

УДК 621-192

Ю.М. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ, чл.-корр. НАН Беларуси, д-р техн. наук
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

М.И. МИХАЙЛОВ, д-р техн. наук; К.М. МИХАЙЛОВ
Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого, Республика Беларусь

О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЖУЩЕГО БАРАБАНА УСТРОЙСТВА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ РАСТИТЕЛЬНОЙ МАССЫ КОРМОУБОРОЧНОГО КОМБАЙНА

Разработана математическая модель режущего барабана устройства измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна. Установлен характер возможных значений перемещений и скоростей в фазовой плоскости.

Ключевые слова: кормоуборочный комбайн, устройство измельчения растительной массы, режущий барабан, математическое моделирование

Введение. При проектировании технологических систем должны учитываться условия, в которых они будут происходить, например, в устройстве измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна (рисунок 1). Только с учетом этих условий можно ставить задачу об оптимизации и повышении их работоспособности [1–5]. При известных внешних условиях (например, известны вероятностные характеристики внешних сил, действующие на технологическую систему), воспользовавшись методами теории случайных процессов, можно определить усилия, возникающие в конструкции, по которым можно судить о ее возможной работоспособности [6–11].

Работоспособность конструкции существенно зависит от того, насколько точно принятые в расчетах внешние возмущения или условия работы конструкции отражают реально действующие условия работы. Для получения вероятностных характеристик случайных функций надо иметь большое число реализаций процесса, что может быть сопряжено с большими трудностями при проведении экспериментальных исследований или с большими материальными затратами [4, 6–13]. Поэтому возникает задача о методах оценки воздействия случайных возмущений на механическую систему при минимально возможной информации о случайных функциях.

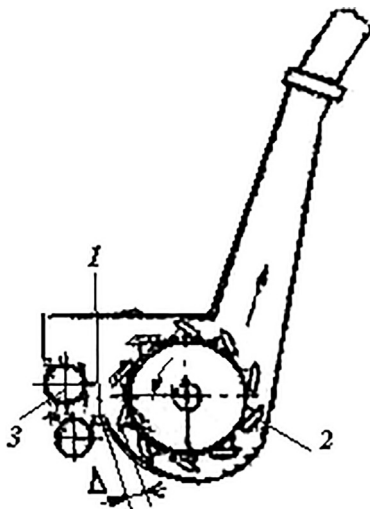


Рисунок 1 — Схема измельчающего аппарата кормоуборочного комбайна: 1 — противорежущий брус; 2 — режущий барабан; 3 — питающий аппарат

Наиболее простым при экспериментальном исследовании является определение допуска случайной величины или области возможных значений случайной функции нагрузки [3, 4, 14–18]. На рисунке 2 а показана область возможных значений случайной функции $R(t)$, когда ее экстремальные значения равны по модулю и неизменны во времени. Во время работы технологических систем (ТС) происходит износ их элементов [19–21]. В процессе изнашивания возрастают нагрузки, действующие в технологической системе, например, в устройстве измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна (см. рисунок 1). В качестве критериев работоспособности выбраны динамические зазоры Δ между противорежущим брусом 1 и ножами режущего барабана 2 (см. рисунок 1). В общем случае граница области возможных значений функции $R(t)$ может меняться во времени (см. рисунок 2 б).

Поведение функции $R(t)$ внутри области возможных значений может быть любым, т. е. класс функций, характеризующий возможное поведение случайной

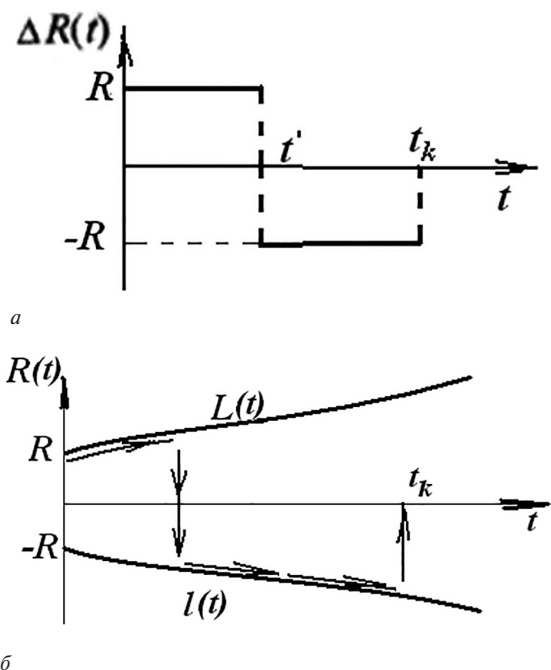


Рисунок 2 — Графики изменения нагрузки: а — ограниченной по модулю; б — случайной функцией

нагрузки $R(t)$ включает в себя и класс кусочно-непрерывных функций с разрывами первого рода. Возможное разрывное поведение функции $R(t)$ во времени показано на рисунке 2 а, б штриховой линией. Физически разрывное поведение возмущения во времени означает, что оно является безынерционным. Реальные случайные возмущения возникающие, например, при попадании инородного тела в рабочую зону устройства измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна обладают инерционностью [4, 13, 21]. Поэтому допущение о возможном разрывном поведении случайного возмущения является идеализацией реального поведения $R(t)$, однако позволяет оценить динамические показатели работоспособности системы.

Цель работы — разработка математической модели режущего барабана устройства измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна.

Основная часть. Моделирование динамических процессов технологической системы проводили на примере работы режущего барабана 2 массой m устройства измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна, который совершает перемещения под действием силы R (рисунок 3).

Сила R имеет разброс $\Delta R(t)$, причем $|\Delta R_{\max}| = a = \text{const}$, т. е. $\Delta R(t)$ является случайной функцией, ограниченной по модулю. Силу R можно представить в виде

$$R(t) = R_0(t) \pm \Delta R(t), \quad (1)$$

где $R_0(t)$ — номинальное значение силы R .

Уравнение движения инструмента m (пренебрегая всеми другими силами, кроме R) представим в виде:

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} R(t). \quad (2)$$

Требуется определить максимально возможные разбросы x и \dot{x} , которые может иметь инструмент в фиксированный момент времени t_k при действии случайной силы $\Delta R(t)$, заданной областью возможных значений. Смещение x можно представить в виде:

$$x(t) = x_0 + \Delta x(t), \quad (3)$$

где x_0 — смещение, соответствующее расчетному значению R_0 ; $\Delta x(t)$ — возможный разброс смещения, вызванный случайной силой $\Delta R(t)$.

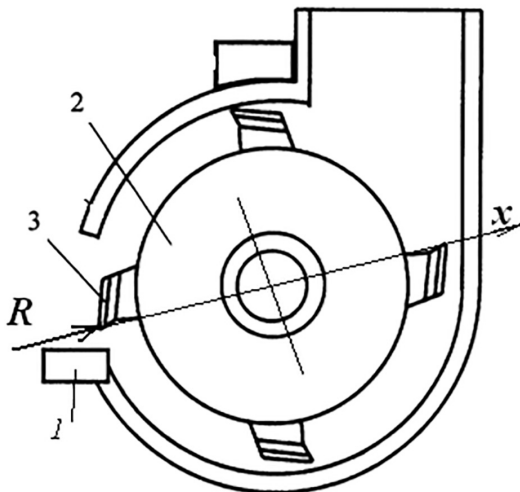


Рисунок 3 — Расчетная схема:

1 — противорежущий брус; 2 — режущий барабан; 3 — ножи

Уравнение динамического движения барабана имеет вид:

$$\Delta \ddot{x}(t) = \frac{1}{m} \Delta(t). \quad (4)$$

Полагая

$$\Delta \dot{x} = x_1; \quad \Delta x = x_2, \quad (5)$$

получаем систему уравнений

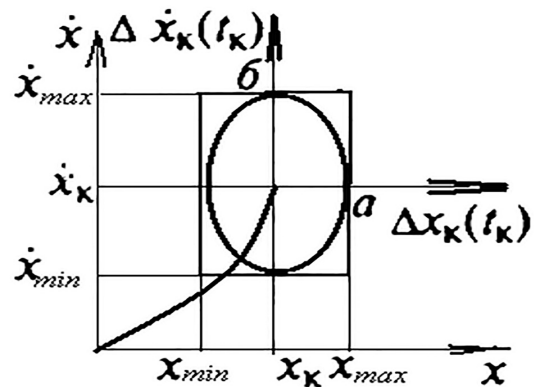
$$\dot{x}_1 = f(t); \quad \dot{x}_2 = x_1, \quad (6)$$

где $f(t) = \frac{\Delta R(t)}{m}$.

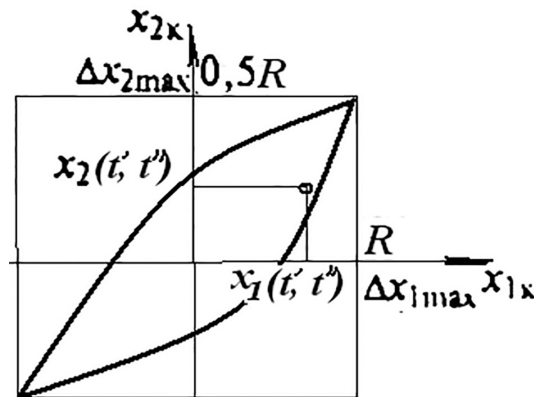
Каждому возможному $\Delta R(t)$ соответствуют определенные значения x_k и \dot{x}_k в момент времени t_k . Так как время процесса и сила $\Delta R(t)$ ограничены, то ограниченными будут Δx_1 и $\Delta \dot{x}$, поэтому, если воспользоваться фазовой плоскостью, то каждому возможному поведению $\Delta R(t)$ будут соответствовать точки плоскости $(\Delta x_k, \Delta \dot{x}_k)$, которые будут локализованы в ограниченной области фазовой плоскости.

На рисунке 4 а смещение x_k и скорость \dot{x}_k соответствуют расчетному режиму движения барабана в момент времени t_k .

Из ограниченности области возможных значений следует, что имеется предельная кривая, охватывающая область возможных значений. Предельная кривая делит фазовую плоскость на две области: область значений Δx_k и $\Delta \dot{x}_k$, реализация которых возможна (внутренняя область), и область значений Δx_k и $\Delta \dot{x}_k$, которые никогда (при данной области возможных значений ΔR) не реализуются. Знание области возможных значений Δx_k и $\Delta \dot{x}_k$ позволяет ответить на ряд практически важных



а



б

Рисунок 4 — Области возможных значений: а — при известных параметрах; б — при симметричных параметрах

вопросов, в частности: какие возможные максимальные значения Δx_k (точка *a*) и $\Delta \dot{x}_k$ (точка *b*) при самых неблагоприятных законах изменения $\Delta R(t)$, определяющих работоспособность ТС; как размеры области зависят от параметров системы и как выбрать параметры системы, при которых область достигает минимальных размеров, т. е. технологическая система будет обладать максимальной работоспособностью.

Найдем область возможных значений решения системы (6), которую (при нулевых начальных данных) можно представить в виде

$$x_1 = \int_0^{t_k} R(\tau) d\tau; \quad x_2 = \int_0^{t_k} \int_0^{\tau} R(t) d\tau = \int_0^{t_k} (t - \tau) R(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Соотношения (7) не учитывают разрывное поведение $R(\tau)$, поэтому получим выражение для x_1 и x_2 с учетом возможного разрывного $R(t)$ на интеграле времени $(0, t_k)$. Пусть, например, в момент времени t' ($t' < t_k$) функция $R(t)$ меняет знак. Для определенности можно считать, что до t' она была равна $+R$, а после t' равна $-R$, т. е.

$$R(t) = \begin{cases} R & 0 \leq t \leq t' \\ -R & t' < t \leq t_k \end{cases} \quad (8)$$

или после интегрирования:

$$x_1 = (2t' - t_k)R; \quad (9)$$

$$x_2 = R \left[\frac{1}{2} t_k^2 - (t_k - t')^2 \right]. \quad (10)$$

Возможно и несколько иное поведение функции $R(t)$, а именно: от 0 до t' функция $R(t) = -R$, а от t' до t_k $R(t) = +R$. При таком законе изменения $R(t)$ знаки перед интегралами в правой части выражений (7) изменятся на обратные, т. е. возможны значения x_1 и x_2 с противоположными знаками. Область возможных значений x_1 и x_2 при $t = t'$ ограничивается кривыми (10), заданными в параметрическом виде. Если положить $t_k = 1$, то выражения для x_1 и x_2 будут иметь вид:

$$x_1 = (2t' - 1)R; \quad x_2 = R \left(2t' - \frac{1}{2} - t'^2 \right) \text{ при } 0 \leq t' \leq 1. \quad (11)$$

Выражения (11) дают одну ветвь предельной кривой. Вторая ветвь будет симметричной (относительно начала координат), так как возможны значения x_1 и x_2 , равные по величине, но противоположные по знаку. На рисунке 4 б область возможных значений ограничена кривой, она занимает лишь часть площади, построенной на максимальных значениях x_1 и x_2 , если функция $R(t)$ на интервале $(0, t_k)$ имела один разрыв. Рассмотрим случай, когда функция $R(t)$ имеет два разрыва в моменты t' и t'' ($t'' > t'$):

$$R(t) = \begin{cases} R & \text{при } 0 \leq \tau \leq t'; \\ -R & \text{при } t' < \tau < t''; \\ R & \text{при } t'' < \tau < t_k. \end{cases} \quad (12)$$

Выражения для x_1 и x_2 после интегрирования будут иметь вид (при $t_k = 1$):

$$x_1 = (2t' - 2t'' + 1)R; \quad (13)$$

$$x_2 = \frac{R}{2} \left[1 + 2(1 - t'')^2 - 2(1 - t')^2 \right].$$

Взяв два произвольных момента времени $t' = 0,4$; $t'' = 0,6$, из (13) получим x_1 и x_2 :

$$x_1(t', t'') = 0,6R; \quad x_2(t', t'') = 0,3R.$$

На рисунке 4 б показана эта точка, которая попала внутрь ограниченной области. Взятый при построении области закон изменения нагрузки (с одним разрывом) оказался наиболее неблагоприятным. В этом частном примере возможен такой закон изменения функции нагрузки $R(t)$ ($R = \text{const}$) на всем интервале времени, при котором достигается совместный максимум функций x_1 и x_2 при $t = t_k$ (причем возможны совместные максимумы только одного знака).

Из выражения (13) легко установить, что x_1 и x_2 были бы в два раза больше, т. е. область увеличилась бы, но ее форма и положение внутри прямоугольной области не изменились бы. Подобное увеличение или уменьшение допуска на возмущение рабочей нагрузки приводит к подобному изменению области возможных значений решений системы дифференциальных уравнений. В рассмотренном примере область возможных значений x_1 и x_2 получилась симметричной относительно начала координат, что, однако, не всегда имеет место. Положение области возможных значений решений системы (для рассматриваемого примера это функции x_1 и x_2) зависит от границ возможных возмущений (функции $R(t)$ в данном примере).

Пример. При расчете измельчающего барабана будем исходить из следующих исходных данных:

- пропускная способность $G = 30$ кг/с;
- угол заточки ножа $\beta = 25$ град;
- толщина ножа $b_1 = 8$ мм;
- ширина ножа $b = 100$ мм;
- количество ножей $Z = 10$;
- ширина горловины приемной камеры $B = 640$ мм;
- ширина фаски ножа $b_2 = 14$ мм.

Скорость подачи растений питающим аппаратом V_n . Расчет производим без учета буксования.

$$V_{\min} = \frac{\pi}{30} \cdot n_1^I \cdot \frac{D_{\text{вэл}}}{2} = \frac{3,14}{30} \cdot 134 \cdot \frac{0,14}{2} = 0,98 \text{ м/с};$$

$$V_{\max} = \frac{\pi}{30} \cdot n_1^{II} \cdot \frac{D_{\text{вэл}}}{2} = \frac{3,14}{30} \cdot 414,3 \cdot \frac{0,14}{2} = 3,035 \text{ м/с},$$

где n_1^I, n_1^{II} — частота вращения нижнего заднего вальца на I и II передачах соответственно, об/мин; $D_{\text{вэл}}$ — диаметр вальца нижнего заднего, мм.

Толщина слоя материала h_{\max} , как и высота горловины приемной камеры измельчающего аппарата определяется исходя из заданной пропускной способности барабана, расчетной минимальной длины резки, ширины горловины приемной камеры по формуле:

$$h_{\max} = \frac{G \cdot 60 \cdot 10^3}{B \cdot l_{\min} \cdot Z \cdot n \cdot Y} = \frac{30 \cdot 60 \cdot 10^3}{640 \cdot 2,8 \cdot 10 \cdot 2100 \cdot 300} = 88,6 \text{ мм},$$

где Y — объемная масса сжатой вальцами массы, равная 300–600 кг/м³, принимаем $Y = 300$ кг/м³.

Принимали $h_{\max} = 90$ мм.

Диаметр барабана определялся из соотношения:

$$D_6 = \frac{h_{\max}}{0,25 \div 0,15} = \frac{90}{0,15} = 600 \text{ мм}.$$

В зависимости от толщины кромки лезвия сила резания одним ножом изменяется от $R = 2136$ Н до $R = 3295$ Н при $m = 200$ кг.

Рассмотрим сначала случай изменения силы в виде

$$R(t) = \begin{cases} R & \text{при } 0 \leq \tau \leq t'; \\ 0 & \text{при } t' \leq \tau \leq t_k. \end{cases} \quad (14)$$

После вычислений получим при $t_k = 1$:

$$x_1 = t'R; \quad x_2 = \frac{R}{2}[2t' - t'^2]. \quad (15)$$

При изменении функции $R(t)$:

$$R(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq \tau \leq t'; \\ R & \text{при } t' \leq \tau \leq t. \end{cases}$$

x_1 и x_2 имеют вид

$$x_1 = 1 - t'; \quad x_2 = \frac{1}{2}(1 - t')^2. \quad (16)$$

Системы (15) и (16) определяют уравнение предельной кривой (две ветви). Соответствующая область показана на рисунке 5.

Для данных рассматриваемого примера: $t' = 0,0028$ с; $t_k = 0,0293$ с; $x_1 = 0,388$ м/с; $x_2 = 4,5$ мм.

В рассмотренных примерах границы области, внутри которой изменялась нагрузка $R(t)$, были постоянными во времени. Аналогичным образом может быть определена область и для случая, когда границы области зависят от времени t , как, например, показано на рисунке 2 б, т. е.

$$l(t) \leq R(t) \leq L(t). \quad (17)$$

В общем случае на систему могут действовать и несколько случайных возмущений $R_k(t)$, ограниченных по модулю и удовлетворяющих условиям

$$l_i(t) \leq R_i(t) \leq L_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, k), \quad (18)$$

где $l_i(t)$, $L_i(t)$ — известные функции времени, являющиеся нижней и верхней границами области возможных значений, внутри которой функция $R_i(t)$ может принимать любые значения.

Предельные значения функции $f(l_i \text{ и } L_i)$ могут быть и не зависящими от времени t (колебание параметров ТС). Множество функций, удовлетворяющих условиям (18), включает в себя и детерминированные функции, изменяющиеся во времени по известным законам, оставаясь внутри области возможных значений. Среди удовлетворяющих условию (18) могут быть и функции, сохраняющие постоянные случайные значения в течение всего процесса, например случайные начальные данные (радиальное биение ножей барабана). Для случайных функций, сохраняющих постоянное числовое значение в течение процесса, введем обозначение R_i^0 . Функции $R_i^0(t)$ могут принимать любое значение внутри интервала:

$$l_i^0 \leq R_i^0(t) \leq L_i^0. \quad (19)$$

Ограничения типа (18) или (19) на возмущения имеют вполне определенный физический смысл, ха-

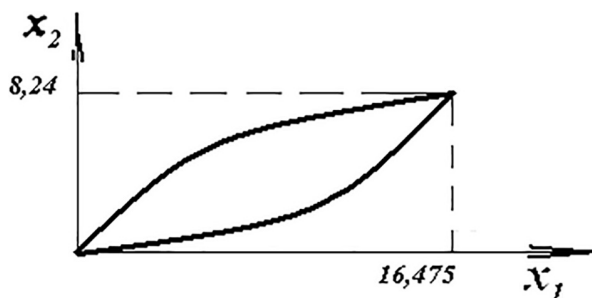


Рисунок 5 — Область возможных значений

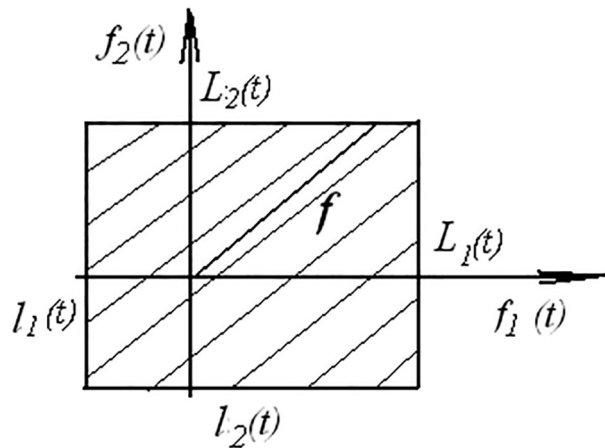


Рисунок 6 — Область возможных и допустимых значений

рактеризуя предельно возможные отклонения возмущений, которые могут быть в данной технологической системе. В процессе работы, где возмущения R_i характеризуют разбросы сил (или параметров системы), допуски на отклонения этих величин от их номинальных значений могут быть установлены достаточно точно.

Случайные функции $R_i(t)$ и случайные величины $R_i^0(t)$, удовлетворяющие условиям (18) и (19) соответственно, являются независимыми. Например, если на технологическую систему действуют две случайные функции $R_1(t)$ и $R_2(t)$, удовлетворяющие условиям (18), то в любой момент времени их возможные значения находятся внутри прямоугольной области (рисунке 6). В этом случае компоненты вектора возмущений являются независимыми.

Наряду с независимыми случайными возмущениями возможны и зависимые случайные возмущения, ограниченные по модулю.

Выводы. Разработаны математические модели режущего барабана устройства измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна. Установлен характер возможных значений перемещений и скорости режущего барабана в фазовой плоскости. Использование предложенных математических моделей позволит оптимизировать параметры режущего барабана устройства измельчения растительной массы кормоуборочного комбайна, работающего в конкретных условиях.

Список литературы

1. Афанасьев, Н.И. Жатвенные механизмы кормоуборочных машин / Н.И. Афанасьев, В.А. Дьяченко, Э.Л. Сорокин. — Минск: Ураджай, 1983. — 136 с.
2. Резник, Н.Е. Силоуборочные комбайны / Н.Е. Резник. — М.: Машиностроение, 1964. — 447 с.
3. Теория, конструкция и расчет сельскохозяйственных машин / Е.С. Босой [и др.]. — М.: Машиностроение, 1978. — 568 с.
4. Верховский, А.Я. Динамические явления, возникающие в механизме сенокосилки в случае внезапного защемления ножа / А.Я. Верховский, С.И. Яременко // Сельхозмашина. — 1930. — № 7. — С. 13–15.
5. Афанасьев, Н.И. Пути повышения надежности кормоуборочной техники / Н.И. Афанасьев // Повышение качества и технического уровня сельскохозяйственных машин — ключевое звено Продовольственной программы. — Минск: БелНИИНТИ, 1983. — С. 6–7.
6. Афанасьев, Н.И. Методы и средства испытаний на надежность кормоуборочной техники / Н.И. Афанасьев, В.А. Дьяченко, М.П. Паляница // Пути повышения технического уровня и надежности кормоуборочной техники. — Гомель: Гомельоблмашформ. — 1986. — С. 41.

7. Дьяченко, В.А. Динамическая нагруженность и надежность жатковых механизмов кормоуборочных машин / В.А. Дьяченко // Повышение качества и технического уровня сельскохозяйственных машин. — Минск: БелНИИНТИ, 1983. — С. 16–17.
8. Балицкий, Ф.Я. Виброакустическая диагностика зарождающихся дефектов / Ф.Я. Балицкий. — М.: Наука, 1984. — 120 с.
9. Анилович, В.Я. Определение показателей надежности сельскохозяйственных машин по экспериментальным данным / В.Я. Анилович, И.П. Сычев // Тр. Укр. НИИ с.-х. машиностроения. — 1967. — Вып. 4. — С. 267–280.
10. Цитович, И.С. Безотказность и долговечность тракторов и сельскохозяйственных машин / И.С. Цитович, Н.Н. Дорожкин, В.А. Дьяченко. — Минск: Ураджай, 1977. — 152 с.
11. Кугель, Р.В. Испытания на надежность машин и их элементов / Р.В. Кугель. — М.: Машиностроение, 1982. — 182 с.
12. Ермолов, Л.С. Основы надежности сельскохозяйственной техники / Л.С. Ермолов, В.М. Кряжнов, В.Е. Черкун. — М.: Колос, 1974. — 224 с.
13. Долгов, И.А. Динамическая нагруженность измельчающего аппарата кормоуборочного комбайна / И.А. Долгов, В.А. Дьяченко, А.И. Стефанович // Комплексная механизация и автоматизация сельскохозяйственного производства: межвуз. сб. / РИСХМ. — Ростов-на-Дону, 1986. — С. 91–100.
14. Альгин, В.Б. Надежность технически сложных изделий в свете «Индустрии 4.0» / В.Б. Альгин, Н.Н. Ишин // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объед. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: С.Н. Поддубко [и др.]. — 2017. — Вып. 6. — С. 43–54.
15. Арсаланов, А.М. Расчет элементов конструкций заданной надежности при случайных воздействиях / А.М. Арсаланов. — М.: Машиностроение, 1987. — 167 с.
16. Болотин, В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В. Болотин. — М.: Машиностроение, 1984. — 312 с.
17. Светлицкий, В.А. Случайные колебания механических систем / В.А. Светлицкий. — М.: Машиностроение, 1991. — 318 с.
18. Венцель, Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Венцель, Л.А. Овчаров. — М.: Высш. шк., 2000. — 383 с.
19. Михлин, В.М. Управление надежностью сельскохозяйственной техники / В.М. Михлин. — М.: Колос, 1984. — 335 с.
20. Афанасьев, Н.И. Жатвенные механизмы кормоуборочных машин / Н.И. Афанасьев, В.А. Дьяченко, Э.Л. Сорокин. — Минск: Ураджай, 1983. — 136 с.
21. Псырков, Н.В. К анализу напряженно-деформированного состояния и поврежденности трибофатической системы режущего аппарата сельскохозяйственной техники / Н.В. Псырков, С.С. Щербаков // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объед. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: А.А. Дюжев [и др.]. — 2012. — Вып. 1. — С. 263–267.

Pleskachevskii Yu.M., Mikhaylov M.I., Mikhaylov K.M.

On mathematical model of cutting drum of field chopper of a forage combine harvester

A mathematical model of the cutting drum of the field chopper of a forage combine harvester is developed. The nature of possible values of displacements and velocities in the phase plane is established.

Поступила в редакцию 03.08.2020.