УДК 62-50

П.В.Ползик, канд.техн.наук

СИНТЕЗ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ ОТКЛОНЕНИЯ

В промышленности часто возникают задачи для определенного класса машин, согласование движений отдельных узлов или механизмов линий для обеспечения заданных технологических показателей качества. Многие динамические системы позволяют ограничиться изменением управляющего воздействия через определенные промежутки времени [1,2].

Таким образом, задача синтеза автоматической системы управления состоит в определении дискретных управляющих воздействий через определенные промежутки времени Т на интервале $t_к \div t_о$, $t_к = mT$, обеспечивающих минимум квадратичного критерия $J^о$ (рис. 1).

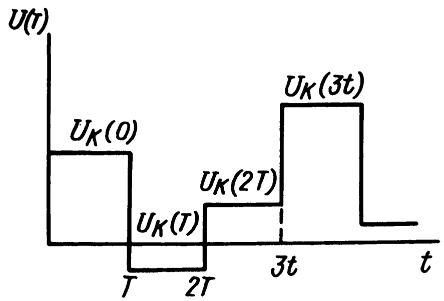

Рис. 1.

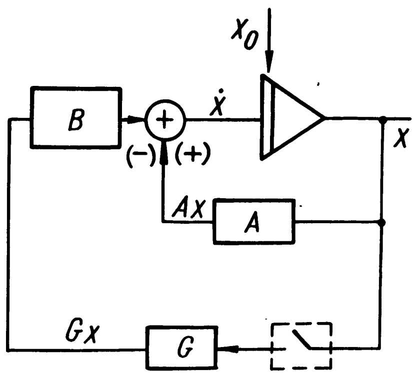

Рис. 2.

Рассмотрим электромеханические объекты, связанные между собой единым технологическим процессом и описываемые системой дифференциальных уравнений в векторной форме

$$X(t) = AX(t)+BU(t); \; X(0)=X_о; t \in (0,t_к), \qquad (1)$$

где X - вектор n-состояния системы; A - матрица $n \times n$ коэффициентов объекта; B - матрица $n \times n$ весовых коэффициентов; U - вектор n управления, оптимальный в смысле минимума функционала:

$$J(X,t,U)=\int_{0}^{mT}\left[X^{T}(t)QX(t)+U^{T}(t)CU(t)dt,\right. \qquad (2)$$

где Q матрица $(2n-1)(2n-1)$ постоянная положительно полуопределенная; C – матрица $m \times m$ постоянная определенно положительная.

Последовательность дискретных управлений определяется

$$U(t)=U_{к}; \quad T\leq t\leq(к+1)T; \quad к=0,1,2,\dots,n. \qquad (3)$$

Если $\phi(t, t_{0})$ есть переходная матрица однородного дифференциального уравнения

$$\dot{X} = AX(t), \qquad (4)$$

то можно записать выражение, характеризующее состояние при $(к+1)T$ в зависимости от состояния при $к \cdot T$ и постоянной величине сигнала управления $U(кT)$,

$$X\left[(к+1)T\right]=\Phi(T,0)X(кT)+R(T,0)U(кT); X(0)=X. \qquad (5)$$

Очевидно, что матрицы Φ, R инварианты во времени и зависят только от дискретного промежутка времени T

$$\Phi^{\left[(к+1)T,\ кT\right]}=e^{A\left[(к+1)T-кT\right]}=e^{AT}=\phi(T,O). \qquad (6)$$

Аналогично

$$R\left[(к+1)T,\ кT\right]=R(T,O). \qquad (7)$$

Рассматривая квадратичный критерий для автоматической системы с дискретными управляющими воздействиями, его можно представить как интеграл в пределах от к до n.

$$J(X,t,U)=\sum_{к=0}^{m-1}\int_{кT}^{(к+1)T}\left[X^{T}(t)QX(t)+U^{T}(t)CU(t)\right]dt. \qquad (8)$$

Если решение уравнения (1) подставляется в каждый интеграл и если $U_{к}$ постоянно в интервале T (каждого интегрирования), квадратичный функционал будет

$$J(X,t,U) = \sum_{\kappa=0}^{m-1} \left[X^T(\kappa T)\hat{Q}(T,O)X(\kappa T)+2X^T(\kappa T)M(T,O)\right.$$

$$\left. U(\kappa T)+U^T(\kappa T)\hat{C}(T,O)U(\kappa T)\right]. \quad (9)$$

Аналогично (6), (7) матрицы $\hat{Q}$, M, C инварианты во времени и зависят только от времени T дискретного промежутка:

$$\left.\begin{aligned} \hat{Q}[(\kappa+1)T,\ \kappa T] &= \hat{Q}(T,O); \\ M[(\kappa+1)T,\ \kappa T] &= M(T,O); \\ \hat{C}[(\kappa+1)T,\ \kappa T] &= \hat{C}(T,O). \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Если Q и C положительно определены и полуопределены, соответственно имеем $\hat{Q}$ и $\hat{C}$. Необходимо, чтобы преобразования сохранили свойства, так как это является требованием для существования решения. Для оптимального решения при дискретном управляющем воздействии упростим соотношения:

$$\left.\begin{aligned} & X[(\kappa+1)T] \cong X_{\kappa+1};\ U(\kappa T) \cong U_\kappa; \\ & \Phi(T,O) \equiv \Phi;\ \hat{C}(T,O) \cong \hat{C}. \end{aligned}\right. \quad (11)$$

Тогда задача для дискретных уравнений запишется так:

$$X_{\kappa+1} = \Phi X_\kappa + RU_\kappa. \quad (12)$$

При этом решение (12) определяет последовательность управлений U_κ^*, $\kappa=0,1,2,\ldots,m-1$, соответствующую траекторию движения X_κ^*, минимизирующих квадратичный функционал

$$J= \sum_{\kappa=0}^{m-1} \left[X_\kappa^T\hat{Q}X_\kappa +2X_\kappa^T M X_\kappa +U_\kappa^T\hat{C}U\right]. \quad (13)$$

Таким образом получили аналогию непрерывного регулятора при дискретной информации о состоянии и дискретных управляющих воздействиях, т.е. дискретный временной аналог линейного непрерывного регулятора.

Считая, что $\hat{Q}$ – положительно полуопределено, C – положительно определена, Φ – системная матрицы для любого интервала T, последовательность управлений U_κ^*, минимизирующих функционал J для любого ряда начальных условий X_0, определяется:

$$U^*_к = -\left\{\hat{C}^{-1}M^T + \left[\hat{C} + R^T \hat{к} R\right]^{-1} R^T \hat{к} \left[\phi - R\hat{C}^{-1}M^T\right]\right\} X^*_к$$

или $U^*_к = GX^*_к$.

Матрица К определяется из нелинейного матричного уравнения. При $K \longrightarrow -\infty$ и $K = 0$, $K = K_к$

$$K_к = \left[\phi - R\hat{C}^{-1}M^T\right]\left[K_{к+1} - K_{к+1}R(\hat{C} + R^T K_{к+1}R)^{-1}RK_{к+1}\right] \times$$

$$\times\left[\phi - R\hat{C}^{-1}M^T\right] + \left[\hat{Q} - MC^{-1}M^T\right].$$

Решение приводят к закону оптимального уравнения. Это уравнение является дискретным аналогом матричного дифференциального уравнения Риккати.

Элементы постоянной матрицы К определяются решением дифференциальных уравнений на ЭВМ.

Существование и определенность решения установившегося состояния гарантируется полной управляемостью системы.

Если матрицу К определить численно, тогда коэффициент усиления обратной связи G определяется из уравнения

$$G = \hat{R}^{-1}M^T + (\hat{C} + R^T \hat{K} R)^{-1} R^T \hat{K}(\phi - R\hat{C}^{-1}M^T).$$

Закон $U^*_к = CX^*_к$ требует получения информации о параметрах в момент времени, характеризующий предыдущий интервал кТ для оценки управления на участке (к+1)Т.

Замкнув систему, получим

$$\dot{X}^*(t) = AX^*(t) - BCX^*(кT);$$

$$T \leq t \leq (к+1)T.$$

Структурная схема представлена на рис. 2.

Из приведенных уравнений синтеза смстемы автоматического управления с дискретной информацией о состоянии следует, что может быть сформирован дискретный временной аналог линейного непрерывного регулятора.

Область его применения может охватить класс машин, где по технологическим условиям управляющее воздействие на определенном отрезке времени может быть постоянным (прядильные машины корда, формирующие ДСП, транспортные устройства и т.д.)

Литература

1. Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. М., 1968. 2. Летов А.М. Динамика полета и управления. М., 1969.

УДК 621.373.213.3

О.П.Ильин, канд.техн.наук,
П.П.Примшиц, инженер

СИНТЕЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ С ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ

При разработке ряда исполнительных следящих электроприводов требуется инвариантность динамических свойств системы к вариациям ее параметров. Самонастраивающиеся системы с эталонной моделью позволяют получить высокое качество регулирования объектом с переменными параметрами. Авторами [1] предложен метод синтеза САУ с эталонной моделью объектом высокого порядка с переменными параметрами, который позволяет построить высококачественную систему управления при наличии информации только о выходной координате объекта и ее первой производной. Сущность метода заключается в том, что вначале производится предварительная коррекция объекта таким образом, чтобы

$$\alpha_3 \geqslant -10 \left| \alpha_{1,2} \right| ; \tag{1}$$

$$\frac{A_3}{A_{1,2}} < 1, \tag{2}$$

где $\alpha_{1,2}$, α_3 – действительная часть соответственно доминирующих полюсов и ближайшего к ним полюса; $A_{1,2}$, A_3 – амплитуда составляющей решения $x(t)$ от доминирующих полюсов и ближайшего к ним полюса.