

В.Н. БОБРОВ, В.А. ПУМПУР,
П.В. СЕВАСТЬЯНОВ, канд. техн. наук
(Могилевское отделение ФТИ АН БССР)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСИММЕТРИЧНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ВАЛКОВ-КРИСТАЛЛИЗАТОРОВ

Несимметричные тепловые условия в валках-кристаллизаторах могут реализоваться при использовании пары валков с различными скоростями вращения, различными условиями их охлаждения. Наиболее сложный случай теплообмена реализуется при бесслитковой прокатке биметаллических лент (рис.1). Осевая несимметричность затвердевания металла в зоне А и охлаждения его в зоне деформации Б обуславливается наличием подложки 2 и неодинаковых условий охлаждения валков 3 и 4 с внутренней поверхности. Невозможность во многих случаях прямого измерения таких важных в технологическом отношении параметров, как форма лунки жидкого металла, протяженность зон намораживания, пластической деформации и ряда других, делают особенно актуальными вопросы математического моделирования этого процесса.

Для построения такой модели предположим, что теплообмен между расгущей коркой 1 с подложкой 2 и валком 4 осуществляется в соответствии с граничными условиями третьего рода, которые определяются коэффициентами контактного теплообмена. Граничные условия третьего рода принимаем на поверхности контакта подложки 2 и валка 3, а также на внутренних поверхностях валков. Учитывая незначительность толщины намержшей корки, примем в ней линейное распределение температур [1]. Процессы бесслитковой прокатки обычно протекают с достаточно высокими скоростями, обеспечивающими числа $Re > 10$, что позволяет при построении модели пренебречь теплопроводностью вдоль направления прокатки [2].

Задача решалась как квазистационарная в неподвижной системе координат.

Решение задачи намораживания в зоне А проводилось с введением эффективной теплоты кристаллизации $L_3 = L + c(T_z - T_k)$ [1], где L — истинная скрытая теплота плавления; c — удельная теплоемкость; T_z и T_k — температура заливаемого металла и его кристаллизации.

С учетом принятых допущений процесс затвердевания описывается уравнениями:

$$\lambda_1 \frac{T_k - T_1}{\xi(\varphi)} = \alpha_{2,4} (T_1 - T_{2,4}); \quad (1)$$

$$\lambda_1 \frac{T_k - T_1}{\xi(\varphi)} = \rho \omega L_3 \frac{d\xi}{d\varphi}, \quad (2)$$

где $\xi(\varphi)$ — толщина корки; ω — угловая скорость валков; ρ — плотность; $T_{2,4}$ — температура поверхностей подложки и валка; λ_1 — удельная теплопроводность; $\alpha_{2,4}$ — коэффициенты теплообмена изделия с подложкой и валком.

Система (1), (2) хорошо описывает энергетический баланс в случае непрерывного процесса бесслитковой прокатки, что обеспечивается введением L_3 .

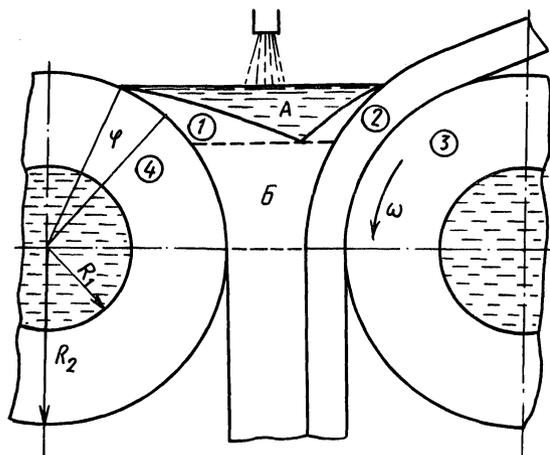


Рис. 1. Схема процесса бесплитковой прокатки биметалла.

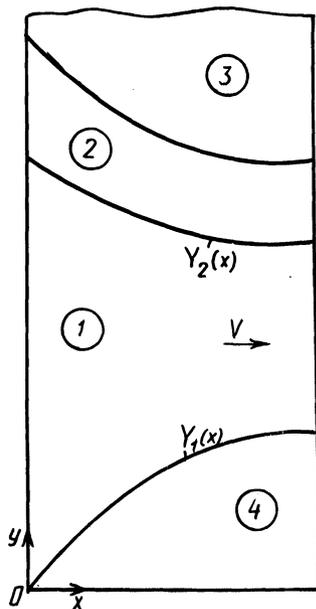


Рис. 2. Геометрия области пластической деформации:

$Y_1(x), Y_2(x)$ – уравнения поверхностей, ограничивающих область пластической деформации.

Уравнения в валках и подложке при рассмотрении теплообмена в зонах А и Б имеют общую форму:

$$\omega/a_i \frac{\partial T_i}{\partial \varphi_i} = 1/r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \quad (i = 2, 3, 4), \quad (3)$$

где a_i – температуропроводность.

Система (1)...(3) замыкается граничными условиями третьего рода на контактных и охлаждаемых поверхностях.

Решение задачи в зоне А осуществляется с помощью неявных разностных схем для уравнений (3) и схемы Эйлера для (2). Решение задачи в зоне А обеспечивает начальные условия для решения задачи в зоне Б.

Решение контактной задачи теплопроводности четырех тел в зоне Б осложняется геометрией очага деформации. Как правило, решение задач такого рода проводят с помощью методов конечных или граничных элементов, эффективность использования которых для уравнений параболического типа ниже, чем для методов конечных разностей [3]. Уравнение теплопроводности в декартовой системе координат для зоны Б (рис. 2) принимает вид

$$V/a_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + W, \quad (4)$$

где W – тепловыделение за счет пластической деформации в зоне Б.

Для устранения сложностей, связанных с геометрией зоны Б, вводились новые координаты:

$$\eta = \frac{Y - Y_1(x)}{Y_2(x) - Y_1(x)}, \quad 0 \leq \eta \leq 1.$$

Их введение позволило отобразить зону Б в область прямоугольной формы.

Уравнение (4) при этом принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{V}{a_1} \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{1}{(Y_2 - Y_1)} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \eta^2} + \frac{V}{a_1 (Y_2 - Y_1)} \left(\frac{dY_1}{dx} (1 - \eta) + \right. \\ \left. + \frac{dY_2}{dx} \eta \right) \frac{\partial T_1}{\partial \eta} + W. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение сопряженной системы уравнений (3) и (5) с учетом граничных условий на контактных поверхностях проводилось с помощью неявных разностных схем.

Разработанная математическая модель реализована в виде набора прикладных программ для ЕС ЭВМ, обеспечивающих решение тепловых задач в валках, подложке, растущей корке, зоне деформации. Набор программ содержит также подпрограммы, обеспечивающие сопряжение решений типовых задач в контактирующих телах в соответствии с граничными условиями.

Математическая модель теплообмена в валках-кристаллизаторах обладает достаточной общностью и при незначительных модификациях может быть использована в исследовании процессов обычной симметричной и несимметричной прокатки, прокатки биметаллов и материалов с покрытиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейник А.И. Теория затвердевания отливки. – М.: Машгиз, 1960. – 436 с.
2. Дилгенский Н.В. Асимптотические расчеты тепловых режимов технологических процессов механической обработки металлов и сварки: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – Киев, 1973. – 380 с.
3. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. – М.: Мир, 1981. – 216 с.

УДК 621.746.6

Э.Ф. БАРАНОВСКИЙ, канд. техн. наук,
В.Н. БОБРОВ, В.А. ПУМПУР, П.В. СЕВАСТЬЯНОВ,
канд. техн. наук (Могилевское отделение
ФТИ АН БССР)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ МЕТАЛЛА, АРМИРОВАННОГО ПРОВОЛОКОЙ

Одной из проблем при построении математической модели затвердевания металлов, армированных проволокой, является учет взаимодействия фронтов затвердевания, появление которых обусловлено намораживанием на состав-