АВТОМОБИЛЕ- И ТРАКТОРОСТРОЕНИЕ. ВЫП. 5
МИНСК 1974

И. С. Цитович

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ РАСЧЕТЫ ДЕТАЛЕЙ ТРАНСМИССИЙ ТРАНСПОРТНЫХ И ТЯГОВЫХ МАШИН

Сопоставим кратко так называемые детерминированные методы расчетов валов, зубчатых колес и подшипников качения с новыми вероятностными методами.

Принципиальное отличие их состоит в следующем. При детерминированных методах рассчитывается либо время (одно время) работы детали до выхода из строя (при проверочном расчете), либо размер детали (при проектировочном расчете).

При вероятностных методах определяется либо кривая распределения пробегов машин до выхода из строя рассчитываемой детали (при проверочном расчете), либо кривая распределения размеров деталей для обеспечения заданного пробега в заданных условиях эксплуатации.

Вероятностный расчет валов. По предельным состояниям валы рассчитываются: а) на статическую прочность; б) на выносливость; в) на крутильные и изгибные вибрации и т. д.

Детерминированный расчет на статическую прочность состоит в определении максимального динамического момента, действующего на вал, и напряжения кручения, соответствующего этому моменту. Затем полученное напряжение сопоставляется с пределом текучести. Отношение предела текучести к максимальному напряжению называется условным коэффициентом запаса. Для автомобильных валов трансмиссий

$$k_з = 0{,}9 \div 1{,}5 \,. \tag{1}$$

Вероятностный расчет на статическую прочность заключается в определении гарантии неразрушимости [1]. Если напряжения подчинены кривым усеченного нормального распределения, то гарантия неразрушимости находится по формуле:

$$Г = \frac{c_1 c_2}{2} \left\{ Ф\left[\frac{\tau_{т.ср} - \tau_{ср}}{\sqrt{2\,(D_т + D)}}\right] + Ф\left[\frac{\tau_{т.ср} + \tau_{ср}}{\sqrt{2\,(D_т + D)}}\right]\right\}, \tag{2}$$

где $\Phi(\alpha)$ — функция Лапласа от величины в скобках; τ_{cp} и $\tau_{т.\,cp}$ — среднее действующее напряжение и средний предел текучести; D и $D_т$ — дисперсия действующего напряжения и дисперсия предела текучести; c_1 и c_2 — коэффициенты, дающие переход от нормального распределения к усеченному нормальному.

На рис. 1 графически представлены некоторые из указанных величин.

Статистический коэффициент запаса в данном случае определяется зависимостью:

$$k_з = \frac{\tau_{т.cp} - \tau_{cp}}{\sqrt{2(D_т + D)}}\,. \tag{3}$$

При детерминированном расчете на выносливость определяется один коэффициент запаса или один пробег до усталостной поломки вала.

Вероятностный расчет состоит в определении кривой распределения пробегов до усталостной поломки вала.

Детерминированный и вероятностный расчеты могут вестись на основании исходного материала, различным образом подготовленного и обработанного.

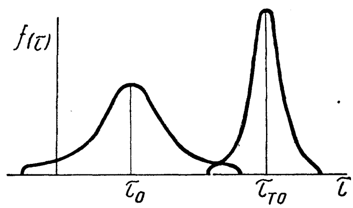

Рис. 1. Распределения действующих напряжений и предела текучести.

В случае проверочного расчета первый метод подготовки исходного материала заключается в замене случайного процесса систематизированным регулярным. Нагрузки, замеренные с помощью осциллографа, классифицируются по десяти уровням средних напряжений и десяти уровням амплитуд на каждом из средних напряжений.

Второй метод, более правильный, состоит в построении корреляционной функции и спектральной плотности дисперсий по осциллограммам.

Описанный в настоящее время в технической литературе вероятностный расчет на выносливость по сути дела является комбинированным — вероятностно-детерминированным, так как нагрузки принимаются заданными по кривой распределения, а кривая усталости принимается в виде единой ломаной линии. Рассмотрим кратко указанный вывод расчетной формулы [1].

Как известно, по линейной теории суммирования повреждений

$$\int_{\tau_{-1}}^{\tau_{\max}} \frac{dN}{N_{yi}} = a, \tag{4}$$

где dN — элементарное число циклов при напряжении τ_{yi}; N_{yi} — число циклов, необходимое для разрушения от усталости при τ_{yi};

$$dN = TN_0 f(\tau)\, d\tau; \qquad (5)$$

TN_0 — число выбросов напряжения выше τ_{-1} за срок службы детали; N_0 — число циклов нагружения в 1 *сек* выше τ_{-1} [1];

$$N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D_\tau^{\cdot}}{D_\tau}};$$

D_τ и $D_\tau^{\cdot}$ — дисперсии действующего напряжения и производной от напряжения; $f(\tau)\ d\tau$ — вероятность напряжения в интервале от τ_{yi} до $\tau_{yi} + d\tau$;

$$N_{yi} = N_{-1}\frac{\tau_{-1}^m}{\tau_{yi}^m}. \qquad (6)$$

Напряжение τ_{yi} определяется по кривой усталости для данного материала (рис. 2).

Подставляя выражения (5) и (6) в формулу (4), получаем

$$T = \frac{aN_{-1}\tau_{-1}^m}{N_0\int\limits_{\tau_{-1}}^{\tau_{\max}} \tau^m f(\tau)\, d\tau}. \qquad (7)$$

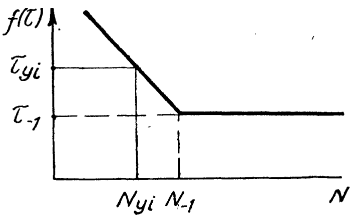

Рис. 2. Детерминированная зависимость предельного напряжения от числа циклов до разрушения.

Так как в действительности нагрузочная кривая не стабильна, а имеются вариации кривых распределения нагрузок и, кроме того, произведение $N_{-1}\tau_{-1}^m$ также подчинено кривой распределения, то, если в последнюю зависимость ввести указанные уточнения, получим кривую распределения времени работы вала до усталостной поломки:

$$\overline{\overline{T}} = \frac{\overline{\overline{aN_{-1}\tau_{-1}^m}}}{\overline{\overline{N_0\int\limits_{\tau_{-1}}^{\tau_{\max}} \tau^m f(\tau)\, d\tau}}}.$$

Здесь величины с двумя линиями сверху являются не постоянными, а заданными кривыми распределения.

Вероятностный расчет зубчатых колес. На практике применяются четыре основных вида расчетов зубчатых колес: а) на выносливость по изгибу; б) на выносливость по контактным напряжениям; в) на прочность по изгибу зубьев; г) на смятие рабочих поверхностей.

Все указанные расчеты детерминированные, т. е. в результате получаются либо размер детали (зуба), либо пробег автомобиля до выхода из строя рассчитываемого зубчатого колеса.

В действительности же все колеса не выходят из строя одновременно, также и размер не должен определяться однозначно, а должен зависеть от допускаемого процента выхода из строя деталей через определенный пробег.

Кроме того, вероятностные расчеты на выносливость и прочность принципиально отличаются друг от друга. Поэтому последовательно рассмотрим расчеты на выносливость и прочность.

Вероятностные расчеты на выносливость могут выполняться двумя методами:

1) вероятностным заданием основных исходных величин;
2) вероятностным заданием коэффициентов пробега.

Во многих работах по расчету зубчатых колес [2] рекомендуется вначале определять номинальные напряжения по максимальному длительно действующему крутящему моменту (расчетному), а затем номинальные напряжения умножать на ряд коэффициентов и определять действительные напряжения. В числе коэффициентов есть такой, который учитывает внешние и внутренние динамические нагрузки, вернее влияние кратковременных нагрузок на работоспособность по поломке зубьев и по контактной сопротивляемости. При переходе к вероятностным расчетам целесообразно коэффициент внешних динамических нагрузок отнести к усилию и, следовательно, при определении номинальных напряжений рассматривать полную кривую распределения нагрузок, действующих на валу рассчитываемого зубчатого колеса.

В этом случае номинальные напряжения подчиняются кривым распределения и рассчитываются по аналогичным формулам:

$$\bar{\bar{\sigma}}_{\text{н}} = \frac{\bar{\bar{P}}\,\sigma_{1\text{и}}}{b m_{n\,\text{ср}} \Phi} \text{ и } \Pi_{\text{н}} = \frac{\bar{\bar{P}}\,\Pi_1}{b' A_\delta\, \Phi'}\,, \tag{8}$$

где $\sigma_{\text{н}}$ — номинальное напряжение изгиба, *кГ/мм*^{2}; P — окружное усилие, *кГ;* $\sigma_{1\text{и}}$ — единичное изгибное напряжение (безразмерное); b — ширина зубчатого колеса у основания зуба, *мм*; $m_{n\,\text{ср}}$ — нормальный модуль в среднем сечении венца, *мм*; Φ — коэффициент вида зуба, учитывающий отличие в напряжениях прямозубых колес и колес с косыми, спиральными и другими зубьями; $\Pi_{\text{н}}$ — номинальное контактное напряжение, *кГ/мм*^{2}; Π_1 — единичное контактное напряжение (безразмерное); b' — контактная ширина пары зацепляющихся зубчатых колес, *мм*; A_δ — расчетное межцентровое расстояние, *мм.*

Величины с двумя черточками сверху подчиняются определенным кривым распределения. Причем окружное усилие в отдельные расчеты должно входить с различными ограничениями, так как на контактную прочность влияют напряжения, которые действуют подряд более 5—10 раз, а на изгибную прочность более 2—5 раз. Все расчетные коэффициенты также следует считать подчиненными кривыми распределения, поэтому [2]:

$$\overline{\overline{\sigma}}_{д} = \overline{\overline{\sigma}}_{н}\overline{\overline{k}}_{дз}\overline{\overline{k}}_{к}\overline{\overline{k}}_{тр}\overline{\overline{k}}_{о}\overline{\overline{k}}_{р}\overline{\overline{k}}_{т}; \tag{9}$$

$$\overline{\overline{\sigma}}_{сим} = \overline{\overline{\sigma}}_{д}\overline{\overline{k}}_{м};$$

$$\overline{\overline{\overline{\Pi}}}_{д} = \overline{\overline{\overline{\Pi}}}_{н}\overline{\overline{k'}}_{дз}\,\overline{\overline{k'}}_{к}\,\overline{\overline{k'}}_{тр}\,\overline{\overline{k'}}_{0}\,\overline{\overline{k'}}_{р}\,\overline{\overline{k'}}_{т},$$

где $\sigma_д$ — действительное изгибное напряжение; $\sigma_{сим}$ — знакопеременное симметричное изгибное напряжение, эквивалентное действительному асимметричному; $\Pi_д$ — действительное контактное напряжение; $k_{дз}$, $k'_{дз}$ — коэффициенты внутренней динамической нагрузки; $k_к$ и $k'_к$ — коэффициенты крепления, учитывающие влияние перекосов колес на изгибную и контактную прочности колес; $k_{тр}$ и $k'_{тр}$ — коэффициенты трения, учитывающие материалы контактирующих колес и смазку в контакте; k_0 и k'_0 — коэффициенты обработки, учитывающие обработку соответственно выкружки зуба и рабочих профилей; $k_р$ и $k'_р$ — коэффициенты режима, учитывающие длительность нагружения большими крутящими моментами; $k_т$ и $k'_т$ — коэффициенты, учитывающие изменение условий работы и свойств металлов при высоких температурах.

Таким образом, симметричное напряжение изгиба и действительное контактное напряжение переменны и подчинены определенным кривым распределения.

Кривая усталости, как известно, также подчинена вероятностной закономерности.

Откладывая на кривой усталости кривую распределения напряжений и производя суммирование вероятностей для элементарных площадок, получаем кривую распределения пробегов (рис. 3).

Вероятностные расчеты на выносливость можно производить и другим методом. Вначале определяется расчетный крутящий момент по двигателю и ограничивается моментом сцепления колес с дорогой. Затем находятся номинальные напряжения в зубьях на расчетном моменте, действительные и эквивалентные напряжения при детерминированных коэффициентах.

По этим детерминированным напряжениям из вероятностных полей усталости (рис. 3) определяется число циклов и пробег до выхода рассчитываемого зубчатого колеса из строя. Получается кривая распределения эквивалентных пробегов на расчетном моменте.

При умножении вероятностных эквивалентных пробегов на вероятностные коэффициенты пробега и получим кривую распределения действительных пробегов.

Следовательно, вся сложность данного метода состоит в определении кривой распределения коэффициентов пробега. Необходимо отметить, что коэффициент пробега подчинен кривой распределения при совершенно одинаковых условиях эксплуатации. Но так как условия эксплуатации значительно меняются, то необходимо знать коэффициенты пробега для различных эксплуатационных условий и при проектировании общетранспортных автомобилей выбирать диапазон коэффициентов пробега, задаваясь условиями эксплуатации.

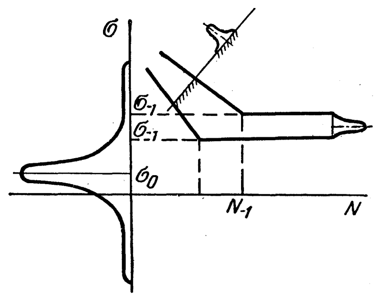

Рис. 3. Поля усталости и кривая распределения действующих напряжений.

Экспериментально коэффициентты пробега определяются следующим образом. Вначале строится корреляционная таблица пробега автомобиля при различных скоростях движения и мощностях двигателя (табл. 1).

Таблица 1

Использование мощности двигателя при различных скоростях движения автомобиля

Скорость автомобиля, %	Мощность двигателя, %									
	0—10	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60	60—70	70—80	80—90	90—100
0—10										
10—20										
20—30										
30—40										
40—50										
50—60										
60—70										
70—80										
80—90										
90—100										

Для каждого значения V и N находят крутящий момент, номинальное окружное усилие, номинальное напряжение и определяют кривые распределения отдельных коэффициентов, а затем кривые распределения действительных напряжений (для каждой клетки корреляционной таблицы в отдельности). По действительным напряжениям строят вариации суммарных кривых распределения. По каждой кривой определяют коэффициент пробега. Наличие многих вариаций дает возможность построить кривую распределения коэффициентов пробега.

Для отдельных кривых коэффициент пробега рассчитывают по формуле:

$$k_{п} = \frac{\sum f_i \sigma_i^9}{\sigma_{р}^9}.$$

Причем для различных напряженных состояний (т. е. для изгибных и контактных напряжений) будут свои коэффициенты пробега.

Расчет на прочность и на стойкость по смятию ведут по статистической гарантии неразрушимости и гарантии стойкости смятию.

Чтобы выполнить расчет на прочность, необходимо знать кривые распределения: а) напряжений на изгиб; б) предела текучести.

Если действующие напряжения и предел текучести подчинены усеченным кривым нормального распределения, то гарантия неразрушимости определяется по формуле:

$$\Gamma = \frac{c_1 c_2}{2}\left\{\Phi\left[\frac{\sigma_{ср} + \sigma_{т.\,ср}}{\sqrt{2(D + D_{т})}}\right] + \Phi\left[\frac{\sigma_{т.\,ср} - \sigma_{ср}}{\sqrt{2(D + D_{т})}}\right]\right\}, \tag{10}$$

где c_1 и c_2 — коэффициенты, дающие переход от нормального распределения к усеченному нормальному; $\sigma_{ср}$ и $\sigma_{т.\,ср}$ — средние напряжения на изгиб зубьев, соответственно действующие и предельные по пределу текучести; D и $D_{т}$ — дисперсии действующих напряжений и предела текучести; $\Phi[\alpha]$ — функция Лапласа от величины α.

Для выполнения расчета на смятие необходимо знать кривые распределения контактных напряжений и предельно допускаемых контактных напряжений.

Расчет ведется по аналогичной формуле, только взамен $\sigma_{ср}$ и $\sigma_{т.\,ср}$ необходимо подставить среднее действующее контактное напряжение $\Pi_{ср}$ и среднее предельное $\Pi_{п.\,ср}$ и соответственно заменить дисперсии.

Вероятностный расчет подшипников качения. Чтобы произвести вероятностный расчет подшипников качения на выносливость по длительным нагрузкам, рекомендуется вначале определить кривую распределения требующейся кинематической грузоподъемности $Q_{к.\,тр}$ или кривую распределения требующегося коэффициента работоспособности $C_{тр}$.

При детерминированном расчете $Q_{к.\,тр}$ определяется по формуле [3]:

$$Q_{к.\,тр} = \left[\frac{60}{10^6 \cdot 0{,}377\, r_{к}} \sum_{i=1}^{i=k} (Q_{пр} k_{б} k_{т} k_{м})^{3,33} S_{д}\, k_{п}\, i_{кп}\right]^{,3}, \tag{11}$$

где $r_к$ — радиус ведущих колес автомобиля; $S_д$ — действительный пробег автомобиля на i-й передаче; $k_п$ — коэффициент пробега на i-й передаче; $i_{кп}$ — передаточное число от ведущих колес автомобиля до вала, на котором сидит рассчитываемый подшипник; $Q_{пр}$, $k_б$, $k_т$, $k_м$ — соответственно приведенная нагрузка, коэффициенты безопасности, температурный и материалов.

Далее вычисляется коэффициент работоспособности:

$$C_{тр} = Q_{к.\,тр}\left(\frac{10^6}{60}\right)^{0,3} = 18{,}4\,Q_{к.\,тр}.$$

При переходе к вероятностному расчету необходимо найти кривые распределения коэффициентов пробега на отдельных передачах, а затем произвести суммирование и определить параметры кривой распределения требующейся кинематической грузоподъемности. Наконец, в каталогах подшипников для каждого типоразмера должны указываться не только коэффициенты работоспособности или «кинематические грузоподъемности», но и параметры кривых распределения этих величин. Если считать, что в каталогах приведены цифры, соответствующие «10%-му выходу из строя», то многие современные расчеты машин неправильны, так как они предполагают отсутствие выхода из строя подшипников в сроки, рассчитанные по C или $Q_к$.

Кривая распределения пробегов определяется по формуле:

$$\overline{\overline{S}}_{расч} = \frac{\overline{\overline{Q}}{}_к^{3,33}}{\overline{\overline{Q}}{}_{к.\,тр}^{3,33}}\, S_д, \tag{12}$$

т. е. при делении вероятностной кривой кинематической грузоподъемности на вероятностную кривую требующейся грузоподъемности и умножении на расчетный пробег (по которому определялась требующаяся грузоподъемность).

Выводы

1. Разработку вероятностных методов необходимо вести двумя путями:

а) методом задания вероятностных характеристик всех величин;

б) методом анализа и исследования коэффициентов пробега и задания вероятностных характеристик металлов.

2. При проверочных и доводочных расчетах необходимо замерять нагрузки, действующие на валу. Последующую обработку следует вести двумя методами: строить кривую распределения нагрузки (усилия или крутящего момента) по пробегу (или времени) и корреляционную функцию.

3. При проектировочных расчетах необходимо задаваться спектральными плотностями дисперсий нагрузок на различных входах [4], а затем по передаточным функциям и взаимно корреляционным функциям определять спектральную плотность нагрузок на требующемся звене трансмиссии.

В первую очередь необходимо учитывать нагрузки в трансмиссии от дороги, от вибраций двигателя, от работы органов управления и т. д.

4. Выполненные вероятностные расчеты показывают, что во многих случаях более ценны не высокие средние величины механических характеристик, а малая дисперсия этих характеристик.

5. Только вероятностные расчеты позволяют определять пересчетные коэффициенты (для отдельных деталей и их напряженных состояний), позволяющие переходить от работоспособности при стендовых испытаниях к эксплуатационной работоспособности.

6. Необходимо в справочниках приводить кривые распределения механических свойств для материалов (металлов), применяемых в машиностроении.

Литература

[1] *Екимов В. В.* Вероятностные методы в строительной механике корабля. Л., 1966. [2] *Цитович И. С. и др.* Проектирование и расчет зубчатых колес автомобилей и тракторов. Минск, 1966. [3] *Цитович И. С. и др.* Методика расчета подшипников качения трансмиссий автомобилей и тракторов. Минск, 1967. [4] *Цитович И. С.* Методика расчетов трансмиссий на электронных вычислительных машинах. Минск, 1967.