УДК 62–50:62–83

А.И.Агеенко, И.Ф.Кузьмицкий, П.В.Ползик

СИНТЕЗ ИЗОДРОМНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПОВ АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ

Приводится метод синтеза изодромных регуляторов, позволяющий определить коэффициенты изодромного закона управления объектом, подверженного действию постоянного возмущения, и метод выбора весовых коэффициентов из условия обеспечения устойчивости и заданных показателей качества системы.

В задачах аналитического конструирования регуляторов [1,4] уравнение объекта

$$X = AX + U + F, \tag{1}$$

содержащее постоянную составляющую F, характеризующую действие неизмеряемой возмущающей силы, преобразуется путем дифференцирования в уравнение

$$Z = DZ + MU, \tag{2}$$

относительно которого определяется вектор управления

$$U = -CM^{T} RZ. \tag{3}$$

Минимизирующий функционал [1] вида

$$I = \int_{0}^{\infty} [Z^{T}BZ + (RZ)^{T}C(RZ) + U^{T}C^{-1}U]\,dt. \tag{4}$$

Интегрированием уравнения (3) находится изодромный закон управления объектом (1)

$$U = -CM^{T}(\Gamma X + \int_{0}^{t} SXdt). \tag{5}$$

В выражениях (1) – (5) $A = \| a_{ij} \|_{n\times n}$ – матрица постоянных коэффициентов; $X - n$ – мерный вектор фазового состояния, координаты которого соответствуют элементам m – мерного вектора $Z (X_i = Z_{2i-1}, X_i = Z_{2i}$; C – матрица коэффициентов усиления каналов управления размера $(m\times n)$; $R = \| r_{kl} \|_{m\times m}$ – симметричная матрица коэффициентов оптимального управления U; $\Gamma = \| \gamma_{ij} \|_{n\times n}$ симметричная матрица линейной составляющей закона управления объектом, элементы которой γ_{ij} соответствуют элементам r_{2i2j} матрицы R; $S = \| S_{ij} \|_{n\times n}$ –матрица оптимальных коэффициентов интегральной составляющей изодромного закона управления, элементы которой S_{ij} соответствуют элементам $r_{2i(2j-1)}$ матрицы R; $D=\| d_{kl} \|_{m \times m}$ – матрица постоянных коэффициентов, для определения которых можно использовать следующее правило:

$$d_{kl} = \begin{cases} a_{i,j}, \text{ если } k = 2i, l = 2j; \\ 1 \quad \text{если } k = 2i - 1, l = k+1; \\ 0 \quad \text{если } k = 2i, 2i - 1, l = 2j - 1; \end{cases} \tag{6}$$

M – прямоугольная матрица размера $m \times n$ вида

$$M = \begin{vmatrix} 000\ldots0 \\ 100\ldots0 \\ 000\ldots0 \\ 010\ldots0 \\ 000\ldots1 \end{vmatrix}$$

Для линейного стационарного уравнения (2) при полной степени наблюдаемости [1] формально можно использовать алгоритм [2] определения оптимальных коэффициентов управления

$$\hat{D}\hat{R} = B, \tag{7}$$

где $\hat{D}$ – квадратная матрица порядка 0,5 $m(m+1)$, составленная из элементов матрицы D по правилам [3]; $\hat{R}$, $\hat{B}$ – матрицы-столбцы, составленные из наддиагональных элементов соответственно матрицы R и матрицы весовых коэффициентов B функционала (4).

В связи с тем что матрица D состоит из большого числа нулевых элементов матрица D имеет $0{,}5n(n+1)$ нулевых строк и уравнение (7) не позволяет получить однозначное решение. Кроме того, согласно [1] при $\beta_{ij} = \text{const}$ управление объектом (2) требует дополнительного исследования системы из условия обеспечения ею заданных показателей качества и устойчивости.

Рассмотрим метод выбора из множества решений уравнения (7) такого решения, при котором коэффициенты управления обеспечивают наряду с минимизацией функционала (4) требуемые прямые показатели качества Ф, устойчивость системы и алгоритм решения исходной задачи, позволяющий исключить промежуточное уравнение (2), (3) и уменьшить порядок решаемых уравнений.

Так как матрица S и симметричная матрица Г образованы из элементов симметричной матрицы R, то для нахождения их элементов достаточно определить $0{,}5n(3n + 1)$ элементов матрицы R. Матрица-столбец $\hat{R}$, состоящая из $0{,}5m(m+1)$ или $n(2n+1)$ элементов матрицы Rсодержит $0{,}5n(n+1)$ избыточных элементов относительно искомых элементов матриц Г и S.

Число избыточных элементов R соответствует числу нулевых строк матрицы D. Следовательно, задаваясь числовыми значениями избыточных элементов матрицы R, можно определить элементы матрицы Г и S. Выбор числовых значений избыточных элементов матрицы R осуществляется следующим образом.

Преобразуем уравнение (7), осуществив перенос избыточных элементов $\hat{R}$ в правую часть уравнения, что позволяет рассматривать их как дополнительные составляющие весовых коэффициентов функционала. Числовые значения весовых коэффициентов, дополненных новыми составляющими, определим, используя метод [3], который заключается в получении уравнений, связывающих показатели качества системы уравнения с весовыми коэффициентами функционала и нахождении весовых коэффициентов из этих уравнений при заданных значениях составляющих вектора Ф.

Так как матрица D содержит большое число нулевых и единичных элементов, проводится ряд преобразований уравнения (7) с целью получения наиболее простого алгоритма решения уравнения (7) относительно элементов матриц Г и S.

В результате таких преобразований с учетом соответствия элементов матрицы D элементам матрицы A (6) получен следующий алгоритм. Для нахождения элементов матрицы S необходимо решить n независимых уравнений, каждое из которых составлено относительно одного из столбцов матрицы S и имеет вид

$$A^{T}S_{j} = \hat{B}_{j}, \qquad (8)$$

где $S_j = \| s_{ij} \|_{n\times 1}$ – матрица-столбец, составленная из элементов j столбца матрицы S; B_j – $[\beta_{(2j-1)2i} - r_{(2i-1)(2i-1)}]$ – матрица-столбец, составленная из элементов весовых коэффициентов β и избыточных элементов матрицы $\hat{R}$; A^T – транспонированная матрица объекта. Элементы матрицы Г находим, используя решения уравнения (8) из уравнения

$$\hat{A}\hat{\Gamma} = \hat{B}\gamma, \qquad (9)$$

где $\hat{\Gamma}$ – $[\gamma_{ij}]$ – матрица -столбец, образованная из наддиагональных элементов матрицы Г,$\hat{B}_{\gamma}$ – $[\beta_{2i2j} - s_{ij} - s_{ji}]$ – матрица-столбец, элементы которой образованы из элементов матриц B и S, A – квадратная матрица порядка $0{,}5n(n+1)$, образованная из элементов матрицы A по правилу [2].

На основании метода [3] последовательно для каждого сочетания варьируемых коэффициентов $\hat{B}_j$ и $\hat{B}_{\gamma}$ определяются прямые показатели качества путем замыкания уравнения (1) уравнением (5), что позволяет выбрать значения коэффициентов $\hat{B}_j$ и $\hat{B}_{\gamma}$, при которых обеспечивается наряду с заданными показателями и устойчивость системы.

Таким образом, использовав уравнения (8), (9) и выбрав элементы матриц B_j и B_{γ}, на основании метода [3] определяются коэффициенты изодромного закона управления,обеспечивающего требуемые показатели качества системы.

Литература

1. К р а с о в с к и й А.А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. — М., 1969. 2. К а р а п е т ь я н Р.М. О численном решении уравнений оптимальных коэффициентов в задачах аналитического конструирования регуляторов. — автоматика и телемеханика, 1972, № 12. 3. К у з ь м и ц к и й И.Ф., П о л з и к П.В. К выбору весовых коэффициентов функционала при аналитическом конструировании регуляторов. — Автоматика и телемеханика, 1973, № 11. 4. Л е т о в А.М. Динамика полета и управления. — М., 1969.

УДК 62 – 83:621.313.3 – 592.3

А.И.Лапидус

АСИНХРОННЫЙ КОРОТКОЗАМКНУТЫЙ ДВИГАТЕЛЬ В РЕЖИМЕ ПОЛЗУЧЕЙ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ

Ползучая частота вращения трехфазного асинхронного короткозамкнутого двигателя применяется в позиционных электроприводах металлорежущих станков для осуществления операций доворота механизмов в заданное положение или для их подналадки.

Двигатель работает в режиме ползучей частоты вращения, если обмотки статора питаются одновременно переменным и постоянным током. Сложный характер происходящих в машине физических процессов обусловлен взаимодействием полей переменного и постоянного тока. Результирующее магнитное поле машины можно рассматривать состоящим из поля, которое вращается с синхронной частотой и создает двигательный момент, и неподвижного поля, которое создает момент динамического торможения. При этом каждая из составляющих момента является результатом взаимодействия соответствующего поля статора и вызванной им реакцией ротора. Результирующая механическая характеристика машины (рис. 1, кривая 2) получается алгебраическим суммированием составляющих характеристик двигательного режима (рис. 1, кривая 1) и режима динамического торможения (рис. 1, кривая 3).

На рис. 2 представлена разработанная схема включения асинхронной машины на ползучую частоту вращения. Эта схема отличается от других симметричных схем [1] простотой и тем, что обеспечивает более жесткий участок механической характеристики в зоне ползучей частоты вращения. Жесткость характеристики обусловлена соотношением между постоянной и переменной составляющими тока в обмотках двигателя. В рассматриваемой схеме это отношение является наибольшим.