

А. Ф. Андреев

## ВЛИЯНИЕ БЛОКИРОВКИ ДИФФЕРЕНЦИАЛА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

Вследствие ряда факторов направление в горизонтальной плоскости равнодействующей сил сопротивления машины-орудия может не совпадать с продольной осью симметрии трактора. Устойчивость прямолинейного движения агрегата при этом во многом будет зависеть от способности трактора сохранять прямолинейность движения при действии на него отклоняющего момента.

Чтобы при конструировании на основе технических данных получить оценку устойчивости прямолинейного хода трактора, целесообразно аналитическое исследование. Такой анализ должен ориентировочно показать, в каком направлении можно достичь улучшения устойчивости прямолинейного движения.

В настоящей работе предлагается метод расчета кривизны самопроизвольного поворота колесного трактора при действии на него отклоняющего момента и исследуется влияние блокировки дифференциала на устойчивость прямолинейного движения.

Рассмотрим установившееся движение трактора  $4 \times 2$  с прицепом.

На рис. 1 изображена схема тракторного агрегата. Выбранная прямоугольная система координат жестко связана с остовом трактора. Начало координат лежит в центре тяжести трактора на расстоянии  $a$  от оси передних колес и на расстоянии  $b$  от оси задних колес. Расстояния от центра тяжести трактора до шкворня прицепного крюка и до поворотной оси прицепа соответственно равны  $c$  и  $d$ .

Предполагается, что управляемые колеса трактора установлены в нейтральном положении, а точка сцепки смещена относительно его продольной оси на величину  $e$ . Вследствие нецентрально приложенного тягового сопротивления прицепа трактор движется по кривой постоянного радиуса.

Полагая радиус поворота достаточно большим, можем считать углы бокового увода внутренних колес трактора соответственно равными углам бокового увода внешних колес. Считаем, что боковой увод колес прицепа отсутствует.

Так как угол  $\gamma$ , который образует дышло прицепа с продольной осью трактора, мал при большом радиусе поворота  $R$ , то из кинематики системы приближенно получим

$$\gamma = \frac{\omega d - v}{V} = \frac{d}{R} - \frac{v}{V},$$

где  $\omega$  — угловая скорость поворота трактора;  $v$  — скорость поперечного смещения центра тяжести трактора;  $V$  — действительная скорость движения.

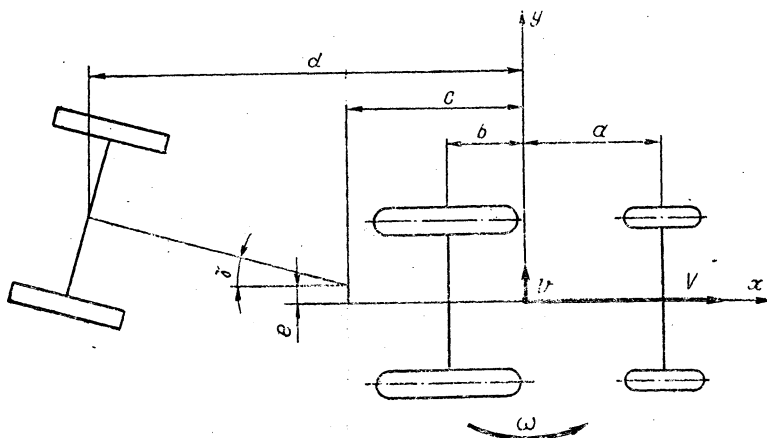


Рис. 1. Схема тракторного поезда

Схема сил и моментов, действующих на трактор, изображена на рис. 2. При малом  $\gamma$  проекция крюковой силы на ось  $x$  равна тяговому сопротивлению прицепа  $P_{кр}$ , а проекция крюковой силы на ось  $y$

$$Y_C = P_{кр} \gamma = P_{кр} \left( \frac{d}{R} - \frac{v}{V} \right). \quad (1)$$

Сила  $P_{кр}$ , не совпадающая с продольной осью симметрии трактора, заменена на схеме той же силой, действующей вдоль продольной оси трактора, и моментом

$$M_e = P_{кр} e, \quad (2)$$

который является отклоняющим.

Влияние блокировки дифференциала учитывается моментом сопротивления повороту, возникающим вследствие разности касательных сил тяги ведущих колес:

$$M_p = (P'' - P') \frac{B}{2}, \quad (3)$$

где  $P''$  — касательная сила тяги отстающего колеса;  $P'$  — касательная сила тяги забегающего колеса;  $B$  — колея ведущих колес.

При этом считаются равными силы сопротивления колес правой и левой сторон трактора.

Не принимаются во внимание моменты сил трения, действующие на площадке контакта каждого колеса с дорогой, ввиду их малости при значительных радиусах поворота.

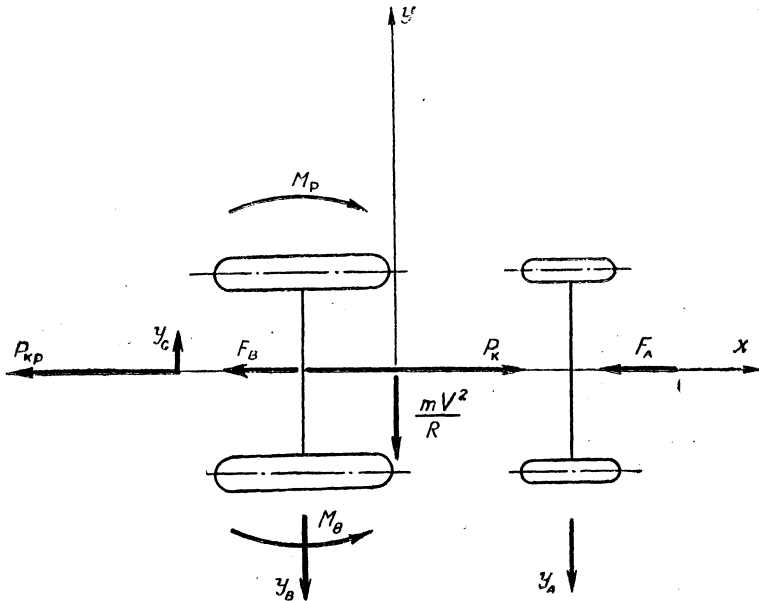


Рис. 2. Схема сил и моментов, действующих на трактор

Уравнения установившегося движения получим из условий равновесия сил и моментов, действующих на трактор:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma Y &= Y_C - Y_A - Y_B - mV^2 \frac{1}{R} = 0, \\ \Sigma M &= -Y_A a + Y_B b - Y_C c + M_e - M_p = 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $Y_A$  — суммарная боковая сила на колесах передней оси;  $Y_B$  — суммарная боковая сила на колесах задней оси;  $m$  — масса трактора.

Под действием боковой силы на опорной поверхности колес возникают боковые деформации шины и грунта. Эти деформации

сказываются таким образом, что колесо движется под углом к плоскости вращения. Связь между боковой силой  $Y$  и углом увода  $z$  может быть выражена уравнением, предложенным в работе [4]:

$$Y = C \operatorname{tg} z, \quad (5)$$

где  $C$  — коэффициент сопротивления боковому уводу.

Коэффициент сопротивления боковому уводу колеса, катящегося по деформируемой поверхности, определяется по формуле, предложенной В. Е. Красильниковым [3]:

$$C = \frac{C_{\text{ш}} C_{\text{п}}}{C_{\text{ш}} + C_{\text{п}}}, \quad (6)$$

где  $C_{\text{ш}}$ ,  $C_{\text{п}}$  — коэффициент сопротивления боковому уводу, обусловленный соответственно упругостью шины и сопротивлением почвы.

По измерениям Красильникова, величина  $C_{\text{ш}}$  на твердой и мягкой поверхности приблизительно одинакова. Поэтому в формуле (6) в качестве  $C_{\text{ш}}$  может быть использован коэффициент  $C$ , полученный на твердой поверхности.

Теоретическую величину  $C_{\text{п}}$  Красильников находит из решений дифференциальных уравнений движения гладкого жесткого колеса по деформируемой поверхности. Однако предложенные им уравнения не решаются в квадратурах. Применение их в аналитических расчетах вызывает определенные трудности.

Ниже предлагается более простой метод учета влияния деформаций почвы на величину  $C$ , выведенную на основе известной работы Е. А. Чудакова [6]. Скорость  $v_y$  бокового перемещения колеса складывается из скорости его бокового увода  $v_s$  вследствие деформации шины и скорости его бокового скольжения  $v_s$ :

$$v_y = v_s + v_s = \frac{Y}{C_{\text{ш}}} V + v_s. \quad (7)$$

Пусть скольжение колеса вызвано деформацией грунта, а результирующая скорость скольжения колеса направлена прямо противоположно результирующей силе  $P_0$ , действующей на колесо со стороны почвы:

$$P_0 = \sqrt{P^2 + Y^2},$$

где  $P$  — касательная сила тяги для ведущего колеса или сопротивление качению для ведомого колеса.

Для ведущего колеса (рис. 3) получим

$$\frac{v_s}{v_0} = \frac{Y}{P_k},$$

где  $v_0$  — скорость пробуксовывания колеса.

Из этого уравнения следует

$$v_s = v_0 \frac{Y}{P_k} = \frac{\delta V}{1 - \delta} \cdot \frac{Y}{P_k}. \quad (8)$$

Подставляя выражение (8) в равенство (7), после простых преобразований получаем уравнение для определения боковой силы

$$Y = \frac{C_{ш} P_k \frac{1 - \delta}{\delta}}{C_{ш} + P_k \frac{1 - \delta}{\delta}} \cdot \frac{v_y}{V}$$

или

$$Y = \frac{C_{ш} P_k \frac{1 - \delta}{\delta}}{C_{ш} + P_k \frac{1 - \delta}{\delta}} \operatorname{tg} \alpha, \quad (9)$$

откуда

$$C = \frac{Y}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{C_{ш} P_k \frac{1 - \delta}{\delta}}{C_{ш} + P_k \frac{1 - \delta}{\delta}} \quad (10)$$

Выражение (10) преобразуется в уравнение (6), если введем обозначение

$$C_{п} = P_k \frac{1 - \delta}{\delta}. \quad (11)$$

Для ведомого колеса аналогично найдем

$$C_{п} = F \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon}. \quad (12)$$

Так как мы имеем дело с малым поперечным смещением, то можем предположить, что составляющие скорости в направлении оси  $x$  для всех колес приблизительно равны скорости движения.

Тангенсы углов увода передней и задней осей трактора равны отношению поперечной скорости к скорости трактора:

$$\operatorname{tg} \alpha_A = \frac{v + a \omega}{V} = \frac{v}{V} + a \frac{1}{R}, \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{v - b \omega}{V} = \frac{v}{V} - b \frac{1}{R}. \quad (14)$$

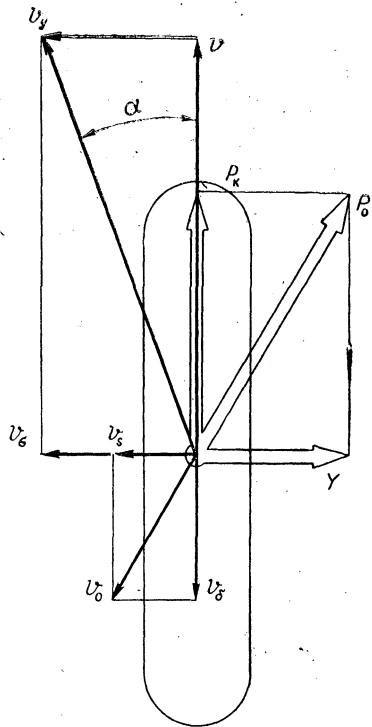


Рис. 3. Схема движения пневматического колеса с боковым уводом

Боковые силы найдем, подставив в уравнение (5) значение тангенсов углов бокового увода осей трактора из уравнений (13) и (14) вместе с соответствующими значениями коэффициентов сопротивления боковому уводу:

$$Y_A = C_A \frac{v}{V} + C_A a \frac{1}{R}, \quad (15)$$

$$Y_B = C_B \frac{v}{V} - C_B b \frac{1}{R}, \quad (16)$$

где  $C_A, C_B$  — суммарный коэффициент сопротивления боковому уводу соответственно колес передней и задней оси.

Поворот на мягкой поверхности ведущей оси с заблокированным дифференциалом происходит главным образом вследствие различной величины буксования отстающего и забегающего колес.

Зависимость между радиусами качения колес при повороте выражается следующим уравнением:

$$\frac{r_k''}{r_k'} = \frac{R - 0,5B}{R + 0,5B} = \frac{2R - B}{2R + B}, \quad (17)$$

где  $r_k''$ ,  $r_k'$  — радиус качения соответственно отстающего и забегающего колеса.

Полагая, что радиусы качения колес без буксования равны  $r_k$ , можем записать

$$\left. \begin{aligned} r_k'' &= r_k(1 - \delta''), \\ r_k' &= r_k(1 - \delta'), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где  $\delta''$ ,  $\delta'$  — коэффициент буксования соответственно отстающего и забегающего колес.

Тогда уравнение (17) преобразуется так:

$$\frac{1 - \delta''}{1 - \delta'} = \frac{2R - B}{2R + B}. \quad (19)$$

Отсюда находим

$$\delta'' - \delta' = \frac{B}{R} \left( 1 - \frac{\delta'' + \delta'}{2} \right). \quad (20)$$

Потеря скорости центральной точки оси определяется коэффициентом буксования

$$\delta_0 = \frac{\delta'' + \delta'}{2}. \quad (21)$$

Из уравнений (20) и (21) следует

$$\delta'' - \delta' = \frac{B}{R} (1 - \delta_0)$$

или

$$\Delta\delta = \frac{B}{R} (1 - \delta_0). \quad (22)$$

Заменяем кривую касательной силы тяги трактора  $P_k = f(\delta)$  в окрестности точки  $\delta_0$  прямой

$$\Delta P_k = 2(P'' - P') = k_p \Delta\delta, \quad (23)$$

где

$$k_p = \frac{\partial P_k}{\partial \delta}.$$

Тогда, используя зависимость (22), получим

$$P'' - P' = k_p \frac{B}{2R} (1 - \delta_0). \quad (24)$$

Подставляя значение разности касательных сил тяги колес из уравнения (24) в равенство (3), найдем момент сопротивления повороту

$$M_p = k_p B^2 \frac{1 - \delta_0}{4} \cdot \frac{1}{R}. \quad (25)$$

Если принять линейную зависимость касательной силы тяги от буксования, то можно записать

$$k_p = \frac{P_k}{\delta_0}.$$

Подставляя это значение в уравнение (25), получим известную формулу Е. Д. Львова [5]:

$$M_p = P_k \frac{1 - \delta_0}{4\delta_0} \cdot \frac{B^2}{R}. \quad (26)$$

Результаты предварительных расчетов показали, что величина момента сопротивления повороту, подсчитанная по формуле (25), меньше величины, определенной по формуле (26), и с увеличением  $\delta$  это различие становится существеннее.

При вычислении коэффициентов сопротивления боковому уходу необходимо знание продольных сил на колесах трактора и их связи с буксованием или скольжением.

Зависимость касательной силы тяги трактора от буксования может быть выражена формулой [7]

$$P_k = 2(A_s + Z \operatorname{tg} \varphi) \left[ 1 - \frac{k}{\delta l} \left( 1 - e^{-\frac{\delta l}{k}} \right) \right], \quad (27)$$

где  $A$  — площадь поверхности контакта колеса;  $s$  — коэффициент связности;  $Z$  — вертикальная реакция почвы на колесо;  $\varphi$  — угол

внутреннего трения в грунте;  $l$  — длина контактной поверхности;  $k$  — коэффициент.

Приближенно можно считать, что при действии на ведущие колеса боковой силы  $Y$  связь между силой  $P_k$  и буксованием  $\delta$  выражается уравнением

$$P_k = 2 \frac{As + Z \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1 + \left(\frac{Y}{P_k}\right)^2}} \left[ 1 - \frac{1}{j} (1 - e^{-l}) \right], \quad (28)$$

где

$$j = \frac{\delta l}{k} \sqrt{1 + \left(\frac{Y}{P_k}\right)^2}.$$

Для ведомой оси связь силы сопротивления качению  $F$  со скольжением  $\varepsilon$  выразим аналогичной зависимостью, подставив в формулу (28)  $F$  вместо  $P_k$  и  $\varepsilon$  вместо  $\delta$ .

Если пренебречь обратимой деформацией грунта, то можно приближенно установить, что

$$A = b \sqrt{D} (\sqrt{h+u} + \sqrt{u}), \quad (29)$$

где  $b$  — ширина колеса;  $D$  — диаметр колеса;  $h$  — глубина колеи;  $u$  — деформация шины.

Определение глубины колеи является сложной задачей. В настоящей работе эта задача значительно упрощается благодаря следующим допущениям. Рассматривается качение колеса по грунту нормальной влажности, для которого сопротивление вдавливания пропорционально глубине колеи:

$$q = \sigma_r h,$$

где  $\sigma_r$  — коэффициент объемного смятия.

Не принимается во внимание обратимая деформация почвы. Считается, что для малых нормальных деформаций шины давление по площади контакта пропорционально деформации шины в данной точке:

$$q = \sigma_{ш} u,$$

где  $\sigma_{ш}$  — коэффициент деформации шины.

На основе этих допущений, пользуясь методикой теории колеобразования [1], получим

$$Z = \frac{2}{3} b \sqrt{D} [\sigma_r h \sqrt{h+u} + \sigma_{ш} u \sqrt{u}]. \quad (30)$$

В уравнении (30) вместо величины  $u$  подставляем выражение

$$u = \frac{\sigma_r}{\sigma_{ш}} h. \quad (31)$$



Решая уравнения (30) и (31) относительно  $h$ , получим

$$h = \left[ \frac{3Z}{2b \sqrt{D} \sigma_r \left( \sqrt{1 + \frac{\sigma_r}{\sigma_{ш}}} + \sqrt{\frac{\sigma_r}{\sigma_{ш}}} \right)} \right]^{\frac{2}{3}}. \quad (32)$$

Величина  $\sigma_r$  связана с размерами колеса корреляционной зависимостью [5]:

$$\sigma_r = \frac{\sigma'}{\sqrt{bD}}, \quad (33)$$

где  $\sigma'$  — коэффициент объемного смятия почвы, полученный при вдавливании штампа плотномера.

Если допустить, что  $\sigma_{ш}$  не зависит от плотности грунта, то величина последней может быть найдена по теоретической формуле, которая предлагается без вывода,

$$\sigma_{ш} = \frac{3Z}{4B \sqrt{Du_m^3}}, \quad (34)$$

где  $u_m$  — максимальная деформация шины на твердой дороге.

Для настоящего исследования предложенная формула (34) кажется достаточно точной, так как существенные свойства упругости, связанные с размерами шины, ею учитываются.

Сопrotивление качению колеса определяется по известной формуле

$$F = \frac{1}{2} \sigma_r b h^2. \quad (35)$$

Если подставить выражения (15), (16), (25) для боковых сил и момента сопротивления повороту в уравнения (4), то получим

$$\left. \begin{aligned} a_{11} \frac{v}{V} + a_{12} \frac{1}{R} &= 0, \\ a_{21} \frac{v}{V} + a_{22} \frac{1}{R} &= M_e, \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

где

$$a_{11} = C_A + C_B + P_{кр}; \quad a_{12} = C_A a - C_B b - P_{кр} d + mV^2;$$

$$a_{21} = C_A a - C_B b - P_{кр} c; \quad a_{22} = C_A a^2 + C_B b^2 + P_{кр} cd + N;$$

$$N = \kappa_p B^2 \frac{1 - \delta_0}{\delta_0}.$$

Из уравнений (36) следует

$$\frac{1}{R} = \frac{a_{11}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} M_e,$$

$$\frac{v}{V} = \frac{a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} M_e. \quad (38)$$

Для исследования был выбран трактор МТЗ-50 со следующими конструктивными данными: эксплуатационный вес  $G = 3185$  кг; расстояние от передней оси до центра тяжести  $a = 1,59$  м; расстояние от центра тяжести до задней оси  $b = 0,77$  м; расстояние от центра тяжести до прицепного крюка  $c = 1,88$  м; высота дышла над плоскостью дороги  $h_{кр} = 0,48$  м; шины передних колес 6,5—20"; шины задних колес 12—38"; колея ведущих колес  $B = 1,8$  м.

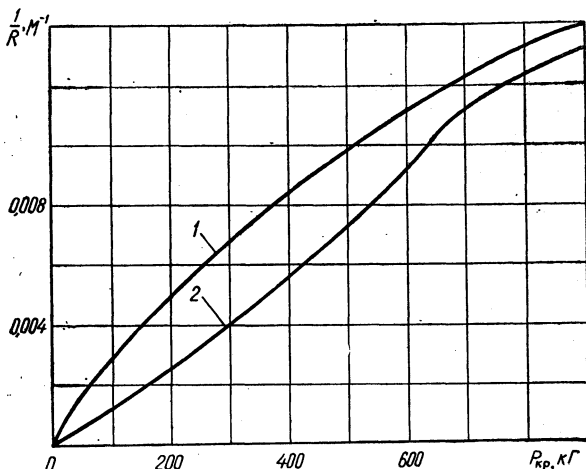


Рис. 4. Зависимость кривизны самопроизвольного поворота трактора от величины нецентрально приложенного тягового сопротивления прицепа:  
1 — для трактора с неблокированным дифференциалом;  
2 — для трактора с блокированным дифференциалом

Расстояние от центра тяжести до передней оси прицепа принято равным  $d = 4,2$  м. Принятые характеристики грунта: коэффициент объемного смятия  $\sigma' = 5$  кг/см<sup>3</sup>; коэффициент связности  $s = 0,1$  кг/см<sup>2</sup>; угол внутреннего трения  $\varphi = 24^\circ$ ; коэффициент, характеризующий сдвиг почвы,  $k = 3$  см.

При постоянном значении  $e = 0,195$  м рассчитывалась кривизна поворота трактора в зависимости от усилия на крюке. Расчетная зависимость кривизны поворота от усилия на крюке для трактора с блокированным и неблокированным дифференциалом представлена на рис. 4.

Как показали расчеты, применение блокировки дифференциала улучшает устойчивость прямолинейного движения трактора. Влияние блокировки дифференциала на устойчивость прямолинейного движения уменьшается с ростом усилия на крюке, что объяс-

няется уменьшением момента сопротивления повороту ведущей оси с заблокированным дифференциалом.

### Л и т е р а т у р а

1. В. Ф. Бабков и др. Проходимость колесных машин по грунту. М., 1959.
2. В. В. Гуськов. Оптимальные параметры сельскохозяйственных тракторов. М., 1966.
3. В. Е. Красильников. Качение колеса по деформируемой поверхности с боковым уводом. «Тракторы и сельхозмашины», 1966, № 6.
4. А. С. Литвинов. Особенности неустановившегося поворота автомобилей. «Автомобильная промышленность», 1960, № 6.
5. Е. Д. Львов. Теория трактора. М., 1960.
6. Е. А. Чудаков. Качение автомобильного колеса. М., 1947.
7. K o m a n d i G y ö r g y. Bestimmung der physikalische Bodenkennwerte au Grund der Zusammenhänge zwischen Scherdiagramm und Zugkraftcharakteristik. „Landtechnische Forschung“, 1966, 16, № 14.