

ОТНОСИТЕЛЬНО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ  
РЕАЛЬНОГО ГАЗА

Как указывалось раньше [1], калорическое уравнение имеет вид

$$u = ap(v - b) + u(v) + u_*, \quad (1)$$

где  $b$  - минимальный объем, до которого может быть сжато рабочее тело при абсолютном нуле температуры.

Изохорная теплоемкость такого газа будет

$$c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = a(v - b) \frac{\partial p}{\partial T}. \quad (2)$$

Учитывая, что  $b = \text{const}$  и обозначая  $v = v - b$ , формула (2) примет следующий вид:

$$c_v = av \frac{\partial p}{\partial T}, \quad (3)$$

откуда

$$\frac{\partial c_v}{\partial v} = a \frac{\partial p}{\partial T} + av \frac{\partial^2 p}{\partial T \partial v}. \quad (4)$$

С учетом дифференциальных соотношений термодинамики получим

$$a \frac{\partial p}{\partial T} + av \frac{\partial^2 p}{\partial T \partial v} = T \frac{\partial^2 p}{\partial T^2}. \quad (5)$$

Для решения уравнения (5) воспользуемся методом разделения переменных  $p = \varphi(T)\psi(v)$ , тогда будем иметь:

$$a\varphi \frac{d\varphi}{dT} + av \frac{d\varphi}{dT} \frac{d\psi}{dv} = \varphi T \frac{d^2\psi}{dT^2} \quad (6)$$

или

$$\frac{a\psi + av \frac{d\psi}{dv}}{\psi} = \frac{T \frac{d^2\psi}{dT^2}}{\frac{d\psi}{dT}} = \varepsilon, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  - произвольная постоянная.

Решению подлежат два уравнения: первое для  $\psi$

$$(a - \varepsilon)\psi + av \frac{d\psi}{dv} = 0, \quad (8)$$

откуда

$$\psi = c_1 v^{\frac{\varepsilon - a}{a}},$$

второе для  $\varphi$

$$T \frac{d^2\varphi}{dT^2} - \varepsilon \frac{d\varphi}{dT} = 0. \quad (9)$$

Условие (9) выполняется в частном случае при  $T=0$  и  $\varphi = \text{const.}$  Это соответствует третьему закону термодинамики (при  $T \rightarrow 0$  свойства вещества, в частности давление конденсированной фазы, перестают зависеть от температуры).

В общем случае имеем

$$\frac{d}{dT} T^\varepsilon \frac{d\varphi}{dT} = 0. \quad (10)$$

Дважды интегрируя, получаем

$$\varphi = \frac{c_2}{\varepsilon + 1} T^{\varepsilon + 1} + c_3. \quad (11)$$

Таким образом, частное решение исходного уравнения (5) будет

$$p_1 = \varphi T \psi_1 = \left( \frac{c_2}{\varepsilon + 1} T^{\varepsilon + 1} + c_3 \right) c_1 v^{\frac{\varepsilon_1 - a}{a}}. \quad (12)$$

Установим возможные границы изменения  $\epsilon$ . Решение (12) запишем

$$p = \frac{RT}{v} = \sum_{i=1}^n k_i T \epsilon_i v \frac{\epsilon_i}{a} + \sum_{i=1}^n B_i \frac{v}{v} \frac{\epsilon_i}{a}. \quad (13)$$

В сумме первого ряда один из членов должен быть равен единице, т.е. иметь степень  $\epsilon = 0$ . Кроме того, во всех членах ряда, содержащих температуру; выражение  $v \frac{\epsilon_i}{a}$  должно быть в знаменателе, т.е.  $\frac{\epsilon_i}{a} < 0$ , но  $a = \frac{k}{k-1} > 0$  [1], поэтому  $\epsilon \leq 0$ . Если  $\epsilon < -1$ , то при  $T \rightarrow 0$  первый ряд, содержащий температуру, должен дать бесконечно большое давление, которое в очень сильной степени будет зависеть от температуры, что противоречит третьему закону термодинамики.

Значит, при  $T \rightarrow 0$  выражение  $N = \frac{RT}{v} \left( 1 + \sum_{i=1}^n k_i T \epsilon_i v \frac{\epsilon_i}{a} \right) \rightarrow 0$ , которое может выполняться и только при  $-1 < \epsilon_i \leq 0$ . Единственным ограничением, накладываемым на второй ряд  $f(v)$ , является условие: при  $v \rightarrow \infty$  имеет место  $f(v) \rightarrow 0$ , т.е.  $\frac{\epsilon_i}{a} - 1 < 0$  или  $\frac{\epsilon_i}{a} < 1$ . Со стороны отрицательных значений для  $\epsilon_i$  ограничений нет.

Таким образом, уравнение состояния принимает вид

$$p = \frac{RT}{v} \left[ 1 + \sum_{i=1}^n k_i \frac{1}{\left( T v \frac{1}{a} \right) \epsilon_i} \right] + f(v), \quad (14)$$

где  $0 \leq \epsilon_i < 1$ .

Целесообразно искать первый и второй члены уравнения (14) раздельно. Для этого вычислим  $\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v$ . Обозначая величину  $\left( T v \frac{1}{a} \right) = S$ , можно записать

$$\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v} \left[ 1 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{S \epsilon_i} (1 - \epsilon_i) \right]. \quad (15)$$

Таким образом, относительная упругость рабочего тела

$$\beta = \frac{v}{R} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = f(S)$$

зависит только от комплекса  $S$ . Для проверки данного вывода создана программа расчета  $\beta = f(S)$  для воды и водяного пара в области параметров  $p \leq p \leq 100 \text{ МПа}$ ,  $T \leq T \leq 1073 \text{ К}$ , исключая влажный пар, при различных величинах  $a$ ,  $b$ . Расчеты производились по Международной системе уравнений для точного описания термодинамических свойств воды и водяного пара [2] и контролировались по данным [2, 3]. Во всем указанном диапазоне, кроме надкритической области и района аномалии плотности, однозначная зависимость относительной упругости от значения комплекса  $S = Tv^{\frac{1}{a}}$  выполняется с погрешностью не более 1%. Этот факт позволяет надеяться на получение достаточно простого уравнения состояния, описывающего термические и калорические свойства воды и водяного пара в широком диапазоне параметров.

#### Л и т е р а т у р а

1. Степанчук В.Ф. Относительно общего вида калорического уравнения реального газа. - Изв. вузов СССР. Энергетика, 1970, № 6. 2. Вукалович М.П. и др. Таблицы теплотехнических свойств воды и водяного пара. М., 1969. 3. Равкин С.Л. и др. Теплотехнические производные для воды и водяного пара. М., 1977.

УДК 621.78.013.002.5

М.М.Сбитнева, канд.техн.наук

#### АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КАНАЛА РЕЦИРКУЛЯЦИОННОЙ ПЕЧИ

При проектировании рециркуляционных печей с центробежными вентиляторами [1, 2] необходимо определение оптимальной скорости воздушного потока во избежание получения брака продукции. Для изменения скорости потока в непосредственной близости от вентилятора устанавливается диафрагма. Она вносит дополнительные местные потери, которые с учетом потерь на трение вдоль канала определяют скорость аэродинамического потока в канале при заданной мощности вентилятора.