

МОБР		=МОБР(B1:E4)				
	A	B	C	D	E	
1	A (4x4)	-0,83229	-1,97998	-1,30729	0,567324	
2		0,42336	-1,30729	0,567324	1,920341	
3		-2,27041	-2,87677	1,920341	1,507805	
4		-2,87677	-0,83825	1,97096	-0,291	
5						
6	A <sup>-1</sup> (4x4)	(B1:E4)	-0,97844	1,214945	-1,28392	
7		0,3047	1,325177	-1,54625	1,327196	
8		-0,63362	-0,59657	0,882251	-0,60077	
9		0,521524	1,814818	-1,58111	1,364038	

Рис. 10.

Шаг 6. Найдем вектор неизвестных X, умножив обратную матрицу A<sup>-1</sup> на вектор C: X=CA<sup>-1</sup>. Для этого выделим группу ячеек, в которых должен разместиться вектор неизвестных (рис. 11), и активизируем последовательно команды Вставка функции → МУМНОЖ (рис. 12 – в пособии приводится иллюстрация открывшегося окна "Мастер функций"). В диалоговом окне функции МУМНОЖ с помощью блока выбора значений выделим последова-

A	B	C	D	E	F	G	
1	A-1 (4x4)	-0,57565	-0,97844	1,214945	-1,28392	C (1x4)	0,708994
2		0,3047	1,325177	-1,54625	1,327196		4,871448
3		-0,63362	-0,59657	0,882251	-0,60077		2,200289
4		0,521524	1,814818	-1,58111	1,364038		15,54768
5							
6	X (1x4)	x <sub>1</sub>					
7		x <sub>2</sub>					
8		x <sub>3</sub>					
9		x <sub>4</sub>					

Рис. 11.

МУМНОЖ		=МУМНОЖ(B1:E4;G1:G4)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	A-1 (4x4)	-0,57565	-0,97844	1,214945	-1,28392	C (1x4)	0,708994
2		0,3047	1,325177	-1,54625	1,327196		4,871448
3		-0,63362	-0,59657	0,882251	-0,60077		2,200289
4		0,521524	1,814818	-1,58111	1,364038		15,54768
5							
6	X (1x4)	x <sub>1</sub>	G1:G4				
7		x <sub>2</sub>	23,9042				
8		x <sub>3</sub>	-10,7548				
9		x <sub>4</sub>	26,93929				

Рис. 14.

МУМНОЖ		=B4*SC66+C4*SC67+D4*SC68+E4*SC69						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	A (4x4)	-0,83229	-1,97998	-1,30729	0,567324	C (1x4)	0,708994	
2		0,42336	-1,30729	0,567324	1,920341		4,871448	
3		-2,27041	-2,87677	1,920341	1,507805		2,200289	
4		-2,87677	-0,83825	1,97096	-0,291		15,54768	
5								
6	X (1x4)	x <sub>1</sub>	-22,4633	a <sub>11</sub> x <sub>1</sub> + a <sub>12</sub> x <sub>2</sub> + a <sub>13</sub> x <sub>3</sub> + a <sub>14</sub> x <sub>4</sub> = c <sub>1</sub>				
7		x <sub>2</sub>	23,9042	a <sub>21</sub> x <sub>1</sub> + a <sub>22</sub> x <sub>2</sub> + a <sub>23</sub> x <sub>3</sub> + a <sub>24</sub> x <sub>4</sub> = c <sub>2</sub>				
8		x <sub>3</sub>	-10,7548	a <sub>31</sub> x <sub>1</sub> + a <sub>32</sub> x <sub>2</sub> + a <sub>33</sub> x <sub>3</sub> + a <sub>34</sub> x <sub>4</sub> = c <sub>3</sub>				
9		x <sub>4</sub>	26,93929	a <sub>41</sub> x <sub>1</sub> + a <sub>42</sub> x <sub>2</sub> + a <sub>43</sub> x <sub>3</sub> + a <sub>44</sub> x <sub>4</sub> = c <sub>4</sub>				
10								
11			0,708994					
12			4,871448					
13			2,200289					
14			E4*SC69					

Рис. 15.

тельно матрицу A<sup>-1</sup> и матрицу-вектор C и заполним поля Массив1 и Массив2 или просто запишем их координаты (рис. 13). Завершаем действие с функцией МУМНОЖ, нажав одновременно комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter (рис. 14 – в пособии приводится иллюстрация открывшегося окна функции "МУМНОЖ"). В результате решения системы линейных уравнений (3) с помощью матричных операций получены значения неизвестных: x<sub>1</sub> = -22,46, x<sub>2</sub> = 23,9, x<sub>3</sub> = -10,74, x<sub>4</sub> = 26,94 (рис. 14).

Шаг 7. Проверим правильность решения системы линейных уравнений (3) с помощью подстановки, т.е. запишем каждое уравнение из системы уравнений (3) в ячейки, указывая координаты ячеек с соответствующими значениями элементов матрицы A (4x4) a<sub>1j</sub>, a<sub>2j</sub>, ..., a<sub>4j</sub> и элементов матрицы-вектора X (1x4) x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub>, x<sub>4</sub> (рис. 15).

В результате проведенной проверки получен вектор свободных членов системы уравнений (3), аналогичный вектору C (1x4), т.е. система уравнений (3) решено правильно (рис. 15).

Можно сделать вывод, что пошаговое иллюстративное представление изменений, происходящих при изучении материала, создает спокойную обстановку в работе, слушатель более уверенно начинает работать, сравнивая свои действия с учебным материалом и не боясь что-либо испортить, так как знает, что всегда можно вернуться к предыдущему шагу.

1. Чичко О. И., Махнач В. И., Чичко А. Н. Алгоритмы и технология решения задач матричного исчисления в MS EXCEL: Учебное пособие. – Мн.: БНТУ, 2005. – 106 с.
2. Чичко О. И., Махнач В. И., Чичко А. Н. Алгоритмы и технология решения численных задач в MS EXCEL: Курс лекций по дисц. "Разработка интегрированных САПР/АСТПП" для студ. спец. Т10.02.00 "Программное обеспечение информационных технологий" и Т10.02.02 "Системы автоматизированного проектирования". Раздел "Алгоритмы и технология решения численных задач в MS EXCEL". – Мн.: БНТУ, 2005. – 102 с.

УДК 519:669.27

**СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ "ПРОЛИТ- 1К" И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР И НАПРЯЖЕНИЙ В КОКИЛЕ**

О.И. Чичко, Т.В. Матюшинец, В.Ф. Одиночко  
Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

Л.В. Марков  
ОАО "Могилевский металлургический завод"  
Могилев, Беларусь

Представлена САЕ система "ПРОЛИТ- 1К", предназначенная для моделирования процессов, протекающих при литье в кокиль. На примере промышленной отливки показаны возможности численного моделирования процессов заполнения кокилей и их нагрева. Этот материал может быть использован для слушателей с целью повышения их квалификации в области применения компьютерных технологий в промышленности.

Проектирование кокилей в литейном производстве является одной из сложнейших научно-технических задач, от решения которой зависит эффективность производства. От выбора конструкции кокиля в значительной степени зависит его стойкость в процессе эксплуатации. Поэтому разработка компьютерных систем для оценки пространственной конфигураций кокилей с точки зрения их стойкости и заполнения кристаллизующимся металлом является актуальной задачей направленной на снижение сроков проектирования и качества литья. В Белорусском национальном техническом университете разрабатываются САЕ-система "ПроЛит-1к" предназначенная для численного моделирования процессов заполнения кокилей и анализа их термостойкости. Моделирование процесса нагрева кокиля позволяет проследить динамику изменения температуры, фазовых превращений, напряжений и деформаций в любой момент времени в любом сечении кокиля в процессе заполнения его металлом. В основе пакета лежит математическое ядро, построенное на уравнении теплопроводности, уравнении равновесия, уравнениях связи деформаций и напряжений, клеточно-автоматных правилах и других уравнениях, используемых в теории температурных напряжений.

Работа с компьютерной системой проводится в несколько этапов: 1) построение трехмерного изображения отливки и кокиля в графическом редакторе; 2) импортрование электронной копии детали формата .stl в систему "ПроЛит-1к"; 3) разбиение отливки и кокиля на сеточные элементы, 4) задание материалов отливки, кокиля, а также их теплофизических свойств (теплопроводность, теплоемкость, плотность); 5) задание начальных и граничных условий нагрева (охлаждения) отливки и кокиля; 6) моделирование (расчет) во всех плоскостях детали и ее объеме полей: температур, скоростей металла ( $v_x, v_y, v_z$ ) напряжений ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma$ ); деформаций ( $\epsilon_v, \epsilon_H, \epsilon_R, \epsilon; \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{zx}$ ); 7) анализ термонапряженного, структурного состояния кокиля в любой пространственной точке на основе критических напряжений и деформаций.

В основе математического ядра компьютерной системы лежат трехмерные расчеты нагрева кокиля в условиях его заполнения расплавом. Математически рассчитываемое температурное поле определяется скоростными потоками расплава, с учетом уравнений движения Навье – Стокса:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial v_y}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) - g, \\ \frac{\partial v_z}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \cdot \rho = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \\ = \frac{1}{c(T)\rho} \left( \frac{\partial \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \right. \\ \left. + \frac{\partial \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) + \\ + \frac{F(x, y, z, \tau)}{c(T(x, y, z, \tau)) \cdot \rho}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\tau$  – время течения расплава;  $x, y, z$  – декартовы координаты (ось  $Y$  направлена вертикально);  $v_x, v_y, v_z$  – проекции скоростей элементов расплава на координатные оси  $X, Y, Z$  соответственно;  $P(\tau)$  – давление в расплаве;  $\rho$  – плотность расплава;  $\eta$  – динамическая вязкость;  $T$  – температура;  $\lambda(T)$  – коэффициент теплопроводности расплава;  $c(T)$  – удельная теплоемкость расплава;  $F(x, y, z, \tau)$  – функция объемной плотности мощности выделения теплоты при кристаллизации.

Проиллюстрируем пример использования "ПроЛит-1к" для моделирования технологического процесса получения отливки "решетка", изготавливаемой на ОАО "ММЗ". На первом этапе строилось изображение промышленного 3d-кокиля. Далее он разбивался на сеточные элементы таким образом, чтобы самая тонкая его стенка имела размер не ниже 2-сеточных элементов. На втором этапе, используя начальные и граничные условия для расплава было рассчитано поле скоростей и температур расплава в кокиле. Затем температурное поле отливки принималось в качестве начального для кокиля. То есть начальные условия по температурам для кокиля при решении уравнения теплопроводности являлись динамически изменяющимися температурами отливки. На третьем этапе проводился расчет температур кокиля.

На рис. 1 представлено изображение кокиля и находящейся в нем отливки "решетка". На рис. 2 представлено распределение температур в фиксированный момент времени для выделенной плоскости кокиля. Как видно из рис.2, на момент времени  $\tau=150$ с температура в сечении в основном соответствует интервалу температур 200...220°C. Число клеток, имеющих температуры 320...340°C, незначительно. Причем основное повышение температуры кокиля наблюдается в местах соединения литниковой системы и отливки. То есть, основной вклад в высокие температуры кокиля вносится литниковой системой. Из рисунка видно, что уменьшение температур идет в направлении уменьшения значений  $X$ . С увеличением времени температура в сечении увеличивается, о чем свидетельствует увеличение доли клеток с температурой  $T \in [220^\circ\text{C}, 240^\circ\text{C}]$ .

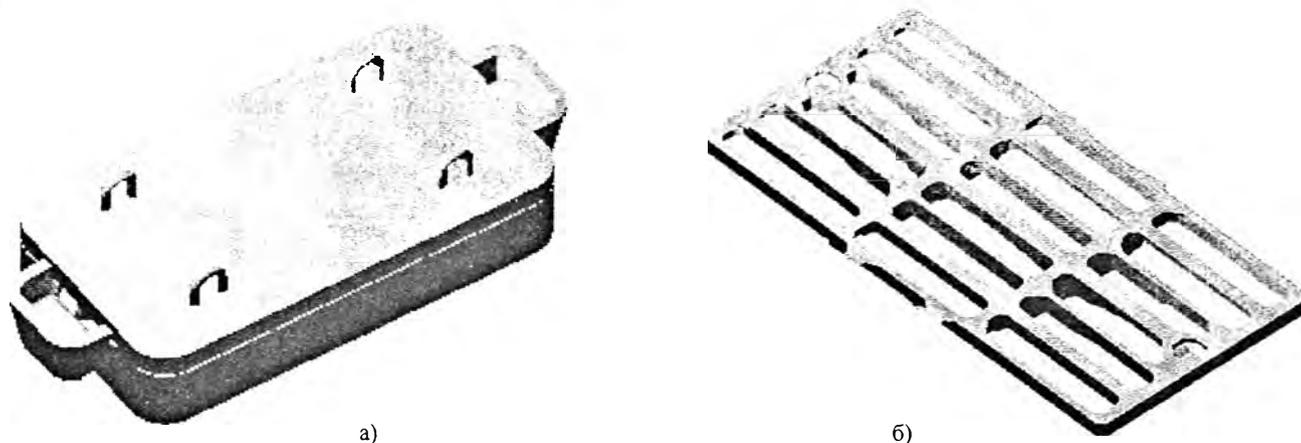


Рис.1. Рассчитываемое пространство отливки "решетка" (б) и кокиля(а)

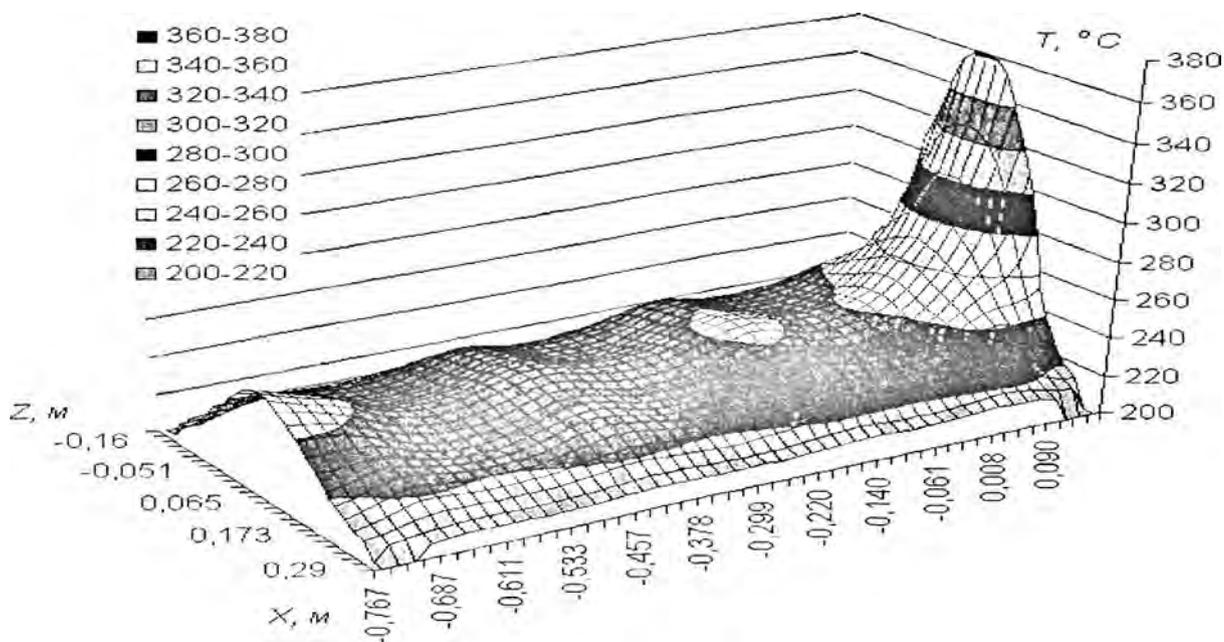


Рис.2. Распределение температуры в одном из сечений, находящимся на расстоянии 0,01 м от поверхности кокиля, в момент времени  $t=150$  с

Представленные зависимости показывают, что положение литниковой системы и размеры ее каналов могут являться причиной анизотропного температурного поля, что способствует условиям образования трещин в кокиле. Таким образом, причина того, что распределение температур в сечениях носит волнообразный характер, связана с неравномерным распределением заливаемого металла в кокиль и сложной конфигурацией отливки.

Таким образом, выполненные исследования показали, что на основе математического моделирования и компьютерных расчетов можно проводить исследование динамики распределения температур во времени 3d-кокилей. Это позволяет предложить метод расчета температур по объему формы в качестве основного инструмента для выбора конфигурации кокиля на этапе его проектирования. Сущность этого метода состоит в том, чтобы выбрать оптимальную конфигурацию кокиля по характеру динамики частотных зависимостей числа сеточных элемен-

тов показывающих объемное распределение температур металлической формы при его заполнении расплавом. Данный метод отличается от известных тем, что он учитывает динамику заполнения формы и пространственное положение литниковой системы.

Система "ПроЛит-1к" открывает новые возможности для разработчиков, проектирующих технологическую оснастку, что позволяет существенно снизить сроки проектирования и повысить качество отливок получаемых при литье в кокиль.

- 1 Чичко А.Н., Яшкевич Ю.В., Соболев В.Ф., Чичко О. И. Компьютерное моделирование в задачах термоупругости сложных пространственных деталей // Известия вузов. Энергетика. – 2003. – № 3. – С. 68-74.
- 2 Чичко А.Н., Соболев В.Ф., Марков Л.В. О перспективах разработки методов расчета кокилей на основе компьютерных технологий // Литье и металлургия. – 2004. – № 2. – С.19-21.