УДК 681.52 (0.75.8)

ФЕНОМЕН ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ КАК ОСНОВА ЭКСПРЕСС-МЕТОДОВ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Кулаков Г.Т., Кулаков А.Т.
Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Республика Беларусь

Феномен золотого сечения заключается в том, что объекты природы, экономики, общества, техники, включая системы автоматического управления, стремятся к состоянию устойчивого гармонического развития, когда отношение между показателями большей и меньшей частями элементов систем соответствуют золотой пропорции [1,2]. Поэтому при решении задач структурно-параметрической оптимизации систем автоматического управления сложными динамическими системами, позволяющими достигать высокого качества управления, целесообразно использование феномена золотого сечения и ряда численных значений отношения между числами последовательности ряда Фибоначчи, которые позволяют математически строго найти идеальные соотношения структуры оптимальных регуляторов и их параметров динамической настройки [3].

Феномен (греческое phainomenon – являющее себя) проявляется как идентичное в многообразии способов его данности [4].

В 1202 году итальянский математик (монах из Пизы) опубликовал математический труд «Книга об абаке» (счетной доске), где собрал известные в то время задачи, включая задачу «Сколько пар кроликов в один год от одной пары родится». В книге он выстроил следующий ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,…, который стал известен как ряд Фибоначчи. Если при этом предыдущее число ряда делить на последующее, то численное значение отношения между числами последовательности будет увеличиваться и при $n = 12$ достигает числа $\varphi = 0{,}618...$(число Фибоначчи), которое формирует бесконечный ряд пропорций золотого сечения:

$$1, \varphi, \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4, \varphi^5, \varphi^6, \varphi^7, ..., \varphi^n . \qquad (1)$$

Этот ряд получил широкое распространение в архитектуре, скульптуре, живописи и т.д.

Так, например, пропорции храма Василия Блаженного в Москве определяются восьмью членами $n = 8$ золотого сечения (1). В теории автоматического управления в большинстве случаев достаточно использовать численные значения отношения между предыдущим числом ряда Фибоначчи к предыдущему при $n = 6$ [3].

Еще Пифагор установил, что наиболее совершенным делением целых чисел на две неравные части является такое деление, при котором целое так относится к большей части целого, как большая часть относится к меньшей части:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}, \qquad (2)$$

где x - большая часть целого; $1-x$ - меньшая часть целого.

Пропорцию (2) можно записать также, как отношение большей части целого x к целому (1), а меньшей части $(1-x)$ к большей:

$$\frac{x}{1} = \frac{1-x}{x}. \qquad (3)$$

Пропорцию (3) представим в виде квадратичного уравнения:

$$x^2 = 1-x, \qquad (4)$$

один из корней которого будет равен отношению меньшей части к большей:

$$x_1 = \varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618...,$$

а отношение большей части к меньшей

$$x_2 = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}618.... \qquad (5)$$

В пропорциях золотого сечения можно в качестве целого принимать любое число, взятое за 100% (рис. 1), а затем меньшую часть брать за целое и т.д.

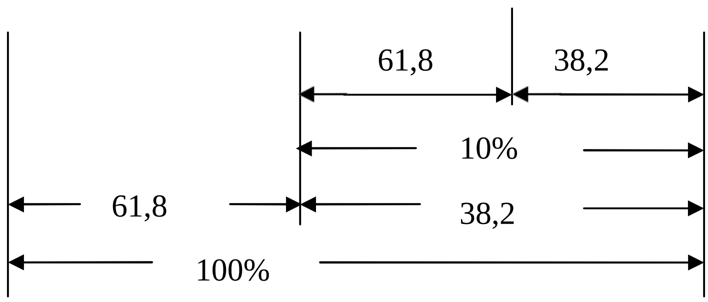

Рис. 1. Интерпретация частей золотого сечения в процентах

Вместе с тем большая часть целого в пропорции золотого сечения, а также само целое могут быть выражены не только числами, но и соответствующими передаточными функциями систем автоматического управления. Так, например известная передаточная функция оптимального регулятора с динамическим компенсатором динамики объекта имеет следующий вид [3]:

$$W_{Р}^{opt}(p) = \frac{1}{W_{ОБ}(p)} * \frac{W_{ЗД}^{opt}(p)}{1-W_{ЗД}^{opt}(p)} = [W_{ОБ}(p)]^{-1} W_{ЗД}^{РС}(p) \qquad (6)$$

где $W_{ОБ}(p)$ - передаточная функция объекта по каналу регулирующего воздействия; $W_{ЗД}^{opt}(p)$ - заданная передаточная функция критерия оптимальной отработки скачка задания замкнутой системой; $W_{ЗД}^{PC}(p)$ - заданная передаточная функция разомкнутой системы, равная [3]:

$$W_{ЗД}^{ЗС}(p) = \frac{W_{ЗД}^{opt}(p)}{1 - W_{ЗД}^{opt}(p)} = W_{P}^{opt}(p) W_{ОБ}(p); \tag{7}$$

где $[W_{ОБ}(p)]^{-1}$ - компенсатор динамики объекта.

Если за большую часть целого принять заданную передаточную функцию замкнутой системы

$$x = W_{ЗД}^{opt}(p), \tag{8}$$

то правая часть пропорции золотого сечения (1) с учетом (7) примет вид:

$$\frac{W_{ЗД}^{opt}(p)}{1 - W_{ЗД}^{opt}(p)} = W_{P}^{opt}(p) W_{ОБ}(p). \tag{9}$$

Из равенства (9) находим передаточную функцию оптимального регулятора с динамическим компенсатором:

$$W_{P}^{opr}(p) = \frac{1}{W_{ОБ}(p)} * \frac{W_{ЗД}^{opt}(p)}{1 - W_{ЗД}^{opt}(p)}, \tag{10}$$

которая равна известной передаточной функции (6).

Если с учетом (8) левую часть пропорции (1) приравнять передаточной функции разомкнутой системы, то получим равенство

$$\frac{1}{W_{ЗД}^{opt}(p)} = W_{ЗД}^{PC}(p), \tag{11}$$

откуда целое будет равно произведению заданной передаточной функции разомкнутой системы на заданную передаточную функцию замкнутой системы:

$$1 = W_{ЗД}^{PC}(p) W_{ЗД}^{opt}(p), \tag{12}$$

которой соответствует, например, структурная схема программной системы автоматического управления (рисунок 2):

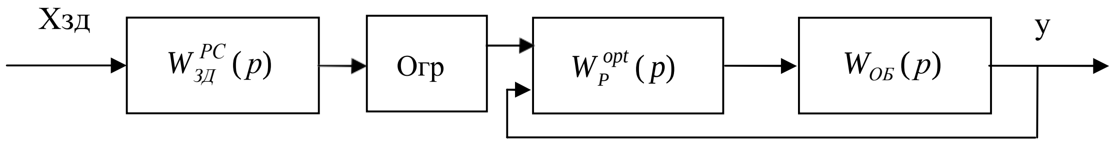

Рис. 2. Структурная схема программной системы автоматического управления температурой перегретого пара при пуске котлоагрегата энергоблока

Здесь между выходом программного задающего устройства (ПЗУ) с передаточной функцией $W_{ЗД}^{PC}(p)$ и регулятором $W_{P}^{opt}(p)$ установлен ограничитель $Огр$.

Пусть передаточная функция объекта управления имеет следующий вид:

$$W_{ОБ}(p)=\frac{K_1}{T_1 p+1}, \qquad (13)$$

где K_1 - коэффициент передачи; T_1 - постоянная времени объекта управления.

Передаточной функции (13) объекта управления соответствует заданная передаточная функция критерия оптимальной отработки скачка задания [3]:

$$W_{ЗД}^{opt}(p)=\frac{1}{T_{ЗД}\,p+1}, \qquad (14)$$

где $T_{ЗД}$ - единственный расчетный параметр динамической настройки оптимального регулятора, равный

$$T_{ЗД}=\gamma T_1. \qquad (15)$$

Здесь γ - весовой коэффициент из ряда чисел пропорции золотого сечения (1):

$$\gamma\in[1,\varphi,\varphi^2,\varphi^3,\varphi^4,\varphi^5,...\varphi^n]. \qquad (16)$$

При этом передаточная функция разомкнутой системы с учетом (14) примет вид идеального интегрирующего звена:

$$W_{ЗД}^{PC}(p)=\frac{1}{T_{ЗД}\,p}, \qquad (17)$$

которая реализует с ограничителем *Огр* заданную передаточную функцию программы подъема температуры пара за котлом с заданной скоростью.

Программу отрабатывает оптимальный регулятор пускового впрыска с передаточной функцией вида [3] с учетом (13) и (14):

$$W_P^{opt}(p)=[W_{ОБ}(p)]^{-1}W_{ЗД}^{PC(n=1)}(p)=\frac{T_1(T_1 p+1)}{K_1 T_1 T_{ЗД}\,p}=\frac{K_P(T_И\,p+1)}{T_И\,p}, \qquad (18)$$

реализованный в структуре ПИ-регулятора с одним расчетным параметром динамической настройки $T_{ЗД}=\gamma T_1$. Структура оптимального регулятора с динамической компенсацией соответствует структуре пропорции золотого сечения.

Здесь: $K_P=\dfrac{T_1}{K_1 T_{ЗД}}$ - коэффициент передачи; $T_И=T_1$ - время интегрирования регулятора.

При достижении номинального значения температуры перегретого пара система начинает выполнять функцию стабилизации регулируемого параметра.

Выводы:

1. Структура оптимального регулятора с динамической компенсацией должна полностью соответствовать структуре пропорции золотого сечения и структуре передаточной функции объекта управления по каналу регулирующего воздействия.

2. Для расчета параметров оптимальной динамической настройки регуляторов и для объектов с запаздыванием за целое необходимо принимать условное запаздывание, а для объектов без запаздывания – малую постоянную времени передаточной функции объекта управления по каналу регулирующего воздействия. Для объектов с передаточной функцией в виде инерционного звена первого порядка – время разгона T_1.

3. Использование феномена золотого сечения в инвариантных системах автоматического управления теплоэнергетическими процессами позволяет достигать высокого качества отработки основных внешних воздействий на систему, существенно лучшего иностранных аналогов [3].

1. Сороко, Э.М. Золотое сечение, процессы самоорганизации и эволюции систем: введение в общую теорию гармонизации систем/ Э.М. Сороко. М.: Комкнига, 2006. - 264с.
2. Кулаков, Г. Т., Кравченко В.В. Феномен золотого сечения как фактор структурной устойчивости и гармонии динамических систем// Сборник материалов секции «Энергетическая безопасность союзного государства». Форум проектов программ Союзного государства – III Форум вузов инженерно-технического профиля (6 – 11 октября 2014 года). – Минск: БНТУ, 2014.- С.111.
3. Теория автоматического управления: учебное пособие/ Г.Т.Кулаков [и др.]; под ред. Г.Т. Кулакова. – Минск: Вышэйшая школа. 2022. - 197с.
4. Большой энциклопедический словарь: Философия, социология, религия, изотеризм, политэкономия/ Главн. науч. ред. и сост. С.Ю. Солодовников. – Мн.: МФЦТ, 2002. – 1008с.