### В.И. ТИМОМПОЛЬСКИЙ, В.Е. РОТЕНБЕРГ, Н.Л. МАНДЕЛЬ, Э.А. ГУРВИЧ, С.З. МИРОНОВИЧ

## ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОЛ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУР УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОМ НАГРЕВЕ МАССИВНЫХ ПЛАСТИН

В работе рассматриваются закономерности появления термических напряжений и деформаций по сечению массивной однородной пластины при организащии на ее поверхности высокотемпературного теплового потока излучением и конвекцией.

Рассмотрим квазистатическую, несвязанную задачу термоупругопластичности [1, 2] для конкретных реальных условий нагрева. Такой подход возможен, так как возникающая вследствие этого погрешность итоговых вычислений за счет пренебрежения инерционным эффектом и эффектом связанности полей температур и деформаций для данного класса задач практически мала [3-5].

Задача по определению полей температур, напряжений и деформаций решена последовательно для инерционного ( $0 \le \tau \le \tau_0$ ) и регулярного ( $\tau_0 \le$  $\leq \tau < \infty$ ) этапов нагрева (распространения теплоты).

Используя линейную аппроксимацию теплофизических характеристик для исследуемых марок сталей, имеем исходную температурную задачу [6]:

$$\frac{\partial}{\partial X} (1 + \epsilon_{\rm c} \theta) \frac{\partial \theta}{\partial F_0} = (1 + \epsilon_{\lambda} \theta) \frac{\partial \theta}{\partial X} :$$
  
$$\theta (X, F_0)|_{F_0 = 0} = \theta_0 = \text{const}; (1 + \epsilon_{\lambda}) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \overline{q} = \text{Sk} (1 - \theta_{\rm n}^4) +$$
  
$$+ \text{Bi}(1 - \theta_{\rm n}) ,$$

где X = x/L;  $\theta = T(x, \tau)/T_c$ ;  $\theta_{II} = (t_r + 273)/(t_c + 273)$ ; Fo =  $a\tau/L^2$  - соответственно безразмерные координата, температура текущая и поверхности, время :  $\epsilon_{\lambda} = \delta_{\lambda} T_c / \lambda$  ;  $\epsilon_c = \delta_c T_c / c_v$ ;  $\delta_{\lambda}$  и  $\delta_c - т$ ангенсы угла наклона. В безразмерных переменных задача имеет вид:

для инерционного этапа

$$\begin{split} & \operatorname{Fo}_{\mu} = (1 - \beta^2) \frac{1 + \varepsilon_{c} \theta_{o}}{6(1 + \varepsilon_{\lambda} \theta_{o})} ; \quad 0 \leq \beta \leq 1; \\ & \theta_{\mu}(X; \tau) = \theta_{o} + (\theta_{\pi\mu} - \theta_{o}) \frac{X^2 - \beta^2 + 2\beta^2 \ln(\beta/X)}{1 - \beta^2 + 2\beta^2 \ln\beta} ; \\ & \theta_{\pi\mu} = \theta_{o} + \frac{(\operatorname{Sk}(1 - U^4) + \operatorname{Bi}(1 - U))(1 - \beta^2 + 2\beta^2 \ln\beta)}{2(1 + \varepsilon_{\lambda} U)(1 - \beta^2) + \operatorname{Bi}(1 - \beta^2 + 2\beta^2 \ln\beta)} ; \end{split}$$

для регулярного этапа:

$$\theta_{\mathbf{n},i} = \theta_{\mathbf{n},i-1} + \frac{3(\mathrm{Fo}_{i}-\mathrm{Fo}_{i-1})(2+\epsilon_{\lambda}\theta_{\mathbf{n},i-1}q)}{3(1+\epsilon_{c}\theta_{\mathbf{n},i-1})+(4\mathrm{Sk}^{3}+\mathrm{Bi})(1+\epsilon_{c}\theta_{\mathbf{n},i+1})};$$

$$\theta (x, \operatorname{Fo}) = \theta_{\pi i} - \frac{1}{2} \frac{q}{1 + \epsilon_{\lambda} \theta_{\pi, i-1}} (1 - X^2).$$

Полагаем, что края массивной пластины свободны от нагрузок. Рассмотрение несвязанной термомеханической задачи позволяет учесть зависимость физико-механических свойств материала пластины от температуры [7]. В работе используются справочные сведения о зависимости физико-

В работе используются справочные сведения о зависимости физикомеханических характеристик материала от температуры [8–10]. Однако отмеченные данные, особенно для области высоких температур, близких к температуре плавления, либо даны с большой погрешностью, либо вообще не охватывают необходимую область (интервал) температур. Поэтому полученные в настоящей работе результаты следует рассматривать как оценочные (качественные), цель которых — показать, насколько важно учитывать зависимость физико-механических свойств материала от температуры и какие практические рекомендации из этих расчетов вытекают.

В соответствии с принятыми направлениями координатных осей, используя условие совместности деформаций и условия равновесия (в предположении, что  $\sigma_{xx} \approx 0$ ), получим [7]:

$$\sigma = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \frac{E}{1-\nu} (a + bx - \epsilon_p - \alpha T),$$

где  $\sigma$  – напряжение; E – модуль упругости Юнга (первого рода);  $\nu$  – коэффициент Пуассона; a, b – расширение и кривизна средней поверхности пластины соответственно;  $\epsilon_p$  – пластическая деформация;  $\alpha$  – линейный коэффициент температурного расширения; T – температура пластины (T = T(x)). Определяем значения коэффициентов расширения и кривизны:

$$a = \int_{-1}^{1} \frac{E \alpha T}{1 - \nu} (A_1 - A_2 x) dx + \int_{-1}^{1} \frac{E \varepsilon_p}{1 - \nu} (A_1 - A_2 x) dx ;$$

$$b = \int_{-1}^{1} \frac{E\alpha T}{1-\nu} (A_3 x - A_2) dx + \int_{-1}^{1} \frac{E\epsilon_p}{1-\nu} (A_3 x - A_2) dx ,$$

где

$$A_{1} = \frac{1}{\Delta} \int_{-1}^{1} \frac{Ex^{2}}{1-\nu} dx ; \quad A_{2} = \frac{1}{\Delta} \int_{-1}^{1} \frac{Ex}{1-\nu} dx ;$$

$$A_{3} = \frac{1}{\Delta} \int_{-1}^{1} \frac{E}{1-\nu} \, dx ;$$

Τ, c	Расчет- ное се- чение	<i>t</i> , °C	е <sub>и</sub>	$\epsilon_p$	σ, ΜΠa · 10 <sup>-1</sup>	Признак нагрузки
360	П	195	-0,00122	-0,00071	-36,08	0
	Ц	20	0,00062	0	18,90	0
2160	П	451	-0,00097	-0,00079	-25,90	0
	Ц	320	0,00075	0	21,40	0
3960	П	659	-0,00054	-0,00315	-12,69	0
	Ц	527	0,00082	0,00013	20,79	0
5760	П	821	0,00030	-0,00266	6,05	2
	Ц	705	-0,00004	0,00030	0,88	1
7560	П	921	0,00022	-0,00213	3,77	2
	Ц	828	0,00010	0,00030	-2,05	1
9360	п	999	0,00026	-0,00185	3,92	2
	ц	924	_0,00018	0,00030	-3,15	1
11160	П	1059	0,00030	-0,00163	3,89	2
	Ц	998	-0,00026	0,00030	-3,80	1
12960	п	1106	0,00033	_0,00146	3,78	2
	ц	1056	-0,00030	0,00029	-3,90	2
14760	п	1125	0,00034	-0,00128	3,71	2
	ц	1086	-0,00031	0,00025	-3,84	2
16560	П	1154	0,00035	-0,00116	3,58	2
	Ц	1122	0,00034	0,00024	-3,72	2
18360	П Ц	1177 1151	0,00037 0,00035	-0,00107 0,00024	3,46 -3,60	2 2
20160	П	1196	0,00038	-0,00101	3,35	2
	Ц	1174	-0,00037	0,00022	-3,48	2

## *Taбa. 1.* Изменение упругих ε<sub>и</sub>, пластических ε<sub>p</sub> деформаций и напряжений σ на поверхности и в центре массивной пластины при продолж*и*тельном нагреве перед прокаткой

Примечания: П – поверхность; Ц – центральная плоскость; 0 – нагрузка; 1 – разгрузка; 2 – обратное течение.

$$\Delta = \int_{-1}^{1} \frac{E dx}{1-\nu} \int_{-1}^{1} \frac{E x^2}{1-\nu} dx - \left( \int_{-1}^{1} \frac{E x}{1-\nu} dx \right)^2 .$$

Полученное интегральное уравнение Фредгольма, аналогичное [7], решалось методом итераций. Предполагалось, что пластина изготовлена из стабильно пластичного материала с линейным анизотропным упрочнением [11]. Алгоритм решения реализован на ЕС ЭВМ, проверен на тестовых примерах, которые показали совпадение с различными случаями одновременной и неодновременной нагрузки и разгрузки, рассчитанных иными методами, например [5, 12]. Для случая неодновременной по толщине пластины разгрузки [12] шаг по времени ∆Fо должен быть выбран достаточно малым. Абсолютная погрешность для сравниваемых вариантов не превышает 1,0–1,5 %.

В качестве расчетного примера рассмотрим продолжительный нагрев стальной пластины в печи перед прокаткой.

Исходные данные для расчета: толщина 2L = 0,27 м; марка стали 45, при этом  $\delta_{\lambda} = -0,02042$ ;  $\delta_{c} = 2,47$ ; технологические ограничения — температура поверхности  $T_{n} = (1190 + 273)$  К и  $\Delta t = 20-25$  К; режим нагрева трехступенчатый.

Из приведенных расчетных результатов (табл. 1) следует, что необходимого температурного перепада  $\Delta t$  и температур поверхности массивная пластина достигает через 5,5 ч, причем в течение всей продолжительности нагрева регулярного этапа температурный перепад уменьшается. Анализ изменения температурных напряжений показывает, что своего максимального значения (360 MПа) они достигают к моменту окончания инерционного этапа (Fo = = Fo°). В дальнейшем напряжения постепенно уменьшаются. Из рис, 1 видно, что в начальном периоде упругопластические деформации развиваются от тепловоспринимающей поверхности к центру пластины. Затем на последующих временных интервалах происходит развитие зон от периферии к центру и от центра к периферии. Заметим, что упругая зона по мере проявления пластических деформаций уменьшается. Как следует из табл. 1, несмотря на значительные температуру поверхности и температурные перепады  $\Delta t$ , к моменту окончания всего процесса нагрева упругопластическая зона не охватывает всего поперечного сечения пластины. Отмеченное замечание позволяет предска-



Рис. 1. Распределение упругопластических зон в плоском слитке при продолжительном нагреве

зать порывы плоских слитков и заготовок при прокатке на обжимных и листовых станах. Упругопластическое состояние деформаций материала по всему сечению возможно достигнуть при увеличении процесса выдержки металла в печи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с. 2. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев: Наук. думка, 1970. – 308 с. 3. Боли Б., У эйнер Дж. Теория температурных напряжений. – М.: Мир, 1964. – 518 с. 4. Таk e n t Y. Foundations for conpled termoelasticity // Journal of fhermal stresses. - 1979. -No. 3-4. - P. 323-339. 5. Takent Y., Furukava T. Some considerations on thermal shock problems in a plate // Transactions of the ASME // Journal of Applied Mechanics. -1981. – No. 48. – Р. 113–118. 6. Тимошпольский В.И. Инженерный способрасчета массивных тел в условиях лучистого теплообмена // Изв. вузов. Черная металлургия. -1986. – № 7. – С. 124–127. 7. Мендельсон А., Сперо С. Общее решение упругопластического температурного напряженного состояния пластины из упрочняющего материала с произвольными свойствами // Прикладная механика. – 1962. – № 1. – С. 168-176. 8. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике / Под ред. Б.Е. Неймарка. – М.; Л.: Энергия, 1967. – 240 с. 9. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Под ред. Н.И. Безухова. – М.: Машиностроение, 1965. – 567 с. 10. Либерман Л.Я., Пейсихис М.И. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлотурбостроении / Под ред. А.А. Канаева. - М.; Л.: Машгиз, 1958. – 408 с. 11. Термопрочность деталей машин / Под ред. И.А. Биргера. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с. 12. Паркес Е. Напряжение в упругопластическом стержне при внезапном изменении температуры его поверхности // Прикладная математика (русский перевод). - 1961. - № 3. - С. 134-139.

УДК 621.923

### А.В. КОЧЕТКОВ, В.И. БУХШТЕЙН, И.А. ДАВЫДОВ, И.А. ТРУСОВА

# ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В РЕЖУЩЕЙ ПЛАСТИНЕ

Одной из важных задач теплофизики резания является определение температурного поля в режущем инструменте, так как с этим полем связаны его температурные деформации и термические напряжения, что в конечном счете влияет на точность обработки и работоспособность инструмента. Особенно актуальным является решение этих задач при обработке резанием пластинами из сверхтвердых материалов (СТМ), когда в условиях снятия тонких стружек тепловые явления становятся первостепенными и в основном определяют механизм и интенсивность протекания процессов в зоне резания.

В данное время применяются два принципиально разных вида режущих пластин из СТМ — цельные и двухслойные. Причем результаты исследований режущих свойств этих пластин отличаются друг от друга [1-4]. Многие исследователи обосновывают свои выводы экспериментальными данными, а теоретические данные отсутствуют.