

пользуются различные приближения. В данной работе будем характеризовать отскок мяча радиуса  $R$  с помощью нормального коэффициента восстановления  $\beta_y$  и тангенциального коэффициента восстановления  $\beta_x$ , определяемых по формулам:

$$\beta_x = -\frac{(v_{x2} - R\omega_2)}{(v_{x1} - R\omega_1)}, \quad (2.1)$$

$$\beta_y = \frac{v_{y2}}{v_{y1}}. \quad (2.2)$$

Предположим, также выполнение закона сохранения момента импульса:

$$I\omega_1 + mRv_{x1} = I\omega_2 + mRv_{x2}. \quad (3)$$

Момент инерции шара  $I = \alpha mR^2$ . Тогда, формула (3) преобразуется к виду:

$$v_{x1} - v_{x2} = \alpha R(\omega_2 - \omega_1). \quad (4)$$

Из формул (2.1), (4) получаются выражения для скоростей шара после удара:

$$v_{x2} = v_{x1} \frac{1 - \alpha\beta_x}{1 + \alpha} + \alpha R\omega_1 \frac{1 + \beta_x}{1 + \alpha}, \quad (5.1)$$

$$\omega_2 = \frac{v_{x1}}{R} \frac{1 + \beta_x}{1 + \alpha} + \omega_1 \frac{\alpha - \beta_x}{1 + \alpha}. \quad (5.2)$$

Проводились расчеты для теннисного мяча толщиной 6 мм, радиусом  $R = 3,35$  см,  $\alpha = 0,55$ , скорость  $v_1 = 10$  м/с при различных коэффициентах восстановления, угловых скоростях вращения и углах падения  $\theta_1$ . Зависимость угла отражения от угла падения представлена на рис. 2, где 1 – при  $R, \alpha = 0$ ; 2 –  $\omega_1 = 0$ ; 3 –  $\omega_1 = 30$  рад/с; 4 –  $\omega_1 = 60$  рад/с.

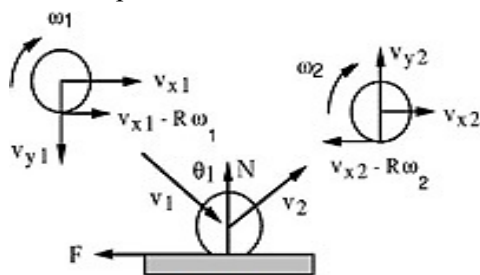


Рис. 1. Схематическое изображение падения шара

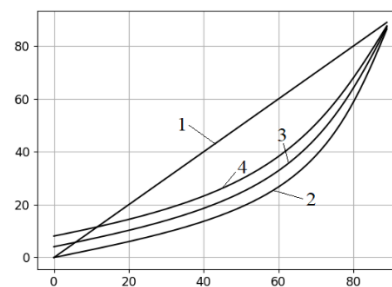


Рис. 2. Зависимость угла отражения от угла падения:  
1 – при  $R, \alpha = 0$ ; 2 –  $\omega_1 = 0$ ; 3 –  $\omega_1 = 30$  рад/с;  
4 –  $\omega_1 = 60$  рад/с

### Литература

1. Cross, R. Grip-slip behavior of a bouncing ball / R. Cross // American Journal of Physics. – 2002. – Vol. 70, № 11. – С. 1093–1102.
2. Cross, R. Bounce of a spinning ball near normal incidence / R. Cross // American journal of physics. – 2005. – Vol. 73, № 10. – С. 914–920.

УДК 681

## ОЦЕНКА РАДИУСА ПЯТНА КОНТАКТА СФЕРА–ПЛОСКОСТЬ ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ

Магистрант 61315023 Красневский Д. Ю

Кандидат техн. наук, доцент Ризноокая Н. Н.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Трение и адгезия при контакте твердых тел накладывают серьезные ограничения на точность и конструкцию приборов. Особенно велико их влияние в микромеханических приборах [1]. Поэтому исследованиям взаимодействия твердых тел на микроучастках поверхности уделяется большое внимание. Для точной оценки параметров адгезии требуется оценить геометрические размеры контакта взаимодействующих тел.

Существует несколько подходов к определению радиуса пятна контакта  $a$ .

Наиболее распространенным способом оценки радиуса пятна контакта является теоретический расчет по формулам Герца. Для контакта сфера-плоскость твердых материалов:

$$a = \left( \frac{3PR}{4E^*} \right)^{1/3}, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус шарика;  $P$  – нагрузка;  $P = mg$ ;  $E$  – приведенный модуль Юнга

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_{\text{обр}}^2}{E_{\text{обр}}} + \frac{1 - \nu_{\text{ш}}^2}{E_{\text{ш}}} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где  $E_{\text{обр}}$ ,  $E_{\text{ш}}$  – модуль Юнга плоского образца и шарика соответственно;  $\nu_{\text{обр}}$ ,  $\nu_{\text{ш}}$  – коэффициент Пуассона плоского образца и шарика, соответственно.

Данная формула разработана для идеального случая гладких тел. Теоретические модели для учета таких факторов как шероховатость и упругость материалов были предложены И. Я. Штаерманом [2], и позже доработаны Б. П. Митрофановым [3], где приводится решение. Было предложено решение осесимметричной контактной задачи об упругом вдавливании сферы в пространство с граничным шероховатым слоем

$$\frac{1}{2} (\Theta'_1 + \Theta'_2) \int_F p dF + c\rho = \Delta - f(r), \quad (3)$$

где  $F$  – область круга касания;  $p$  – давление в области;  $\Delta$  – сближение контактирующих тел;  $c$  – коэффициент, характеризующий деформационные свойства шероховатого слоя;  $f(r)$  – функция, зависящая от геометрического очертания контактирующих тел.

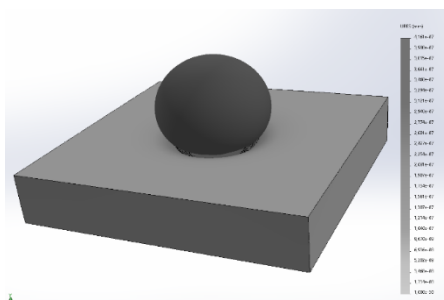


Рис. 1. Статическое исследование перемещения исследуемой пары образцов

Случай, когда  $c = 0$  соответствует решению Герца для идеально гладких поверхностей. С ростом  $c$  увеличивается роль шероховатого слоя в процессе формирования ФПК, которая сводится к увеличению ее размеров и снижению величины максимального давления в центре площадки. Если оценивать степень равномерности распределения давления отношением максимальной величины к среднему значению, то учет шероховатости приводит к росту этого отношения, т. е. к снижению равномерности эпюры давления.

Для исследования поверхностной плотности работы адгезии, применяется два метода расчета радиуса пятна контакта: с применением САПР (Solidworks Simulation), и с методом расчет по Герцу.

В таблице 1 приведены результат расчета с образцом шарика диаметром 20 мм и массой 13,36 г.

При расчете с помощью Solidworks Simulation был произведен выбор размера сетки. Для этого проведены три симуляции с разным размером сетки (3 мм, 0,6 мм и 0,3 мм) при общей массе системы в 80 грамм, влияющий на конечное результат и выбрана сетка, при которой наблюдается наименьший разброс результатов.

Проведена симуляция при различной нагрузке на шарик и проведены расчеты по формуле Герца (1). Результаты расчетов представлены в табл. 1 и на рис. 2.

Таблица 1 – Результаты расчетов

Масса системы	Solidworks Simulation	Форм. Герц
80,00	24,642	22,190
77,38	24,244	21,945
75,00	23,854	21,718
70,00	23,071	21,224
67,63	22,738	20,982
65,95	22,414	20,806
65,00	22,260	20,706
60,00	21,418	20,161

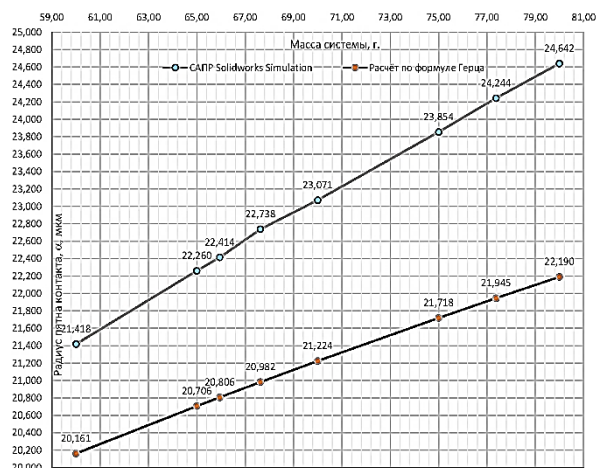


Рис. 2. Сравнение радиуса пятна контакта

Анализ полученных данных показывает, что отклонение результатов симуляции от теоретических результатов по формуле Герца лежит в интервале от 6 до 11 %.

Применение САПР позволяет упростить и визуализировать расчет контактных задач, а также позволяет оценить механических напряжения, возникающие в телах при данном контакте.

#### Литература

1. Джилавдари, И. З. Феноменологическая теория микрокачаний шарика на пятне контакта / И. З. Джилавдари, Н. Н. Ризноокая // Трение и смазка в машинах и механизмах. – 2010. – № 1. – С. 3–12.
2. Штаерман, И. Я. Контактная задача теории упругости. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 270 с.
3. Митрофанов, Б. П. Оссиметричная контактная задача для упругого тела с поверхностным слоем // Тезисы докладов Всесоюзного научно-технического семинара по контактной жесткости в машиностроении. – Тбилиси: НТОМашпром ГССР, 1974. – С. 101–103.

УДК 004.451

### СРАВНЕНИЕ ОПЕРАЦИОННЫХ СИСТЕМ LINUX И WINDOWS

Студент гр. 11303123 Кузнецов А. С.

Кандидат физ.-мат. наук, доцент Гацкевич Е. И.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

В настоящее время наиболее распространенной операционной системой (ОС) является Windows. Однако, среди продвинутых пользователей весьма часто используется ОС Linux. Привлекательность семейства ОС Linux обусловлена их бесплатностью и открытыми кодами [1]. Существует несколько разновидностей Linux. Разновидности Linux называют дистрибутивами. Наиболее популярными среди начинающих пользователей являются Ubuntu, Fedora и Mint. Эти дистрибутивы распространяются по свободной лицензии. Их установочные пакеты находятся в свободном доступе в интернете. Всего существует несколько сотен готовых ОС Linux.

В настоящей работе проведено сравнение ОС Windows и Linux. Для проведения такого сравнения на один компьютер было установлено две ОС: Windows 10 и дистрибутив Linux Mint 21.2. Установка двух ОС возможна благодаря тому, что в операционных системах Linux есть возможность распознать уже установленную Windows. Как известно, для загрузки ОС Windows используется специальная область жесткого диска, называемая MBR (Master Boot Record). Для Linux на жестком диске отводится специальная область, называемая GRUB (GRand Unified Bootloader). При установке Linux GRUB заменяет загрузчик Windows. GRUB сканирует диск, идентифицирует установленную на нем ОС Windows и запоминает адрес загрузчика. У пользователя на стадии загрузки появляется возможность выбора ОС. Если пользователь выберет Windows, а не Linux, GRUB передаст управление соответствующему загрузчику. Такая установка называется «рядом» (alongside) [1].

Для установки второй ОС был скачан ISO-образ Mint [2]. При создании загрузочной USB флешки использовалась утилита Rufus. Изначально на диске находились только том с Windows