

А. Х. Лефаров

## КИНЕМАТИКА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПРИВОДА К ВЕДУЩИМ КОЛЕСАМ

Положительные свойства дифференциального привода в динамике, экономичности и управляемости колесных машин со всеми ведущими колесами привели к применению межосевых дифференциалов во многих моделях большегрузных машин как отечественных, так и зарубежных.

При проектировании машин с дифференциальным приводом возникает немало вопросов в части кинематики движения машины в целом, а также отдельных ее механизмов, а именно: каковы скорости характерных точек машины при криволинейном движении относительно скорости их прямолинейного движения? каковы относительные обороты отдельных элементов в системе дифференциального привода и т. д.? Однако далеко не на все вопросы можно найти ответы в литературе.

Кинематика движения машины с одним ведущим мостом с дифференциальным приводом к колесам хорошо известна. Обороты полуосей  $n'$  и  $n''$  и корпуса дифференциала  $n_0$  связаны зависимостью

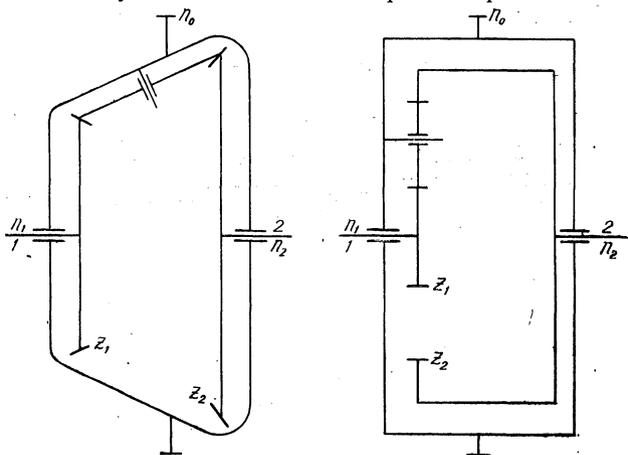
$$\frac{n' + n''}{2} = n_0.$$

В такой машине при любом криволинейном движении линейная скорость центра ведущего моста всегда остается неизменной, равной скорости прямолинейного движения  $v_0$  (при неизменном скоростном режиме двигателя и трансмиссии).

Рассмотрим кинематику движения машины  $4 \times 4$  с межколесными дифференциалами в мостах и несимметричным (общий случай) межосевым дифференциалом между мостами, с двумя передними управляемыми колесами. Предварительно выведем зависимость оборотов приводных валов и корпуса несимметричного дифференциала, т. е. трех основных звеньев механизма. Отношение числа зубьев шестерен приводных валов называют внутренним передаточным числом трехзвездного дифференциального механизма (рис. 1):

$$z_2 : z_1 = i.$$

Для вывода необходимых зависимостей примем, что корпус дифференциала неподвижен. Тогда, если вал 1 делает  $n$  оборотов в минуту, то вал 2 будет делать  $n : i$  оборотов противоположного на-



Р и с. 1. Схемы несимметричных дифференциалов конического и цилиндрического

правления. Затем сообщим системе дополнительные обороты  $n_0$  в сторону вращения вала 1. Тогда абсолютные обороты валов будут:

$$n_1 = n_0 + n, \quad (1)$$

$$n_2 = n_0 - \frac{n}{i}. \quad (2)$$

Сложив эти два выражения, получим

$$n_1 + n_2 = 2n_0 + n \left(1 - \frac{1}{i}\right).$$

Заменяя  $n$  на его значение из выражения (1) и выполнив необходимые преобразования, будем иметь

$$\frac{n_1 + in_2}{1 + i} = n_0 \quad \text{или} \quad \frac{\omega_1 + i\omega_2}{1 + i} = \omega_0. \quad (3)$$

Мы нашли зависимость оборотов трех основных звеньев в несимметричном дифференциале.

При конкретных значениях  $i$  получим

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } i = 2 \quad n_1 + 2n_2 = 3n_0, \\ \text{при } i = 1 \quad n_1 + n_2 = 2n_0, \\ \text{при } i = 0,5 \quad n_1 + 0,5n_2 = 1,5n_0 \text{ и т. д.} \end{array} \right\} \quad (4)$$

Далее рассмотрим кинематику движения машины в целом (рис. 2).

Для упрощения исследований примем следующие допущения:

$$\alpha = \frac{\alpha' + \alpha''}{2}, \quad R_1 = \frac{R_1' + R_1''}{2},$$

где  $\alpha'$ ,  $\alpha''$ ,  $R_1'$ ,  $R_1''$  — соответственно углы и радиусы поворота управляемых колес наружного и внутреннего;  $\alpha$ ,  $R_1$  — соответственно средние значения углов и радиусов поворота управляемых колес.

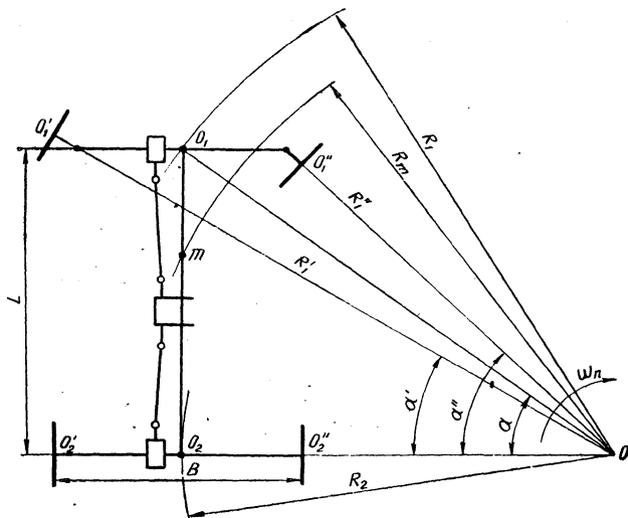


Рис. 2. Схема автомобиля на повороте

Передаточные числа главных передач ведущих мостов принимаем равными единице. Это не влияет на ход исследования и его выводы. Радиусы колес  $r_k$  одинаковы. Движение осуществляется на ровном горизонтальном участке без буксования и скольжения.

При прямолинейном движении линейные скорости центров колес одинаковы

$$v_1' = v_1'' = v_2' = v_2'' = v_0 = \omega_0 r_k,$$

где  $\omega_0$  — угловая скорость корпуса межосевого дифференциала.

В этом случае  $\omega_0$  будет соответствовать также угловым скоростям корпусов дифференциалов обоих мостов. При повороте все точки машины, в том числе и точки центров колес  $O_1'$ ,  $O_1''$ ,  $O_2'$ ,  $O_2''$  и центров мостов  $O_1$  и  $O_2$ , будут вращаться вокруг центра  $O$ . Напишем выражения для линейных скоростей центров колес на повороте:

$$\left. \begin{aligned} v_1' &= \omega_1' r_k = \omega_n R_1', \\ v_1'' &= \omega_1'' r_k = \omega_n R_1'', \\ v_2' &= \omega_2' r_k = \omega_n (R_2 + 0,5 B), \\ v_2'' &= \omega_2'' r_k = \omega_n (R_2 - 0,5 B), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — угловые скорости корпусов дифференциалов переднего и заднего мостов;  $\omega_n$  — угловая скорость машины на повороте вокруг центра  $O$ . Размерные параметры  $(B, L)$  приведены на рис. 2.

Складывая попарно два первых и два вторых выражения (5) и делая необходимые подстановки, получим:

$$\omega_1 r_k = \omega_n R_1, \quad (6)$$

$$\omega_2 r_k = \omega_n R_2. \quad (7)$$

Разделив выражение (7) на (6) (учитывая рис. 2), находим, что

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_2}{R_1} = \cos \alpha. \quad (8)$$

Из выражения (8) видно, что отношение  $\omega_2$  к  $\omega_1$  не зависит от базы и колеи, а также от передаточного числа межосевого дифференциала и поэтому справедливо для любой машины  $4 \times 4$ , выполненной по схеме рис. 2.

Решая совместно уравнения (3) и (8), получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_2}{\omega_0} &= \frac{i+1}{i + \frac{1}{\cos \alpha}}, \\ \frac{\omega_1}{\omega_0} &= \frac{i+1}{1 + i \cos \alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Уравнения (9) показывают, что при дифференциальном приводе к осям линейные скорости центров ведущих мостов на повороте относительно скорости прямолинейного движения изменяются. У центра заднего моста скорость уменьшается ( $\omega_1 < \omega_0$ ), у переднего моста увеличивается ( $\omega_2 > \omega_0$ ). При этом заметим, что увеличение  $i$  приближает значение  $\omega_2$  к  $\omega_0$ , а  $\omega_1$ , наоборот, удаляет. В то же время абсолютные значения  $\omega_2 (v_2)$  и  $\omega_1 (v_1)$  с ростом  $i$  увеличиваются и уменьшаются с уменьшением  $i$ .

Теоретически представляет интерес определить предельные значения  $\omega_1$  и  $\omega_2$  при изменении  $i$  в пределах от нуля до бесконечности

$$\omega_2 = \omega_0 \frac{i+1}{i + \frac{1}{\cos \alpha}} = \omega_0 \frac{1 + \frac{1}{i}}{1 + \frac{1}{i \cos \alpha}} = \omega_0 \text{ при } i \rightarrow \infty.$$

Аналогично

$$\omega_1 = \omega_0 \frac{i+1}{1 + i \cos \alpha} = \omega_0 \frac{1 + \frac{1}{i}}{\frac{1}{i} + \cos \alpha} = \frac{\omega_0}{\cos \alpha} \text{ при } i \rightarrow \infty.$$

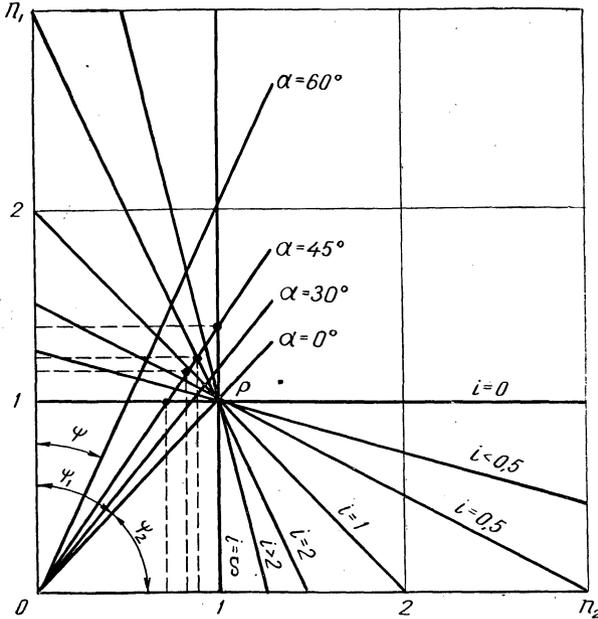


Рис. 3. График зависимости оборотов передних  $n_1$  и задних  $n_2$  колес от передаточного числа дифференциала  $i$  и угла поворота колес  $\alpha$

При  $i = \infty$  получаем максимально возможные значения  $\omega_2$  и  $\omega_1$ . Это соответствует движению машины с одним задним ведущим мостом

$$\omega_2 = \omega_0 \frac{i+1}{i + \frac{1}{\cos \alpha}} = \omega_0 \cos \alpha \quad \text{при } i \rightarrow 0,$$

$$\omega_1 = \omega_0 \frac{i+1}{1 + i \cos \alpha} = \omega_0 \quad \text{при } i \rightarrow 0.$$

При  $i = 0$  получаем минимально возможные значения  $\omega_2$  и  $\omega_1$ . Это соответствует движению машины с одним передним ведущим мостом.

Рассмотренные зависимости графически представлены на рис. 3. По координатным осям отложены значения  $n_1$  ( $\omega_1$ ) и  $n_2$  ( $\omega_2$ ) в долях  $n_0$  ( $\omega_0$ ).

Прямые  $i > 2$ ,  $i = 2$ ,  $i = 1$ ,  $i = 0,5$ ,  $i < 0,5$  построены по уравнениям (4). Точка  $P$ , называемая масштабной точкой, соответствует прямолинейному движению, когда  $n_1 = n_2 = n_0$ . Прямые, проходящие через начало координат, соответствуют определенным значениям  $\alpha$  и построены по уравнению

$$n_2 = n_1 \cos \alpha = n_1 \operatorname{tg} \psi.$$

Точки пересечения прямых на графике (см. рис. 3) отражают соответствующие значения  $n_1$  и  $n_2$  в долях  $n_0$  для любого конкретного значения  $\alpha$  и  $i$ . Как видно из графика, с увеличением  $i$  возрастают  $n_1$  и  $n_2$ , причем  $n_1$  удаляется от значения  $n_0$ , а  $n_2$  приближается к нему. Например, при  $i = 2$  и  $\alpha = 45^\circ$   $n_1 = 1,24n_0$ , а  $n_2 = 0,88n_0$ . В пределе при  $i = \infty$   $n_1 = 1,41n_0$ , а  $n_2 = n_0$ . При  $i = 0$   $n_1 = n_0$ , а  $n_2 = 0,71n_0$ .

С увеличением угла поворота колес  $n_1$  увеличивается, а  $n_2$  уменьшается. При  $\alpha = 90^\circ$   $n_2 = 0$ , т. е. центр поворота  $O$  совпадает с центром заднего моста  $O_2$ . В этом случае

$$n_1 = n_0 \frac{1+i}{1+i \cos 90^\circ} = n_0 (1+i).$$

Рассмотренные зависимости графически расположились в пределах угла  $\psi_1$ . Соответствующие зависимости для машин с задними управляемыми колесами расположатся в пределах угла  $\psi_2$ . Представляет интерес, какая точка на продольной оси рамы  $O_1 - O_2$  (см. рис. 2) сохраняет на повороте скорость прямолинейного движения. Для выяснения этого вопроса построим эпюру скоростей (рис. 4, а).

В качестве векторов скоростей отложены обороты, находящиеся в прямой зависимости от линейных скоростей. Точка  $m$  на радиусе  $R_m$  (см. рис. 2) соответствует точке оси рамы, сохраняющей скорость прямолинейного движения на повороте. Найдем отношение отрезков  $a$  и  $b$ . Из подобия треугольников на графике (см. рис. 4, а) имеем

$$\frac{a}{b} = \frac{n_1 - n_0}{n_0 - n_2}. \quad (10)$$

Подставляя в выражение (10) значения

$$n_1 = n_0 \frac{1+i}{1+i \cos \alpha},$$

$$n_2 = n_0 \frac{1+i}{i + \frac{1}{\cos \alpha}}$$

и производя соответствующие преобразования, получим

$$\frac{a}{b} = i.$$

Из полученного выражения следует, что положение точки  $m$  не зависит от угла  $\alpha$ , а также от размерных параметров машины. Ее положение для данной машины постоянно.

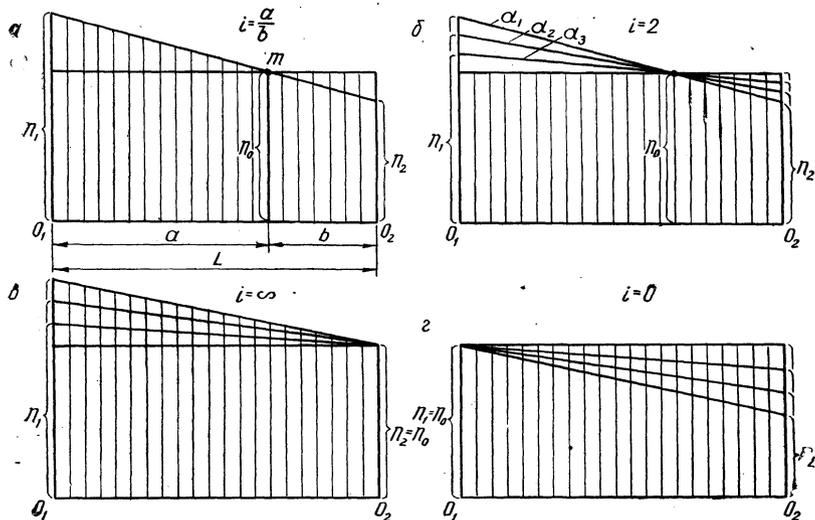


Рис. 4. Эпюры скоростей точек продольной оси рамы при разных значениях передаточного числа дифференциала  $i$  и угла поворота колес  $\alpha$

Эпюры скоростей в зависимости от  $\alpha$  для разных  $i$  показаны на рис. 4, б, в, г.

На основании изложенного приходим к выводу, что при движении на повороте колесной машины  $4 \times 4$  (см. рис. 2) с дифференциальным приводом к ведущим колесам линейные скорости центров колес и мостов (в плоскости движения) изменяются относительно скорости прямолинейного движения в зависимости от передаточного числа межосевого дифференциала  $i$  (при неизменном режиме работы двигателя и трансмиссии). Линейная скорость центра заднего моста уменьшается, а центра переднего моста увеличивается. При любом  $i$  на продольной оси рамы имеется точка  $m$ , линейная скорость которой (для данного  $i$ ) сохраняется равной скорости прямолинейного движения. Отношение отрезков  $a$  к  $b$  всегда равно  $i$  и не меняется от угла поворота колес  $\alpha$ . При  $i=1$  отрезки  $a$  и  $b$  равны. При  $i=\infty$ , что соответствует приводу только на заднюю ось, линейные скорости точек  $O_1$  и  $O_2$  наибольшие, а точка  $m$  совпадает с точкой  $O_2$ .

При  $i=0$ , что соответствует приводу только на переднюю ось, линейные скорости точек  $O_1$  и  $O_2$  наименьшие, а точка  $m$  совпадает с точкой  $O_1$ .

На повороте отношение оборотов карданных валов привода мостов зависит только от угла  $\alpha$  и не зависит от  $i$ , т. е. всегда имеет место равенство

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \cos \alpha.$$

Разные значения  $i$  влияют только на абсолютные значения  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , т. е. на линейную скорость машины в целом. На приведенные зависимости не влияют размерные параметры машины  $L$ ,  $B$  и др. Приведенные формулы и график дают наглядную картину зависимости скоростей движения элементов дифференциального привода от основных кинематических параметров  $\alpha$  и  $i$ .

Данная методика может быть использована при анализе кинематики дифференциального привода и в других полноприводных машинах (6×6, 8×8 и др.).