Для построения статических характеристик запишем (13) с учетом (6) и (5)

$$U_з K_у + K_у K_т \sqrt{\frac{M}{M_e}} I_{де} = U_{у\,max} - \sqrt{\frac{M}{M_e}} U_{у\,max} \quad .$$

Решив это выражение относительно M , получим

$$M = M_e \left[\frac{U_{у\,max} - U_з K_у}{U_{у\,max} + K_т K_у I_{де}} \right]^2 . \qquad (15)$$

Выражение (15) позволяет непосредственно строить механические характеристики асинхронного электропривода с положительной ОС по току. По предложенной методике рассчитаны статические характеристики электропривода с отрицательной ОС по скорости и с положительной по току (рис. 3) для двигателя 4А 100L4УЗ. Причем коэффициенты ОС рассчитаны по желаемой характеристике АБ. В системе с ОС по скорости жесткость характеристик остается постоянной во всем диапазоне регулирования. Однако организация обратной связи по скорости обычно вызывает затруднения. Проще в реализации ОС по току. При этом можно получить любую жесткость характеристики в расчетной точке, однако при изменении напряжения задания жесткость меняется, можно даже получить отрицательный наклон характеристик. Таким образом, для поддержания требуемой жесткости характеристик во всем диапазоне регулирования необходим переменный коэффициент передачи по току. Это существенный недостаток, однако такие системы могут найти применение в механизмах со ступенчатым регулированием скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин О.П., Беляев В.П., Головач О.А. Анализ гармонического состава напряжения трехфазной ШИМ переменного тока. — В кн.: Научные и прикладные проблемы энергетики. Минск: Выш. шк., 1981, вып. 8, с. 106—111.

УДК 533.73

В.Н.ПАПКОВИЧ, Ю.А.МАЛЕВИЧ, канд. техн.наук,
С.А.ФЕДЮШИН, канд.техн.наук, Ж.М.КУКЕВИЧ (БПИ)

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ

Известно, что многие задачи конформационной статистики формально эквивалентны задачам диффузии в многомерном пространстве. Постановка задачи о релаксации макромолекул, описанная в [1] , привела к уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} - \alpha u^N \delta(\varphi - \varphi_s) \tag{1}$$

при следующих граничных и начальных условиях:

$$u|_{\varphi=0} = u|_{\varphi=2\pi};\ u|_{\varphi=0} = \delta(\varphi - \varphi_0).$$

Уравнение (1) приводится к нелинейному интегральному уравнению следующего вида (полагая $\varphi = \varphi_s$):

$$u_s(t) = \frac{1}{2\pi} K_\psi(t) - \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^t K_0(t-\tau) u_s^N(\tau) d\tau \tag{2}$$

В уравнении (2) введены следующие обозначения:

$$K_\psi(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-m^2 t} e^{-im\varphi};$$

$$K_0(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-m^2 t}; \quad \psi = \varphi_s - \varphi_0.$$

Попытаемся найти асимптотическое решение уравнения (2) при достаточно больших значениях параметров $t \sim 10^5$, $N \sim 10^3$. Отметим, что

$$K_\psi(t) = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-m^2 t} \cos m\psi.$$

Следовательно, при $t \longrightarrow \infty$

$$K_\psi(t) \simeq 1 + 2e^{-t} \cos \psi t + \ldots$$

Из формулы суммирования Пуассона [2] следует, что

$$K_\psi(t) = \sqrt{\frac{\pi}{t}}\, e^{-\psi^2/4t} [1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-(\pi m)^2/t} \operatorname{ch}(\frac{\pi m \psi}{t}). \tag{3}$$

Для ядра интегрального уравнения $K_0(t)$ получим, полагая в последних формулах $\psi = 0$,

$$K_0(t) = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-m^2 t}; \tag{4}$$

$$K_0(t) = \sqrt{\frac{\pi}{t}} (1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-(\pi m)^2/t}). \tag{5}$$

Введем в уравнение (2) новые независимые переменные

$$\xi = \frac{1}{t}, \quad \eta = \frac{1}{\tau}; \quad V(\xi) = u_s(\frac{1}{\xi}).$$

Тогда (2) запишется в виде

$$V(\xi) = \frac{1}{2\pi} K\psi(\frac{1}{\xi}) - \frac{\alpha}{2\pi} \int_\xi^\infty K_0(\frac{1}{\xi} - \frac{1}{\eta}) V^N(\eta) \frac{d\eta}{\eta^2}. \tag{6}$$

Рассмотрим поведение ядра $K_0\left(\frac{\eta-\xi}{\xi\eta}\right)$ при $\xi \longrightarrow 0$ ($t \longrightarrow \infty$). Из (4) и (5) имеем

$$K_0\left(\frac{\eta-\xi}{\xi\eta}\right)_{\xi\longrightarrow 0} \simeq \sqrt{\pi\xi}\,[1+2\sum_{m=1}^{\infty} e^{-(\pi m)^2\xi}].$$

Уравнение (6) запишется в виде

$$V(\xi)=\frac{1}{2\pi}K_\psi\left(\frac{1}{\xi}\right)-\frac{\alpha}{2\pi}\sqrt{\pi\xi}\,[1+2\sum_{m=1}^{\infty}e^{-(\pi m)^2\xi}]\int_\xi^\infty V^N(\eta)\frac{d\eta}{\eta^2}. \tag{7}$$

Рассмотрим выражение

$$\theta(\xi)=\sqrt{\pi\xi}\,[1+2\sum_{m=1}^{\infty}e^{-(\pi m^2)\xi}].$$

Согласно (5), оно может быть преобразовано к виду

$$\theta(\xi)=1+2\sum_{m=1}^{\infty}e^{-\frac{m^2}{\xi}},$$

отсюда с точностью до экспоненциально убывающих членов при $\xi \to 0$ имеем $\theta(\xi)_{\xi\to 0} \simeq 1$.

Следовательно, уравнение (7) может быть записано

$$V(\xi)=\frac{1}{2\pi}K_\psi\left(\frac{1}{\xi}\right)-\frac{\alpha}{2\pi}\int_\xi^\infty\frac{V^N(\eta)}{\eta^2}d\eta.$$

Возвращаясь к исходным переменным, имеем для достаточно больших t интегральное уравнение

$$u_s(t)=\frac{1}{2\pi}K_\psi(t)-\frac{\alpha}{2\pi}\int_0^t u_s^N(\tau)d\tau,$$

где согласно (3) можно положить $K_\psi(t)=1$.

Окончательно для искомой функции $u_s(t)$ при $t \longrightarrow \infty$ имеем уравнение

$$u_s(t)=\frac{1}{2\pi}-\frac{\alpha}{2\pi}\int_0^t u_s^N(\tau)d\tau.$$

Из него следует

$$\frac{du_s}{dt}=-\frac{\alpha}{2\pi}u_s^N(t), \quad \text{т.е.} \quad \frac{u_s(t)^{-(N-1)}}{N-1}=-\frac{\alpha}{2\pi}t+c,$$

и искомое асимптотическое решение для больших t имеет вид

$$u_s(t)\simeq\left[\frac{\alpha}{2\pi}(N-1)t\right]^{\frac{1}{N-1}}.$$

Важной особенностью полученного решения является полная независимость решения от начального распределения, т.е. при решении задач такого типа оправдан произвол в выборе начального распределения.

ЛИТЕРАТУРА

1. К вопросу о внутримолекулярной релаксации макромолекул/А.Б.Бартман, С.Г.Галактионов, В.П.Попкович, Т.Л.Перельман. — ИФЖ, 1974, т. 27, № 6, с. 1019—1027. 2. Курпант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. — М.: ГНТТЛ, 1951. — 459 с.

УДК 621.313.333

В.Г.СИДОРОВ (БПИ)

ПРЕДЕЛЬНЫЙ МОМЕНТ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПРИ ЧАСТОТНОМ УПРАВЛЕНИИ С ПОСТОЯНСТВОМ ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЯ РОТОРА

В [1] показано, что частотное управление асинхронными электродвигателями (АД) с постоянством модуля обобщенного вектора потокосцепления ротора ($|\bar{\psi}_R| = \psi_R = \mathrm{const}$) позволяет получить механические характеристики привода, которые теоретически линейны, т.е. не имеют точки опрокидывающего момента. Данное свойство АД при частотном управлении с $\psi_R = \mathrm{const}$ без сомнения положительно, однако возникают вопросы: какова "плата" за линейность характеристик? Всегда ли на практике привод способен работать без опрокидывающего момента? Для ответа на эти вопросы рассмотрим взаимосвязь между электромагнитными величинами в АД при управлении с $\psi_R = \mathrm{const}$. В частности, установим и проанализируем связь в АД между потокосцеплением ротора ψ_R, потокосцеплением взаимоиндукции ψ_m и электромагнитным моментом М. Общеизвестно [2], что

$$\bar{\psi}_R = \bar{\psi}_m + L_{\sigma R}\bar{I}_R , \qquad (1)$$

где $L_{\sigma R}$ — индуктивность рассеивания фазы ротора; $\bar{I}_R$ — обобщенный вектор тока ротора АД.

Для установившегося режима в синхронно вращающейся системе координат [2] можно записать

$$\bar{\psi}_R = \psi_R e^{j\varphi_1} ; \qquad (2)$$

$$\bar{I}_R = I_R e^{j\varphi_2} , \qquad (3)$$

где φ_1, φ_2 — аргументы соответствующих обобщенных векторов в АД; $\varphi_1 = \mathrm{const}$, $\varphi_2 = \mathrm{const}$. С другой стороны, для установивше-