интенсивные колебания момента, сдвигаются в сторону низких частот.

Существенное влияние на величину динамического момента в трансмиссии оказывает кинематика подвески.

Характеристики упругого элемента подвески, радиальная и тангенциальная жесткость шин оказывают малое влияние на величину динамических нагрузок в трансмиссии. Однако при выборе параметров трансмиссии следует учитывать характеристики подвески и шин, проверяя, чтобы первая частота собственных колебаний трансмиссии не совпадала с частотой собственных колебаний подрессоренных и особенно неподрессоренных масс.

Упругие характеристики трансмиссии оказывают влияние на вертикальные и продольные колебания масс автомобиля.

Нагрузки в трансмиссии от воздействия дорожных неровностей связаны с высотой неровностей нелинейной зависимостью. Однако нелинейность проявляется только при движении по очень крупным неровностям высотою более 8—10 см.

## Литература

1. Микулик Н.А. Влияние подвески агрегатов на крутильные колебания трансмиссии автомобиля. Канд. дис. Минск, 1968. 2 Яценко Н.Н. Колебания, прочность и форсированные испытания грузовых автомобилей. М., 1972.

Л.А. Молибошко

# УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДНЫХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАНСМИССИИ АВТОМОБИЛЯ

Амплитудные частотные характеристики (АЧХ) получили широкое распространение при определении работоспособности трансмиссии автомобиля в связи с тем, что с их помощью можно находить энергетические спектры моментов в упругих звеньях при заданном спектре входного воздействия из известного соотношения

$$S_{вых}(\omega) = S_{вх}(\omega)|W(\omega)|^2,$$

где $|W(\omega)|^2$ — квадрат модуля АЧХ.

В общем случае для получения АЧХ находится реакция системы в виде $M_i \sin \omega t$ на входное гармоническое воздействие $M_0 \sin \omega t$.

Для этой цели с помощью прямого преобразования Лапласа (или операционного исчисления) дифференциальные уравнения движения приводятся к алгебраическим, которые впоследствии решаются на ЭЦВМ с помощью стандартных программ. Однако такой метод, несмотря на его достоинства, имеет существенные недостатки, основные из которых заключаются в сложности алгоритма решения задачи и отсутствии наглядной функциональной зависимости между параметрами системы и АЧХ.

Более экономичными являются методы, основанные на определении сначала передаточной функции, из которой после замены комплексной переменной $p$ на $i\omega$ получается амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ).

Уравнения движения для механических систем, эквивалентных трансмиссиям автомобилей, записанные в матричном виде, имеют вид

$$AY = F \tag{1}$$

и представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно изображений обобщенных координат, где $A$ -- основная матрица системы, $Y$ и $F$ -- векторы-столбцы из изображений соответственно обобщенных координат и свободных членов.

В качестве обобщенных координат могут быть приняты моменты в упругих звеньях $M_к$ или углы поворота масс $\varphi_к$.

Для примера рассмотрим многозвенную неразветвленную систему, показанную на рис. 1. Пусть на первую массу $I_1$ этой системы действует произвольный внешний момент $M_0(t)$.

При исследовании трансмиссий находят применение передаточные функции между крутящими моментами в упругих звеньях, между углами поворота масс и между углами поворота

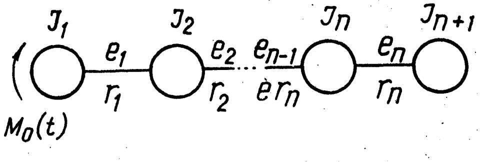


Рис. 1. Многозвенная неразветвленная система:
$I_i$ —моменты инерции масс, $e_i$ и $r_i$ —податливости и коэффициенты вязкого трения упругих звеньев.

и крутящими моментами. Все другие возможные типы передаточных функций легко получаются из указанных выше.

Для получения передаточных функций указанных типов достаточно знать изображения моментов $M_K(p)$ в упругих звеньях и углов поворота $\varphi_K(p)$ масс. Из уравнений (1) можно получить, что

$$M_K(p) = M_o(p) \frac{T_{1...k-1}(p)}{\prod_{i=1}^{k} e_i I_i} \quad \frac{R_{k+1...n}(p)}{R_{1...n}(p)}; \qquad (2)$$

$$\varphi_k(p) = M_o(p) \frac{T_{1...k-1}(p)}{\prod_{i=1}^{k-1} e_i \prod_{i=1}^{k} I_i} \quad \frac{R^{(k)}_{k...n}(p)}{p^2 R_{1...n}(p)}; \qquad (3)$$

$$T_{1...k-1}(p) = \prod_{i=1}^{k-1} (1 + \varepsilon_i p), \quad \varepsilon_i = e_i r_i. \qquad (4)$$

Выражения R представляют собой характеристические полиномы частных систем, полученных выделением из исследуемой. Частная система состоит из некоторого числа масс, соединенных между собой упругими звеньями, номера которых указаны в нижнем индексе буквы R. Если одна или несколько масс в частной системе защемлены, то в этом случае в верхнем индексе указываются номера защемленных масс. Например, $R^j_{k...n}(p)$ представляет собой характеристический полином системы, состоящей из масс, соединенных между собой упругими звеньями $k ... n$, с защемленной массой $I_j$.

Для получения передаточных функций требуемого типа достаточно разделить изображения соответствующих обобщенных координат друг на друга. Например, передаточная функция между моментами в упругих звеньях $j$ и $k$ равна

$$W^M_{k,j}(p) = \frac{M_k(p)}{M_j(p)} = \frac{T_{j...k-1}(p)}{\prod_{i=j+1}^{k} e_i I_i} \quad \frac{R_{k+1...n}(p)}{R_{j+1...n}(p)}. \qquad (5)$$

Аналогичное рассмотрение других типов механических систем (разветвленных, кольцевых и др.) дает возможность сформулировать общее правило написания любой передаточной функции.

Сначала анализируется путь прохождения сигнала от входа системы до координаты, принятой за выходной сигнал. Массы, находящиеся между этими сигналами, условно считаются защемленными, а связи между ними — разорванными. Для систем, имеющих один путь прохождения сигнала, передаточная функция, равная отношению изображений двух величин, представляет собой дробь. Ее числитель равен произведению характеристических полиномов частных систем, расположенных вне пути прохождения сигнала, умноженному на слагаемые $(1 + \varepsilon_i p)$, соответствующие упругим звеньям, расположенным по пути прохождения сигнала (при отсутствии трений эти слагаемые равны единице).

Знаменатель равен произведению всех податливостей и моментов инерции, находящихся на пути прохождения сигнала, умноженному на характеристический полином системы, расположенной за входным сигналом. Если в качестве входного сигнала взят внешний момент, то в знаменателе стоит характеристический полином всей системы.

Передаточные функции третьего типа имеют в числителе дополнительно множитель $p^2$.

Для замкнутых систем, имеющих два пути прохождения сигнала, искомая передаточная функция равна сумме передаточных функций, определяемых отдельно для каждого пути, так же, как для незамкнутых систем.

Это правило остается в силе и в том случае, если входной момент приложен не к первой, а к любой другой массе.

Пользуясь указанным правилом, можно составлять передаточные функции без написания и решения уравнений движения, что значительно облегчает проведение исследований и уменьшает вероятность появления ошибки.

Характеристические полиномы $R$, входящие в передаточную функцию, весьма просто составляются с помощью последовательного расщепления системы на отдельные части с повторением ее параметров, например масс.

Сначала система делится на две части. Характеристический полином системы равен произведению полиномов ее отдельных частей минус произведение коэффициента связи между этими частями на характеристические полиномы частей системы, получающихся в результате отбрасывания момента инерции и податливостей, входящих в этот коэффициент связи. Аналогичным образом производится дальнейшее расщепление системы. Для рассматриваемого примера

$$R_{1...n}(p) = R_{1...g}(p)R_{g+1...n}(p) - \gamma_{g,g+1}R_{1...g-1}(p)\times$$
$$\times R_{g+2...n}(p). \tag{6}$$

Расщепление системы производится до тех пор, пока в выражении не получатся характеристические полиномы только простейших систем, состоящих из двух масс, соединенных упругим звеном, которые равны

$$R_i(p) = p^2 = \varepsilon_i \lambda_i \, p + \lambda_i \, ; \tag{7}$$
$$\lambda_i = \frac{\dot{I}_i + \dot{I}_{i+1}}{e_i \, \dot{I}_i \, \dot{I}_{i+1}} \, .$$

Коэффициенты связи определяются из выражения

$$\gamma_{i,i+1} = (1 + \varepsilon_i p)(1 + \varepsilon_{i+1} p)\, \gamma^{o}_{i,i+1} \, ; \tag{8}$$

$$\gamma^{o}_{i,i+1} = \frac{1}{e_i \, e_{i+1} \dot{I}^{2}_{i+1}} \, .$$

Поскольку АФЧХ системы, получаемая из передаточной функции заменой $p$ на $i\omega$, является комплексной функцией, то для получения модуля АЧХ необходимы громоздкие преобразования. Этого можно избежать, если пренебречь из-за их малости отдельными слагаемыми коэффициентов полиномов $R$. Тогда квадрат модуля АЧХ можно получить в виде

$$|W(\omega)|^2 = \mu \frac{A^2 + \omega^2(B - A)^2}{C^2 + \omega^2(D - C)^2}, \tag{9}$$

где $\mu$, $A$, $B$, $C$ и $D$ — функции от $-\omega^2$.

Например, для передаточной функции (5) можно написать

$$\mu = \frac{\prod\limits_{i=j}^{k-1} (1 + \varepsilon_i^2 \omega^2)}{\prod\limits_{i=j+1}^{k} (e_i \, I_i)^2} \, ; \qquad A = R_{k+1...n}(-\omega^2), \tag{10}$$

$$B = R^{*}_{k+1...n}(-\omega^2);$$

$$C = R_{j+1\ldots n}(-\omega^2), \quad D = R^*_{j+1\ldots n}(-\omega^2),$$

где $R_{k+1\ldots n}(-\omega^2)$ и $R_{j+1\ldots n}(-\omega^2)$ — частотные полиномы без учета трений в системе; $R^*_{k+1\ldots n}(-\omega^2)$ и $R^*_{j+1\ldots n}(-\omega^2)$ — частотные полиномы, учитывающие трение в системе.

Для простейших систем

$$R_i(-\omega)^2 = -\omega^2 + \lambda_i;$$

$$R^*_i(-\omega^2) = -\omega^2 + (1+\varepsilon_i)\lambda_i = R_i(-\omega^2) + \varepsilon_i \lambda_i;$$

$$\gamma^*_{i,i+1} = (1+\varepsilon_i)(1+\varepsilon_{i+1})\gamma^o_{i,i+1}.$$

Следует отметить, что поскольку характеристический полином системы, приравненный нулю, есть характеристическое уравнение системы, то после замены в нем $p$ на $i\omega$ получаем уравнение частот этой системы, которое можно записать в виде цепной дроби. При определении собственных частот машинного агрегата автомобиля влиянием сил трения можно пренебречь. Тогда уравнение частот системы (рис. 1), записанное в виде цепной дроби, примет вид

$$R_{1\ldots n}(-\omega^2) = R_1(-\omega^2) - \cfrac{\gamma^o_{1,2}}{R_2(-\omega^2) - \cfrac{\gamma^o_{2,3}}{R_3(-\omega^2) - \vdots - \cfrac{\gamma^o_{n-1,n}}{R_n(-\omega^2)}}} = 0. \quad (11)$$

Алгоритм нахождения модуля АЧХ предлагаемым методом получается достаточно простым, и с помощью даже небольших ЭЦВМ можно проводить выбор параметров трансмиссии, обеспечивающих получение наиболее благоприятного спектра нагрузок на ее деталях при движении автомобиля в различных дорожных условиях.

Б.Е. Митин

## К ВОПРОСУ ДИССИПАЦИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ГИДРОТРАНСФОРМАТОРАХ

Передача энергии в гидротрансформаторах (ГТ) происходит с помощью сил инерции, возникающих при движении рабочей