадины. При этом на небольшом участке боко-
вой грани у вершины зуба отклонение от контура несколько
больше ϵ . Например, при $\epsilon = 0,01$ мм наибольшее откло-
нение у вершины зуба от заданного контура составляет 0,2 -
0,3 мм.

3. Использование универсальной подпрограммы сноса точек
на контур L , описанной в [10], значительно увеличивает
время счета, поэтому для каждого типа контура составлялась
отдельная подпрограмма. В основу этих подпрограмм положены
алгоритмы, данные в работах [4, 10].

4. Чтобы уменьшить число обращений к стандартным про-
граммам вычисления функций синуса и косинуса, значения этих
функций определяются по формуле двойного угла.

Процесс интерполяции начинается с $n = 2$. Координаты то-
чек первого приближения задаем следующим образом: одна точ-
ка лежит в месте сопряжения боковой грани зуба с галтелью,
вторая - в месте пересечения окружности впадин с осью сим-
метрии.

Ниже дается краткое описание операторов блок-схемы (рис.1)
программы вычисления коэффициентов отображающей функции и
величин касательных напряжений по контуру поперечного сече-

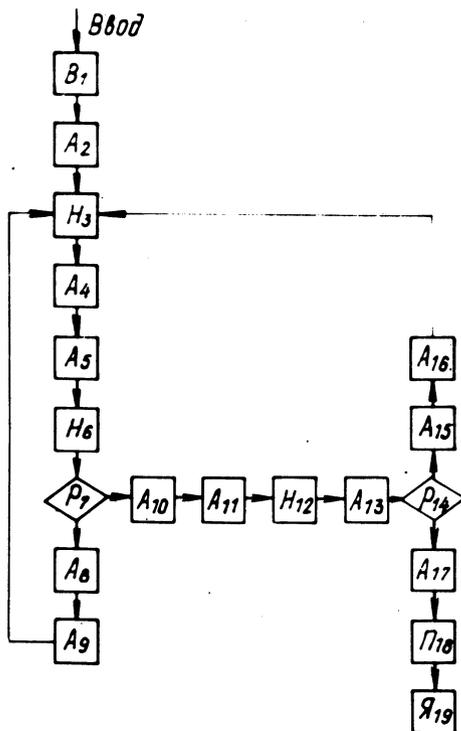


Рис. 1. Блок-схема программы вычисления коэффициентов отображающей функции и касательных напряжений по контуру поперечного сечения шлицевого вала.

ния шлицевого вала: B_1 - ввод исходных данных. При расчете шлицевых валов с прямоугольным профилем зубьев вводятся пять величин: число зубьев z , диаметры окружностей выступов D и впадин d зубьев, толщина зуба b , радиус у основания зуба r ; при расчете стандартных валов с эвольвентными зубьями (ГОСТ 6033-51) вводятся четыре величины: число зубьев z , модуль m , наружный диаметр вала D , смещение исходного контура рейки x ; для нестандартных профилей с эвольвентными зубьями дополнительно вводятся: диаметр окружности впадин зубьев вала, радиус у вершины зуба

инструментальной рейки и угол исходного контура рейки; A_2 - задание констант, определение координат точек первого приближения, задание уравнений участков контура; H_3 - оператор сноса точек на контур, ограниченный двумя смежными осями симметрии, по нормали к нему; A_4 - вычисление коэффициентов C_k по координатам z_j основных узлов границы L ; A_5 - вычисление координат z_j^* промежуточных узлов границы L по коэффициентам C_k ; $H_6 \equiv H_3$; P_7 - логический оператор, проверяющий условие выхода из внутреннего цикла $H_3 - A_9$. Если расстояние от промежуточного узла z_j^* до точки, в которой был этот узел в предыдущем цикле, меньше заданной величины ϵ_1 (в программе принято $\epsilon_1 = 0,3 \epsilon$), то выполняется оператор A_{10} , при невыполнении условия внутренний цикл продолжается; A_8 - вычисление коэффициентов C_k^* по координатам промежуточных узлов z_j^* ; A_9 - вычисление координат z_j основных узлов контура L ; A_{10} - усреднение коэффициентов C_k и C_k^* . Усредненные коэффициенты \tilde{C}_k , которые участвуют в дальнейших вычислениях,

$$\tilde{C}_k = \frac{C_k + C_k^*}{2} \sigma_k,$$

где σ_k - весовые множители, определяемые выражением

$$\sigma_k = \frac{\operatorname{sinc} \frac{\pi}{n}}{k \frac{\pi}{n}} \quad (k = 1, 2, \dots, n);$$

A_{11} - вычисление координат 128 контрольных точек; $H_{12} \equiv H_3$; A_{13} - определение расстояний Δ_j каждой из 128 контрольных точек до контура L ; P_{14} - проверка условия $\Delta_j \leq \epsilon$; если условие соблюдено, то выполняется оператор A_{17} , если нет - A_{15} ; A_{15} - удвоение числа основных узлов интерполяции; A_{16} - вычисление координат z_j основных узлов контура L ; A_{17} - укрупненный оператор вычисления напряжений по контуру L ; P_{18} - печать результатов. На печать выводятся: исходные данные, точность приближения ϵ к контуру L , координаты 128 контрольных точек контура, отклонение Δ_j каждой из 128 контрольных точек от заданного контура, коэффициенты C_k отображающей функции, касательные напряжения по контуру L , коэффициент концентрации напряжений как отношение максимального из напряжений по контуру к каса-

Таблица 1

Радиус канавки у основания зуба r , мм	Теоретический коэффициент концентрации касательных напряжений α_τ		Расхождение между расчетным и экспериментальным значениями, %
	расчетный	экспериментальный	
0,5	2,08	2,37	-14,0
1,0	1,71	1,67	2,3
1,5	1,43	1,38	3,7

тельному напряжению на поверхности круглого вала, имеющего диаметр, равный диаметру окружности впадин шлицевого вала; γ_{19} - останов.

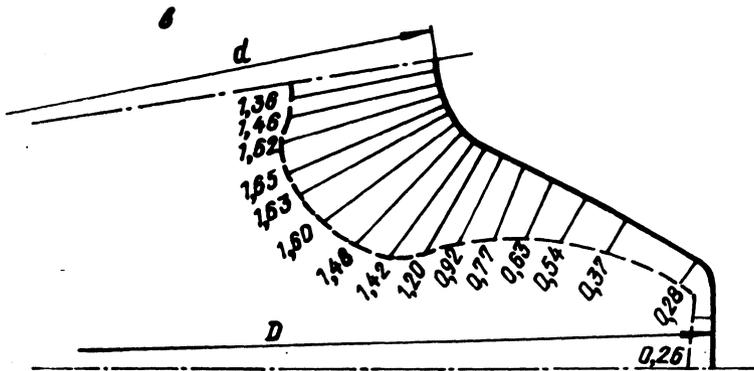
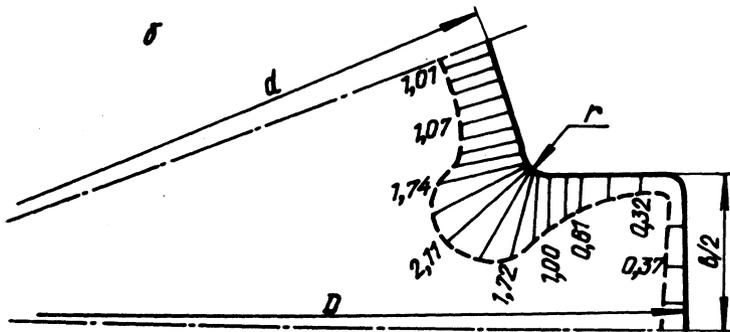
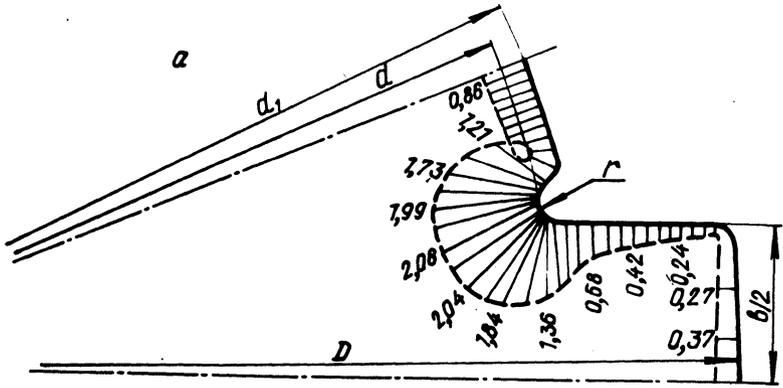
Подробное рассмотрение всех операторов и программы вычислений даются в работе [11].

По составленным программам проведены расчеты всех стандартных шлицевых валов: с прямобочным профилем зубьев по ГОСТу 1139 - 58 (53 варианта) и с эвольвентным профилем по ГОСТу 6033 - 51 (130 вариантов). На рис. 2 показано распределение касательных напряжений по контуру шлицевого вала, величины напряжений даны в относительных единицах, представляющих отношение напряжения в данной точке контура к напряжению на поверхности круглого вала, диаметр которого равен диаметру d впадин шлицевого вала.

В табл. 1 дано сравнение результатов расчета с экспериментальными данными [7], полученными поляризационно-оптическим методом на моделях. Моделировался шлицевый вал с прямобочным профилем зубьев с канавкой у основания зуба (исполнение А по ГОСТу 1139 - 58), имеющий параметры: наружный диаметр $D = 38$ мм, диаметр окружности впадин $d = 32$ мм, толщина зуба $b = 6$ мм, число зубьев $z = 8$, радиус r канавки у основания зуба изменялся и имел значения 0,5; 1,0 и 1,5 мм.

Значительное расхождение между расчетом и экспериментом при $r = 0,5$ мм можно объяснить тем, что практически трудно изготовить канавку, которая имела бы постоянный радиус кривизны $r = 0,5$ мм. Таким образом, расчет на ЭЦВМ позволяет легко моделировать трудоемкий кропотливый эксперимент.

Кроме стандартных профилей шлицевых валов было проведено исследование ряда нестандартных профилей, что позволило



выявить влияние отдельных факторов на величину теоретического коэффициента концентрации напряжений в шлицевых валах при кручении.

Проведенные расчеты позволили получить эмпирические формулы для определения теоретического коэффициента α_τ концентрации касательных напряжений в шлицевых валах.

Для шлицевых валов с прямоблочным профилем зубьев (исполнение В)

$$\alpha_\tau = \left(0,90 + 0,07 \frac{b}{h}\right) \sqrt{1 + \frac{0,16(1+6\sqrt{\frac{r}{h}})}{\frac{r}{h} + 5\frac{r}{d}}}, \quad (1)$$

где b — толщина зуба; h — полная высота зуба; r — радиус кривизны галтели у основания зуба; d — диаметр вала по основанию впадин.

Эта формула отличается от аналогичной формулы работы [8] множителем перед корнем, который отражает влияние на концентрацию напряжений отношения b/h . Формула справедлива для значений $b/h \leq 3$. При больших значениях b/h формула (1) дает несколько завышенные величины α_τ .

Для шлицевых валов исполнения А по ГОСТу 1139-58 значения по сравнению с валами исполнения В до 15% выше.

Для шлицевых валов с эвольвентным профилем зубьев

$$\alpha_\tau = a \left(\frac{B}{1 + 5\zeta \frac{r}{d}} - 0,78 \right), \quad (2)$$

где $B = \frac{\pi d}{z h}$; $\zeta = \frac{x}{m}$; $a = 0,960 + 0,016 \frac{m}{r}$; z —

Рис. 2. Распределение касательных напряжений по контуру шлицевого вала:

а — прямоблочный профиль зуба, исполнение А ($z = 8$, $D = 38$ мм, $d = 31$ мм, $d_1 = 32$ мм, $b = 6$ мм, $r = 0,5$ мм); б — прямоблочный профиль зуба, исполнение В ($z = 8$, $D = 36$ мм, $d = 30,4$ мм, $b = 6$ мм, $r = 0,3$ мм); в — эвольвентный профиль зуба ($z = 18$, $m = 1$ мм, $D = 20$ мм, $x = 0,5$ мм).

число зубьев; x - смещение исходного контура рейки; m - модуль.

Для стандартных профилей $a = 1$.

Для всех стандартных размеров шлицевых валов расхождение между значениями α_{τ} , полученными по формулам (1) и (2) и рассчитанными по разработанным программам, лежит в пределах $\pm 4\%$. Максимальное расхождение между значениями α_{τ} , рассчитанными по программам и найденными по формулам работы [8], составляет для валов с прямобочными зубьями 13,8%, для валов с эвольвентными зубьями - 7,5%.

Л и т е р а т у р а

1. Розовская Б.А. Концентрация напряжений при кручении в шлицевых валах. - "Труды Киев. технол. ин-та легкой промышленности". Киев, 1955, вып. 7. 2. Оболенский Е.П. Применение метода конечных разностей к исследованию напряженного состояния шлицевых валов при кручении. - В сб.: Расчеты на прочность. М., 1959, вып. 4. 3. Чарышников К.А. Определение напряжений в валах с двумя продольно расположенными пазами и в шлицевых валах при кручении. - "Труды Горьк. политехн. ин-та им. А.А. Жданова", Горький, 1968, т. 24, вып. 4. 4. Кузнецов А.М. Определение напряжений в зубчатых колесах методом Н.И. Мухелишвили на ЭЦВМ. - "Строительная механика и теория упругости", Труды ГИСИ, Горький, 1967, вып. 50. 5. Steinhilper W. Bestimmung von Torsionsspannungen bei prismatischen Wellen beliebigen Querschnitts mit Hilfe elektrischen Analogieverfahrens. - "Konstruktion", 1967, 19, N2. 6. Оболенский Е.П. Исследование напряженного состояния шлицевых валов при кручении. Автореф. канд. дис. М., 1958. 7. Yoshitake Hiroyuki. Photoelastic stress analysis of the spline shaft. Bull. JSME, 1962, 5, N17. (Экспресс-информация "Детали машин", 1962, № 31, реферат 201). 8. Лейкин А. С. Напряженность и выносливость деталей сложной конфигурации. М., 1968. 9. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., 1954. 10. Угодчиков А.Г., Длугач М.И., Степанов А.Е. Решение краевых задач плоской теории упругости на цифровых и аналоговых машинах. М., 1970. 11. Ковальков А.Т. Исследование работоспособности зубчатых (шлицевых) соединений трансмиссий автомобилей. Канд. дис. Минск, 1974.