

теле (выполненном на БИС или дискретных элементах). Микропроцессорная система управления должна иметь канал прямого доступа к памяти (ПДП).

Экспериментальная проверка алгоритма производилась на комплексе, состоящем из микроЭВМ "Электроника Дз-28", преобразователя частоты на базе транзисторного инвертора напряжения с релейной модуляцией мощностью 1 кВА и асинхронного двигателя серии 4А с цифровым датчиком скорости. На рис. 3 приведены осциллограммы угловой частоты вращения ротора при набросе нагрузки [ 1 ] и при пуске с линейным заданием частоты [ 2 ] системы со стабилизацией частоты вращения ротора, магнитного потока статора и ограничением абсолютного скольжения.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о целесообразности использования описанного алгоритма управления для частотно-регулируемого электропривода с АД и возможности реализации алгоритма средствами микропроцессорной техники в реальном масштабе времени.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б е л я е в В.П., И л ь и н О.П., П е т р е н к о Ю.Н. Синтез цифровой системы управления инвертором с ШИМ на основе микропроцессора. — В кн.: Проблемы преобразовательной техники, Киев: ИЭД УССР, 1979, с. 71—74.
2. С а н д л е р С.А., С а р б а т о в Р.С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. — М.: Энергия, 1974. — 328 с.

УДК 621.798

В.Я.МАКСИМОВ (БТИ)

### СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОРМИРОВАННЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Поведение многих электромеханических систем может быть описано системой линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами вида

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$

где  $x$ — $n$ -мерный вектор переменных состояния системы;  $A$ — $n \times n$  мерная матрица;  $B^T$ — матрица вида  $[0, 0, 0, \dots, b]$ ;  $u$ — управляющее воздействие.

Примем управляющее воздействие в виде линейной комбинации с постоянными коэффициентами составляющих вектора состояния системы (1).

Выберем в качестве переменных состояния системы переменные, доступные наблюдению.

Для системы (1) существует единственная матрица коэффициентов обратной связи  $k = [k_1, k_2, \dots, k_n]$ , соответствующая жела-

емой системе полюсов замкнутой системы. Управление соответствует выражению

$$u = kx, \quad (2)$$

Подставив выражение (2) в (1), получим систему уравнений, описывающую траекторию движения замкнутой системы:

$$\dot{x} = (A + Bk)x = Fx,$$

где  $F = A + Bk$ .

Полюса для  $n \times n$ -мерной матрицы  $F$  получаются из решения характеристического уравнения  $|\lambda I - F| = 0$ , имеющего вид

$$\lambda^n - (\text{tr}_1 F)\lambda^{n-1} + (\text{tr}_2 F)\lambda^{n-2} - \dots + (-1)^{n-1}(\text{tr}_{n-1} F)\lambda + (-1)^n |F| = 0,$$

где  $\text{tr}_i F$  — след  $i$ -го порядка матрицы  $F$

С другой стороны, характеристическое уравнение желаемой системы можно представить в виде

$$\prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i) = 0,$$

где  $\lambda_i$  — известные характеристические числа.

Приравняв коэффициенты при  $\lambda$ , получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i \lambda_i = \text{tr}_1 F, \\ \sum_{i < j} \lambda_i \lambda_j = \text{tr}_2 F, \\ \sum_{i < j < k} \lambda_i \lambda_j \lambda_k = \text{tr}_3 F, \\ \dots \\ \prod_i \lambda_i = |F|. \end{array} \right. \quad (3)$$

Для вычисления значений коэффициентов  $k_i$  системы (3) удобнее использовать коэффициенты при  $\lambda$  характеристического уравнения с желаемым распределением корней. Если

$$D(\lambda) = \lambda^n + d_1 \lambda^{n-1} + d_2 \lambda^{n-2} + \dots + d_{n-1} \lambda + d_n,$$

то система уравнений (3) примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 = -\text{tr}_1 F, \\ d_2 = \text{tr}_2 F; \\ d_3 = -\text{tr}_3 F, \\ \dots \\ d_n = |F|. \end{array} \right. \quad (4)$$

В зависимости от требований, предъявляемых к системе для определения коэффициентов  $d_i$ , можно использовать нормированные характеристические уравнения, выбирая их из условий [1—3]:

1) критического затухания переходного процесса;

2) приближения характеристик системы регулирования к характеристикам идеального фильтра;

3) из условия максимальной степени устойчивости системы регулирования (равные полюсы) и др.

Для астатических систем с астатизмом первого порядка полюса желательно располагать по геометрической прогрессии со знаменателем прогрессии  $q = 2-6$  [3]. Если передаточная функция исходной системы имеет нули, то их можно компенсировать за счет полюсов, специально организованных путем соответствующего выбора полинома характеристического уравнения замкнутой системы.

Коэффициенты нормированного характеристического уравнения безразмерны. Для перехода к желаемому характеристическому уравнению необходимо ввести масштаб времени, который определяется как

$$\beta = \sqrt[n]{d_n}.$$

Процедура вычисления коэффициентов обратных связей  $k_1$  может быть представлена в виде следующего алгоритма.

1. Определяем матрицу  $F$ .

2. Вычисляем следы  $F$  всех порядков.

3. Выбираем нормированное характеристическое уравнение в зависимости от требований, предъявляемых к системе уравнения.

4. Определяем масштаб времени, учитывая, что величина  $d_n$  пропорциональна для статических систем величине  $K + 1$ , а для астатических —  $K$ , где  $K$  — коэффициент усиления разомкнутой системы.

5. Вычисляем коэффициенты  $d_i$  желаемого характеристического уравнения.

6. Вычисляем коэффициенты передачи в целях обратных связей по уравнениям (4). Полученный алгоритм позволяет определить коэффициенты обратных связей замкнутой системы с желаемым распределением полюсов.

Приведенный метод синтеза распространяется на системы с одним входом и доступными измерению фазовыми координатами. К таким системам можно отнести системы стабилизации частоты вращения двигателя постоянного тока и системы стабилизации параметров многих технологических процессов.

Пример. Задана система уравнений вида (1)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{\theta} x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{T_3} x_1 - \frac{1}{T_3} x_2 + \frac{1}{T_3} x_3, \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{T_{II}} x_3 + \frac{K_{II}}{T_{II}} u, \end{cases}$$

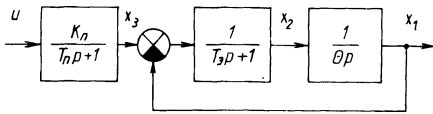


Рис. 1. Структурная схема системы управления.

что соответствует структурной схеме, представленной на рис. 1. Принимаем  $u = -(k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3)$ .

Определяем матрицу

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\theta} & 0 \\ -\frac{1}{T_3} & -\frac{1}{T_3} & \frac{1}{T_3} \\ -\frac{K_n}{T_n} k_1 - \frac{K_n}{T_n} k_2 - \left(\frac{1}{T_n} + \frac{K_n}{T_n} k_3\right) & & \end{bmatrix}$$

Вычисляем следы матрицы

$$\text{tr}_1 F = -\left(\frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_n} + \frac{K_n}{T_n} k_3\right);$$

$$\text{tr}_2 F = \Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{23} = \frac{1}{T_3 \theta} + 0 + \frac{1}{T_n T_3} + \frac{K_n}{T_n T_3} k_3,$$

где  $\Delta_{ij}$  — определитель, составленный из  $i$ -й и  $j$ -й строк и  $i$ -го и  $j$ -го столбцов.

$$|F| = -\left(\frac{1}{T_n T_3 \theta} + \frac{K_n}{T_n T_3 \theta} k_1 + \frac{K_n}{T_n T_3 \theta} k_3\right).$$

Подставляя полученные значения в (4), имеем

$$\begin{cases} k_1 = \frac{T_n T_3 \theta}{K_n} \left(d_3 - \frac{1}{T_n T_3 \theta} - \frac{K_n}{T_n T_3 \theta} k_3\right), \\ k_2 = \frac{T_n T_3}{K_n} \left(d_2 - \frac{1}{T_3 \theta} - \frac{1}{T_n T_3} - \frac{K_n}{T_n T_3} k_3\right), \\ k_3 = \frac{T_n}{K_n} \left(d_1 - \frac{1}{T_n} - \frac{1}{T_3}\right). \end{cases} \quad (5)$$

Рассмотрим нормированные характеристические уравнения для системы:

а) оптимальной по быстродействию

$$D(\lambda) = \lambda^3 + 2,05\beta \lambda^2 + 2,39\beta^2 \lambda + \beta^3;$$

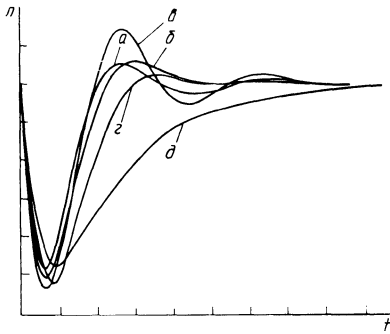


Рис. 2. Переходные характеристики САУ по заданию.

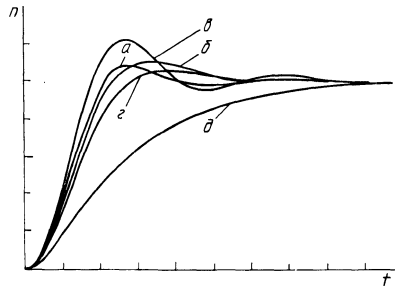


Рис. 3. Переходные характеристики САУ по возмущению.

б) с критическим затуханием переходного процесса

$$D(\lambda) = \lambda^3 + 2,5\beta\lambda^2 + 2,5\beta^2\lambda + \beta^3;$$

в) с приближением к характеристике идеального фильтра

$$D(\lambda) = \lambda^3 + 2,0\beta\lambda^2 + 2,0\beta^2\lambda + \beta^3;$$

г) с максимальной степенью устойчивости

$$D(\lambda) = \lambda^3 + 3,0\beta\lambda^2 + 3,0\beta^2\lambda + \beta^3;$$

д) с действительными корнями, образующими геометрическую прогрессию

$$D(\lambda) = \lambda^3 + 5,1\beta\lambda^2 + 6,3\beta^2\lambda + \beta^3.$$

Определим  $\beta$  как

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{K_{\Pi} + 1}{T_{\Pi}T_{\theta}}} = 17,2.$$

Определяем коэффициенты  $d_1, d_2, d_3$  и, подставляя полученные значения в (5), вычисляем значения  $k_1, k_2, k_3$  для приведенных выше случаев:

а)	$k_1 = 0,994;$	$k_2 = 0,11;$	$k_3 = 0,0053;$
б)	$k_1 = 0,987;$	$k_2 = 0,109;$	$k_3 = 0,0131;$
в)	$k_1 = 0,995;$	$k_2 = 0,088;$	$k_3 = 0,0048;$
г)	$k_1 = 0,978;$	$k_2 = 0,13;$	$k_3 = 0,0217;$
д)	$k_1 = 0,942;$	$k_2 = 0,29;$	$k_3 = 0,058.$

Системы с рассчитанными коэффициентами обратных связей были промоделированы на АВМ.

Переходные характеристики для полученных систем по заданию и возмущению приведены на рис. 2 и 3 соответственно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. П о п о в Е.П. Динамика системы автоматического регулирования. — М.: Гостехиздат, 1954. — 798 с.
2. К р а с о в с к и й А.А., П о с п е л о в Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. — М.: Госэнергоиздат, 1962. — 600 с.
3. С о к о л о в Н.И. Синтез линейных систем автоматического регулирования при случайных воздействиях. — Л.: Энергия, 1964. — 128 с.