Для использования предлагаемых показателей необходима методика определения Q_{c_i} и Q_{r_i}. Вычисление вероятности Q_{c_i} может быть выполнено на основе предварительной структуризации технических причин снижения электробезопасности. Структуризация предполагает тщательный анализ технологических процессов проектирования, монтажа, устройства, технической эксплуатации, экспертной оценки технического состояния электроустановки. Тогда

$$Q_c = 1 - \prod_{k=1}^{m} (1 - Q_k),$$

где Q_k – вероятность снижения электробезопасности по k-й причине; m – число выявленных при структуризации технических причин (причины снижения безопасности считаем независимыми).

В табл. 1 приводится структуризация причин, выявленных при технологических процессах монтажа линии электропередачи [3].

Вероятность эффективного срабатывания комплекса защитных мер и средств от поражения электрическим током (если считать их действия независимыми событиями) определяется выражением

$$P_з = 1 - \prod_{j=1}^{s} (1 - R_j),$$

где R_j – вероятность эффективного срабатывания j-й защитной меры или средства; s – число защитных мер и средств.

Для практического использования предлагаемой методики выявления и оценки электроопасных ситуаций необходимо разработать систему сбора и обработки статистических данных.

Чрезвычайно важным элементом технического решения задачи распознавания и предотвращения электроопасных ситуаций в электрических сетях является приборное обеспечение. Авторами разработаны схемные решения подобных приборов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Манойлов В.Е. Основы электробезопасности. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 384 с. 2. Правила техники безопасности при эксплуатации электроустановок. – М.: Энергия, 1979. – 20 с. 3. Киреев М.И., Коварский А.И. Монтаж и эксплуатация электрооборудования станций, подстанций и линий электропередач. – М.: Высш. шк.,1974. – 255 с.

УДК 517.977:621.24

В.Б. КОВАЛЕВСКИЙ, В.И. ПАНАСЮК,
д-р техн. наук (БПИ)

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

При внедрении скоростных режимов нагрева металла большое значение имеет выбор процессов управления, оптимальных по некоторым критериям, например расходу тепловой энергии [1].

Подобные проблемы сводятся к задачам оптимального управления системами с распределенными параметрами, динамика которых описывается уравнениями в частных производных. В данной работе эта задача исследуется на примере управления процессом нагрева стержня. Исследуются асимптотические по мере фазового пространства свойства оптимальных решений задачи управления уравнениями в частных производных. Доказывается сходимость решения к определенной поверхности. Приводится схема синтеза квазиоптимального управления. На основе полученных результатов сформирован алгоритм построения ϵ-оптимального решения задачи управления нагревом стержня.

Предлагаемое решение задачи оптимизации аналогично решению задач оптимального управления обыкновенными дифференциальными уравнениями [2, 3]. Рассматриваемый в работе класс задач проиллюстрируем на примере процесса нагрева стержня единичной длины.

В классической постановке эта задача имеет вид [4]:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + u(t,x); \quad \varphi(0,x) = a_0(x); \quad \varphi(t,0) = \varphi(t,1) = 0,$$

где t – текущее время: $t \geqslant 0$; x – координата точки стержня $(0 \leqslant x \leqslant 1)$; $\varphi(t,x)$ – температура в точке x стержня в момент времени t; $a_0(x)$ – распределение температуры в стержне в начальный момент времени; $u(t,x)$ – функция плотности внешних источников тепла в точке x стержня в момент времени t. Предполагается, что на концах стержня в любой момент времени поддерживается нулевая температура, материал стержня однороден, $a_0(x)$ – суммируемая с квадратом функция $(a_0(0) = a_0(1) = 0)$: $0 < \int\limits_0^1 |a_0(x)|^2\,dx < +\infty$.

Решение поставленной задачи может быть обобщенным. Требуется найти такую кусочно-непрерывную функцию плотности внешних источников $u(t,x)$, с помощью которой минимизируется $I = \int\limits_0^{+\infty}\int\limits_0^1 |\varphi(t,x)|^2\,dx\,dt$. Здесь $\varphi(t,x)$ – решение уравнения теплопроводности, а управление подчинено ограничению $\int\limits_0^1 |u(t,x)|^2\,dx \leqslant 1$.

Изучим поведение оптимальных решений. Для этого на основании поставленной задачи нагрева стержня сформулируем общую задачу в терминах теории управления.

Объект управления описывается уравнением в частных производных:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n, \varphi, \partial\varphi/\partial x_1, \partial\varphi/\partial x_2, \ldots, \partial\varphi/\partial x_n, u(x_1, x_2, \ldots, x_n)) = 0, \tag{1}$$

где $\varphi = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – неизвестная функция n действительных переменных; $u = \{u_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), u_2(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, u_r(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$ – r – вектор управления; $u_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – кусочно-непрерывные функции с конечным числом поверхностей разрывов $(i = \overline{1,r})$.

На значения управления накладываются ограничения $u(x_1, x_2, ..., x_n) \in U$. Здесь U – компактное множество в евклидовом пространстве R^r. Уравнение (1) рассматривается на некотором компактном множестве G из R^n. На этом множестве функция $F(x, \varphi, p, q)$, где $x = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, $p = \{p_1, p_2, ..., p_n\}$, $q = \{q_1, q_2, ..., q_r\}$, удовлетворяет условию неособенности $\sum_{i=1}^{n} (\partial F/\partial p_i)^2 \neq \neq 0$ и непрерывна по совокупности переменных.

Если задано $u(x) \in U$, то $\varphi = \varphi(x)$ – непрерывная и кусочно-дифференцируемая в области G функция, которая удовлетворяет (1). Полученную функцию назовем решением уравнения (1).

Если $\varphi = \varphi(x)$ – решение (1), то поверхность $\varphi = \varphi(x)$ в пространстве переменных x, φ называется интегральной поверхностью уравнения (1).

В пространстве R^n заданы непрерывные поверхности S_0 и S_1 ($S_0 \in \Gamma$, $S_1 \in \Gamma$, $S_0 \cap S_1 = \varnothing$, Γ – граница области G), на которых зафиксированы условия:

$$\varphi(x)\,|_{x \in S_0} = \overline{\varphi}_0(x); \tag{2}$$

$$\varphi(x)\,|_{x \in S_1} = \overline{\varphi}_1(x), \tag{3}$$

где $\overline{\varphi}_i(x)$ – непрерывные на S_i функции ($i = 0, 1$). Предполагаем, что если при допустимом управлении существует решение граничной задачи (1)...(3), то оно единственно.

Пусть задан функционал в области G:

$$I = \int_G f(\varphi(x_1, x_2, ..., x_n))\, dx_1 dx_2, ..., dx_n, \tag{4}$$

где $f = f(g)$ – непрерывная функция аргумента $g \in R^1$.

Требуется с помощью допустимых управлений провести такую интегральную поверхность $\varphi = \varphi(x)$, которая на непрерывных поверхностях S_0 и S_1 удовлетворяет граничным условиям (2), (3) и доставляет функционалу качества (4) наименьшее значение.

Эту задачу будем исследовать в случае, когда область G достаточно велика, т. е. $\operatorname{mes} G = \int_G dx_1 dx_2, ..., dx_n$ имеет достаточно большое значение.

Предположим, что функция $f(g)$ имеет строгий минимум. Пусть минимум достигается в точке $g^* = 0$ и

$$f(g) > f(0), \quad g \neq 0. \tag{5}$$

Кроме того, предположим, что существует допустимое управление u_0, при котором

$$F(x_1, x_2, ..., x_n, 0, 0, ..., 0, u_0) \equiv 0 \text{ на } G. \tag{6}$$

Тождество (6) означает, что интегральная поверхность φ_0^0, равная 0, является решением уравнения (1) при некотором допустимом управлении $u_0 \in U$.

Предположим также, что существуют компактные области $G_{S_0} \subset G$ и $G_{S_1} \subset G$, содержащие поверхности S_0 и S_1, при которых граничные задачи

$$\varphi(x)\,|_{x\in S_0} = \overline{\varphi}_0(x); \quad \varphi(x)\,|_{x\in V_0} = 0 \tag{7}$$

и

$$\varphi(x)\,|_{x\in S_1} = \overline{\varphi}_1(x); \quad \varphi(x)\,|_{x\in V_1} = 0 \tag{8}$$

разрешимы при допустимом управлении на поверхностях, являющихся решениями уравнения (1) (V_0 и V_1 – поверхности в R^n, принадлежащие границам областей соответственно G_{S_0} и G_{S_1}).

Условия (7) и (8) означают: некоторая интегральная поверхность φ может быть проведена таким образом, что пересекает интегральную поверхность $\varphi_0^0 \equiv 0$ на множестве $V_i (i=0, 1)$, т. е. достигает поверхности $\varphi_0^0 \equiv 0$. При этом существуют интегралы, ограниченные не зависящим от $\operatorname{mes} G$ числом M:

$$\int_{G_{S_i}} \tilde{f}(\varphi(x))\,dx_1 dx_2, \ldots, dx_n \leqslant M \; (i=0, 1), \tag{9}$$

где

$$\tilde{f}(\varphi(x)) = f(\varphi(x)) - f(0). \tag{10}$$

Обозначим через $\psi = \psi(x_1, x_2, \ldots, x_n, S_0, G)$ оптимальную интегральную поверхность, которая доставляет минимум функционалу (4) и удовлетворяет условиям (1) и (2). Эту интегральную поверхность назовем решением задачи (1), (2), (4) – задача 1. Исследуется поведение интегральной поверхности ψ в случае, если $\operatorname{mes} G$ велика так, что велико значение $\rho(S_0, S_1) = \min\limits_{x\in S_0, y\in S_1} \|x - y\|$, где $\|\bullet\|$ – евклидова норма.

Рассмотрим вспомогательную поверхность. Выберем управление таким образом, чтобы интегральная поверхность $\varphi = \varphi(x, S_0, G_{S_0})$ удовлетворяла условию (7) в области G_{S_0} и равнялась 0 в области $G \backslash G_{S_0}$. Обозначим через $\varphi(x)$ полученную интегральную поверхность и сравним ее с оптимальной поверхностью $\psi(x_1, x_2, \ldots, x_n, S_0, G)$. Из определения оптимальной интегральной поверхности имеем:

$$\int_G f(\psi(x_1, \ldots, x_n, S_0, G))\,dx_1 \ldots dx_n \leqslant \int_G f(\varphi(x_1, \ldots, x_n))\,dx_1 \ldots dx_n. \tag{11}$$

Отсюда, используя (5), (10), получим:

$$\int_G \tilde{f}(\psi(x_1, \ldots x_n, S_0, G))\,dx_1 \ldots dx_n \leqslant \int_G \tilde{f}(\varphi(x_1, \ldots, x_n))\,dx_1 \ldots dx_n;$$

$$\int_G \tilde{f}(\psi(x_1, \ldots x_n, S_0, G))\,dx_1 \ldots dx_n \leqslant \int_{G_{S_0}} \tilde{f}(\varphi(x_1, \ldots x_n))\,dx_1 \ldots dx_n +$$

$$+ \int_{G\backslash G_{S_0}} \tilde{f}(0)\,dx_1 \ldots dx_n = \int_{G_{S_0}} \tilde{f}(\varphi(x_1, \ldots, x_n))\,dx_1 \ldots dx_n. \tag{12}$$

Из того что $\tilde{f}(0) = 0$, $\tilde{f}(g) > 0$, $g \neq 0$ и $\tilde{f}$ – непрерывна, следует, что для любого $\epsilon > 0$ найдется $\delta(\epsilon) > 0$, при которых

$$\tilde{f}(g) > \delta \ , \tag{13}$$

если $|g| \geqslant \epsilon$.

Будем увеличивать $\operatorname{mes} G$. Тогда в силу (9) существует такая константа $M > 0$, что

$$\int\limits_{G_{S_0}} f(\varphi(x_1, ..., x_n))\, dx_1 \ldots dx_n \leqslant M, \tag{14}$$

т. е. правая часть неравенства (12) будет ограничена не зависящим от $\operatorname{mes} G$ числом M. Из условий (14) и (12) можно установить поведение оптимальной интегральной поверхности $\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G)$ при возрастании $\operatorname{mes} G$.

Задаемся $\epsilon > 0$ и делим значения аргумента функции ψ на два типа. К первому относим такие значения x из G, при которых $|\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G)| \geqslant \epsilon$, и обозначим их $\theta(\epsilon, 0)$. Остальные значения x из G относим ко второму типу и обозначаем их через $\eta(\epsilon, 0)$.

Имеем: $\theta(\epsilon,0) \cup \eta(\epsilon,0) = G$ и $\int\limits_{\theta(\epsilon,0)} dx_1 \ldots dx_n + \int\limits_{\eta(\epsilon,0)} dx_1 \ldots dx_n = \int\limits_G dx_1 \ldots dx_n$.

Обозначим приращения функционала в областях $\theta(\epsilon, 0)$ и $\eta(\epsilon, 0)$ соответственно через $\int\limits_{\theta(\epsilon,0)} \tilde{f}(\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G))\, dx_1 \ldots dx_n$ и $\int\limits_{\eta(\epsilon,0)} \tilde{f}(\psi(x_1, ...,$ $x_n, S_0, G)\, dx_1 \ldots dx_n$.

Тогда, учитывая (14) и (12), получим:

$$\int\limits_{\theta(\epsilon,0)} \tilde{f}(\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G))\, dx_1 \ldots dx_n + \int\limits_{\eta(\epsilon,0)} \tilde{f}(\psi(x_1, ..., x_n, S_0,$$

$$G))\, dx_1 \ldots dx_n = \int\limits_G \tilde{f}(\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G))\, dx_1 \ldots dx_n \leqslant$$

$$\leqslant \int\limits_{G_{S_0}} \tilde{f}(\varphi(x_1, ..., x_n))\, dx_1 \ldots dx_n \leqslant M.$$

В точках области $\theta(\epsilon, 0)$ с учетом (13) имеет место $\int\limits_{\eta(\epsilon,0)} \tilde{f}(\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G)) \times$ $\times\, dx_1 \ldots dx_n > 0$. Отсюда $\delta \operatorname{mes} \theta(\epsilon, 0) \leqslant \int\limits_{\theta(\epsilon,0)} \tilde{f}(\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G))\, dx_1 \ldots dx_n \leqslant$ $\leqslant M$ или $\operatorname{mes} \theta(\epsilon, 0) \leqslant M/\delta$, где правая часть не зависит от $\operatorname{mes} G$.

Таким образом доказана теорема 1.

Теорема 1. При выполнении условий (5)...(7), (9) для любого $\epsilon > 0$ найдется такая константа $N = N(\epsilon) > 0$, что $\operatorname{mes} \theta(\epsilon, 0) \leqslant N$, где N не зависит от $\operatorname{mes} G$.

Эта теорема утверждает, что при неограниченном возрастании области G вне ϵ-окрестности интегральной поверхности $\varphi_0^0 \equiv 0$ располагается лишь ограниченная в пространстве переменных $x_1, ..., x_n$ часть оптимальной интегральной поверхности $\psi(x_1, ..., x_n, S_0, G)$. Причем эта оптимальная поверхность при увеличении области интегрирования G как угодно близко подходит к поверхности, доставляющей минимум подынтегральному выражению функционала качества (4). Результат легко можно перенести и на задачу (1), а (3), (4) – на задачу 2.

Рассмотрим решение исходной задачи. Установленный характер качественного поведения оптимальных интегральных поверхностей удобно использовать для упрощения решения исходной задачи оптимизации (1)...(4) путем декомпозиции ее на ряд более простых задач.

Предположим, что выполнено условие достижимости, т. е. с интегральной поверхности задачи 1 или 2 с помощью допустимых управлений можно перейти на интегральную поверхность, доставляющую минимум функции f, и наоборот.

Пусть $Z_0(x_1, ..., x_n)$ – соответствующая оптимальная интегральная поверхность для исходной граничной задачи. Рассмотрим, кроме того, задачи 1 и 2. Пусть $\psi(x_1, ..., x_n, S_0, V'_0)$ и $\psi(x_1, ..., x_n, S_1, V'_1)$ – их оптимальные решения, которые рассматриваются в областях V'_0 и V'_1 и могут быть выбраны таким образом, что с увеличением $\operatorname{mes} G$ возрастает $\operatorname{mes} V'_i$, а также значения $\operatorname{mes}\{G \cap V'_i\}$. При этом $\operatorname{mes}\{G \setminus \{V'_i\}\} \to 0$, когда $\operatorname{mes} G \to +\infty$ $(i = 0, 1)$.

В силу теоремы 1 поверхности $\psi(x_1, ..., x_n, S_0, V'_0)$ и $\psi(x_1, ..., x_n, S_1, V'_1)$ за исключением своих ограниченных частей стремятся к $\varphi^0_0 \equiv 0$ при $\operatorname{mes} V'_i \to$ $\to +\infty$, $i = 0, 1$.

При достаточно больших $\operatorname{mes} V'_0$ и $\operatorname{mes} V'_1$ поверхности $\psi(x_1, ..., x_n, S_i, V'_i)$, $i = 0, 1$ настолько приближаются к $\varphi^0_0 \equiv 0$, что становится возможным переход с данных интегральных поверхностей на интегральную поверхность $\varphi^0_0 \equiv$ $\equiv 0$. Причем приращение функционала в результате этого перехода не будет превышать $\epsilon/2$. Таким образом, получим новую интегральную поверхность $\tilde{Z}(x_1, ..., x_n)$, которая совпадает в области V'_0 с $\psi(x_1, ..., x_n, S_0, V'_0)$, затем переходит на интегральную поверхность $\varphi^0_0 \equiv 0$ и находится на ней в определенной области. Затем она переходит на интегральную поверхность $\psi(x_1, ..., x_n, S_1, V'_1)$, т. е. $\tilde{Z}(x_1, ..., x_n)$ удовлетворяет граничным условиям. При этом приращение функционала на обоих переходах в силу теоремы 1 не превышает наперед заданного числа $\epsilon > 0$. Там, где интегральная поверхность $\tilde{Z}(x_1, ..., x_n)$ совпадает с интегральными поверхностями задач 1 и 2, приращение функционала на $\tilde{Z}(x_1, ..., x_n)$ не более чем на $Z_0(x_1, ..., x_n)$, поскольку в противном случае интегральные поверхности указанных задач с меньшим, чем в исходной задаче, числом условий не были бы оптимальными. В остальной области изменения переменных приращение функционала на интегральной поверхности $\tilde{Z}(x_1, ..., x_n)$ в силу условия (5) не более чем на $Z_0(x_1, ..., x_n)$. Следовательно,

$$I(\tilde{Z}(x_1, ..., x_n)) \leqslant I(Z_0(x_1, ..., x_n)) + \epsilon, \tag{15}$$

где $I(Z_0(x_2, ..., x_n))$ – значение функционала (4) на интегральной поверхности $Z_0(x_1, ..., x_n)$.

При возрастании $\operatorname{mes} G$ значение ϵ может быть выбрано как угодно малым: $\epsilon \to 0$ при $\operatorname{mes} G \to +\infty$.

Таким образом доказана теорема 2.

Теорема 2. Если выполнены условия теоремы 1 для задач 1 и 2, тогда исходную задачу оптимизации с заданными граничными условиями можно разбить на три. Две из этих задач являются задачами 1 и 2, а третья – задачей отыскания минимума функции $f(g)$ и проверки условия (6). При этом можно синтезировать ϵ – оптимальное по значению функционала управление так, что если $\operatorname{mes} G \to +\infty$, то $\epsilon \to 0$. Теоремы справедливы и для систем уравнений высших порядков.

Сформулируем теперь алгоритм решения задачи нагрева. Для этого изучим поведение оптимального ее решения. Фиксируем некоторое число $T > 0$. Рассмотрим область $G(T) = \{(t,x): 0 \leqslant t \leqslant T, 0 \leqslant x \leqslant 1\}$ и следующую задачу:

$$\partial\varphi/\partial t = \partial^2\varphi/\partial x^2 + u(t,x); \tag{16}$$

$$\varphi|_{t=0} = a_0(x); \tag{17}$$

$$\varphi \in \Phi = \{\varphi : \varphi(t,0) = \varphi(t,1) = 0\}; \tag{18}$$

$$I = \int_0^T \int_0^1 |\varphi(t,x)|^2 \, dx dt \to \min; \tag{19}$$

$$\int_0^1 |u(t,x)|^2 dx \leqslant 1, \quad (t,x) \in G(T). \tag{20}$$

При $T \to +\infty$ оптимальное решение задачи (16)...(20) будет стремиться к оптимальному решению исходной задачи нагрева. Изучим поведение оптимального решения задачи нагрева (16)...(20) при $\operatorname{mes} G(T) \to +\infty$ (задача 1).

Очевидно, что выполнены условия (5) и (6), т. е. $\varphi_0^0 = 0$ доставляет минимум подынтегральному выражению функционала (19) с ограничениями (18) при допустимом (20) управлении $u_0 = 0$. Покажем, что выполнены условия (7) и (9).

Как известно [1, 4], решение задачи 1 можно искать в виде ряда Фурье: $\varphi(t,x) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \sin k\pi x$. Здесь $q_k(t)$ удовлетворяют системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot q_k(t) = -(k\pi)^2 q_k(t) + u_k(t), \; q_k(0) = a_{k0}, \; k = 1, 2, ...,$$

где $u_k(t)$ и a_{k0} – коэффициенты Фурье функций соответственно $u(t,x)$ и $a_0(x)$.

Решение этой системы имеет вид

$$q_k(t) = e^{-(k\pi)^2 t}\left(a_{k0} + \int_0^t e^{(k\pi)^2 r} u_k(r)\right) dr, \; k = 1, 2, ...$$

Положим $u_k(t) = \begin{cases} -e^{-(k\pi)^2 t} a_{k0}/T_0 & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant T_0; \\ 0 & \text{при } T_0 \leqslant t \leqslant T, \end{cases}$

где $T_0 = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} |a_{k0}|^2}$ и $0 < T_0 < +\infty$, тогда в силу равенства Парсеваля и

(20) $\int_0^1 |u(t,x)|^2 dx \leqslant \sum_{k=1}^{\infty} |u_k(t)|^2 \leqslant 1$, вследствие чего выбранное управление является допустимым при $0 \leqslant t \leqslant T$. Так как $\varphi(t,x) = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-(k\pi)^2 t} a_{k0}(1-t/T_0^*)\sin k\pi x$, то $\varphi(t,x)|_{t=T_0} = 0$ и получаем

$$\int\limits_{G(T)}\int |\varphi(t,x)|^2 dx\,dt = \int_0^{T_0}\int_0^1 |\varphi(t,x)|^2 dx\,dt \leqslant \int_0^{T_0} \sum_{k=1}^{\infty} |q_k(t)|^2 dt \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{k=1}^{\infty} (a_{k0})^2 \int_0^{T_0} (1 - t/T_0)^2 dt < +\infty,$$

так как $a_0(x)$ – суммируемая с квадратом функция.

Таким образом, показано, что выполнены условия (7) и (9), т. е. выполнены условия теоремы 2 для задачи 1.

Заметим, что задача 1 эквивалентна задаче

$$I_1(q) = \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} |q_k(t)|^2 dt \to \min; \tag{21}$$

$$\dot{q}_k(t) = -(k\pi)^2 q_k(t) + u_k(t); \tag{22}$$

$$q_k(0) = a_{k0}; \tag{23}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |u_k(t)|^2 \leqslant 2. \tag{24}$$

Предложим приближенный алгоритм решения задачи нагрева стержня.

Шаг 1. Выбираем $1 > \epsilon > 0$, $\Delta T > 0$, $i = 2$, $T_i > 0$.

Шаг 2. Полагаем $T = T_i$ и решаем задачу (21)...(24). Пусть $q^i(t)$ – ее оптимальное решение и $u^i(t)$ – оптимальное управление.

Шаг 3. Если $\sum_{k=1}^{\infty} (q_k^i(T))^2 > \epsilon$, то $T_{i+1} = T_i + \Delta T$, $i = i+1$, и перейти к шагу 2; в противном случае – перейти к шагу 4.

Шаг 4. Выбрать управление равным

$$u_k^{\epsilon}(t) = \begin{cases} -e^{-(k\pi)^2 (t-T)} b_{k0}/T_1 & \text{при } T \leqslant t \leqslant T + T_1; \\ 0 & \text{при } t > T + T_1, \end{cases}$$

где $b_{k0} = q_k^i(T)$, $k = 1, 2, \ldots$, $T_1 = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (b_{k0})^2}$.

Шаг 5. Сформировать управление $u_\mu(t) = \{u_{\mu_1}(t), u_{\mu_2}(t), \dots\}$,

$$u_{\mu_k}(t) = \begin{cases} u_k^i(t) & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant T; \\ u_k^\epsilon(t) & \text{при } t > T. \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

Для исходной задачи нагрева квазиоптимальным управлением является

$$u_{kbo}(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_{\mu_k}(t) \sin k\pi x.$$

Приближенная оптимальность этого управления следует из теоремы 2, принципа максимума для уравнения теплопроводности [1, 4] и того, что $T_1 < \epsilon$.

Так как задача нагрева стержня является корректно поставленной, то для практического применения описанного алгоритма достаточно использовать конечное число членов разложения в ряд Фурье функции $a_0(x)$, что существенно упростит решение задачи (21)...(24).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А.Г., Малый С.А., Андреев Ю.Н. Оптимальное управление нагревом металла. – М.: Металлургия, 1972. – 440 с. 2. Панасюк А.И., Панасюк В.И. Асимптотическая магистральная оптимизация управляемых систем. – Минск: Наука и техника, 1986. – 296 с. 3. Гусев Д.Е., Якубович В.А. Теорема о магистрали в задаче непрерывной оптимизации // Вестник ЛГУ, сер. матем., мех., астрон. – 1983. – № 1. – Вып. 1. – С. 21–27. 4. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Физматгиз, 1962. – 287 с.

УДК 621.18-52

В.И. ЛИТВИНЕЦ, канд. техн. наук (БПИ)

О РЕГУЛИРОВАНИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО СОСТОЯНИЯ РАДИАЦИОННОЙ ЧАСТИ ПАРОВОДЯНОГО ТРАКТА ПРЯМОТОЧНОГО КОТЛА

Температурный режим прямоточного котла при изменении нагрузки в основном определяется расходами топлива и питательной воды, соотношение которых обеспечивается работой системы автоматического регулирования питания. Контроль этого соотношения осуществляется по температуре в промежуточной точке пароводяного тракта, т. е. в радиационной части до первого (по ходу среды) автоматизированного впрыска. Одновременно с управлением режимом питания решается задача минимизации потерь на дросселирование питательной воды в клапанах. При работе энергоблоков с прямоточными котлами в регулирующем режиме был выявлен ряд недостатков типовой схемы: низкое быстродействие при управлении нагрузкой агрегата, склонность к колебательности в режимах переменного (скользящего) давления пара, существен-