

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ
(БГПА)**

УДК 519.876

№ Г. Р. 19972020

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе

_____ **Ф. А. Романюк**

“__” декабря 2000 г.

ОТЧЕТ О НИР

Разработка математических моделей

колебательных процессов сложных динамических систем

транспортных и технологических машин

(заключительный)

Шифр ГБ 97-109

Зав. каф. «Высшая математика № 1»

Руководитель темы,

д. т. н., проф.

Микулик Н. А.

Минск – 2000 г.

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,

вед. научн. сотр., д. т. н., проф.

Н. А. Микулик

(реферат, введение, заключение, раздел 1)

Ответственный исполнитель,

ст. научн. сотр., к. ф.-м. н., доц.

В. И. Каскевич

(алгоритм и программа расчета, раздел 1)

Исполнители:

ст. научн. сотр., д. ф.-м. н., доц.

А. В. Метельский (раздел 4)

ст. научн. сотр., к. т. н., доц.

В. И. Юринок (раздел 3)

ст. научн. сотр., к. т. н., доц.

Г. Н. Рейзина (2)

мл. научн. сотр.

П. В. Илюсенко

(программа расчета, раздел 1)

мл. научн. сотр.

А. В. Каскевич

(программа расчета, раздел 1)

вед. инж.-прогр.

Е. Б. Балашова

(оформление отчета)

РЕФЕРАТ

Отчет 30 стр., 2 рис., 2 табл., 14 источников.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ТРАНСПОРТНОЕ СРЕДСТВО, ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА, ИЗНОС, ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭКСПЕРИМЕНТА, ОПЕРАТОР, СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ, МНОЖЕСТВО, АЛГОРИТМ, ПРОГРАММА, ФУНКЦИЯ ОТКЛИКА, ПОДВЕСКА, ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ ТИП.

Объектом исследования являются сложные динамические системы транспортных и технологических машин.

Цель работы – разработка математических моделей и программного обеспечения для исследования сложных динамических систем машин.

Разработан алгоритм и программное обеспечение для определения характеристик крутильных колебаний динамических систем транспортных машин.

Разработана математическая модель полиномиального типа для получения выходных характеристик подвесок транспортного средства с применением методов планирования эксперимента. Разработана программа для ЭВМ реализации модели.

Разработаны математические модели, алгоритм и программа для расчета изменения формы кубической заготовки в технологическом процессе получения полной сферической поверхности малого радиуса.

Рассмотрена задача управления дифференциально-разностной системой запаздывающего типа, когда измерению доступна лишь часть переменных состояния.

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ	2
РЕФЕРАТ	3
СОДЕРЖАНИЕ	4
ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ПОРЯДОК РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СХЕМЫ	6
2. РАСЧЕТ ВЫХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДВЕСКИ АВТОМОБИЛЯ.....	15
3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ ПОЛИОРАЗМЕРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ В ПРОЦЕССЕ ОБРАБОТКИ.....	19
3.1. Алгоритм и программа по определению износа поверхности кубической заготовки при ударном воздействии с инструментом	19
3.2. Численное исследование изменения формы поверхности заготовки с учетом переменной массы кубика и влияние силовых параметров на угловую скорость	20
4. УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМОЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО НЕПОЛНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ	21
4.1. Введение	21
4.2. Элементы теории разложения.....	22
4.3. Граничная задача для вычисления успокаивающего управления	24
4.4. Пример	25
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	27
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	29

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конкурентноспособной может быть продукция, произведенная на основании наукоемких технологий. Следовательно, при проектировании новых машин и совершенствовании существующих моделей необходим прогнозируемый расчет для определения их работоспособности. Поэтому важно, чтобы этот расчет был обеспечен наиболее точными алгоритмами и программами для ЭВМ.

На основании исследований созданы алгоритмы и программы для определения характеристик крутильных колебаний силовой передачи и характеристик подвесок транспортных средств.

Разработаны математические модели, алгоритм и программа для определения угловой скорости вращения кубика вокруг своего ребра и линейной скорости каждой из его вершин при соударении с поверхностью инструментальных дисков.

Рассмотрена задача управления дифференциально-разностной системой запаздывающего типа. Показано, что при выполнении спектрального критерия полной управляемости задача разрешима при любом начальном состоянии.

1. ПОРЯДОК РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

При создании математической модели динамической системы транспортного средства необходимо

- знать исходные действительные значения параметров динамической системы (массы или моменты инерций масс, жесткости или податливости соединений масс: валов, опор, рессор и т.д.). Поскольку эти величины определяются экспериментально или расчетами по известным методам, то мы на них не останавливаемся;
- составить динамическую схему рассматриваемой системы в виде сосредоточенных масс и соединений, распределив их в соответствии с местом в реальной системе;
- определить значения моментов инерций масс и податливостей соединений, объединяя малые массы, прилегающие к большим, в одну массу;
- привести (редуцировать) эти моменты и податливости к одной массе, обычно к первой массе. В транспортной системе все массы и податливости приводятся к первичному валу коробки перемены передач.

При этом действительные моменты инерции делятся, а податливости умножаются на квадраты соответствующих передаточных чисел редукторов системы, т.е. $I_n = \frac{I_\partial}{i^2}$ и $e_n = e_\partial i^2$. Реактивные массы и податливости соответ-

ственно $I_{np} = \frac{I_\partial}{(i-1)^2}$, $e_{np} = e_\partial (i-1)^k$. Здесь I_n и e_n – приведенные, а I_∂ и e_∂

– действительные значения моментов инерции масс и податливости соединений.

Приведем пример расчета параметров динамической схемы (рис. 1) по исходным данным.

$I_1 = 5,4,6,7$ – первый момент инерции берется в натуральную величину.

$$I_2 = \frac{1}{i_{knn}^2} \cdot \sum_{i=1}^7 I_i$$

$$I_3 = \frac{1}{i_{knn}^2} \left(\frac{1}{2} I_{\kappa\theta I} + \frac{1}{i_{\partial n}^2} \left(I_{\partial ny} + \frac{1}{2} I_{\kappa\theta II} + \frac{I_{cm} + I_{\text{полсм}}}{i_{\partial cm}^2} \right) \right)$$

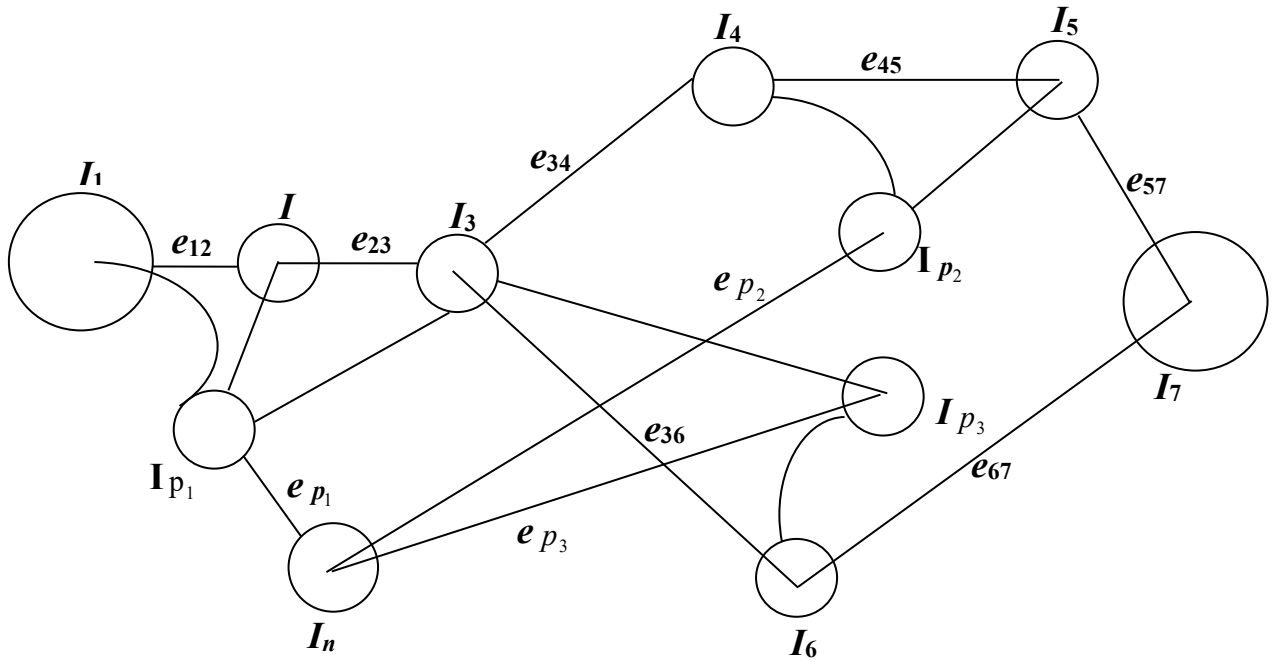


Рис.1. Расчетная схема автомобиля (6x4). Ведущие колеса – одна масса

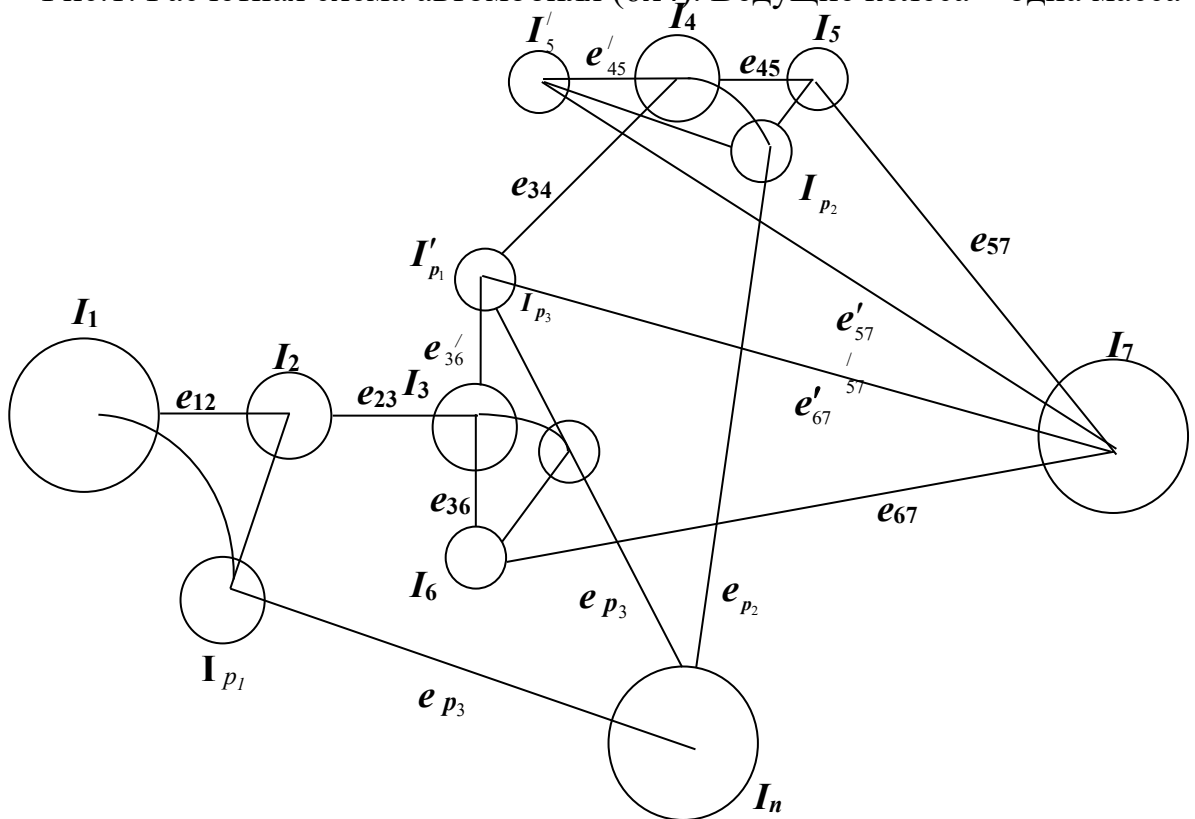


Рис.2. Расчетная схема автомобиля (6x4). Ведущие колеса – две массы

$$I_4 = \frac{1}{i_{кпп}^2} \left(\frac{1}{i_{\partial}^2} \left(\frac{1}{2} I_{квII} + \frac{I_{\partial зм} + I_{ползм}}{i_{\partial зм}^2} \right) \right)$$

$$I_5 = \frac{1}{i_{кпп}^2} \left(\frac{I_{кзм}}{(i_{к} i_{\partial зм} i_{\partial н})^2} \right)$$

$$I_6 = \frac{1}{i_{кпп}^2} \left(\frac{I_{ксм}}{(i_{к} i_{\partial н} i_{\partial см})^2} \right)$$

$$I_7 = \frac{1}{i_{кпп}^2} \left(\frac{r_{к}^2}{(i_{к} i_{\partial н})^2} g \left(\frac{P_1}{i_{\partial см}^2} + \frac{P_2}{i_{\partial зм}^2} \right) \right)$$

$$I_{p1} = \frac{1}{(1 - i_{кпп})^2} I_{сил.агр.}$$

$$I_{p2} = \frac{1}{i_{кпп}^2} \frac{I_{карзм}}{(1 - i_{\partial зм})^2 i_{\partial н}^2}$$

$$I_{p3} = \frac{1}{i_{кпп}^2} \left(\frac{I_{карсм}}{(1 - i_{\partial см})^2 i_{\partial н}^2} \right)$$

$$I_n = \frac{1}{i_{кпп}^2} \left(\frac{P_1}{(1 - i_{\partial см})^2} + \frac{P_2}{(1 - i_{\partial зм})^2} \right) \frac{1}{i_{\partial н}^2}, g - \text{ускорение свободного падения.}$$

$$e_{12} = i_{кпп}^2 \sum_{i=1}^5 e_{валкпп}$$

$$e_{57} = i_{кпп}^2 (i_{к} i_{\partial п} i_{\partial зм})^2 e_{шнз}$$

$$e_{23} = i_{кпп}^2 e_{квI}$$

$$e_{67} = i_{кпп}^2 (i_{к} i_{\partial п} i_{\partial см})^2 e_{шнс}$$

$$e_{34} = i_{кпп}^2 i_{\partial н}^2 e_{квII}$$

$$e_{p1} = (1 - i_{кпп})^2 e_{поддв}$$

$$e_{45} = i_{кпп}^2 (i_{\partial зм} i_{\partial н})^2 e_{ползм}$$

$$e_{p2} = i_{кпп}^2 (1 - i_{\partial зм})^2 i_{\partial н}^2 e_{карзм} (\text{рессор})$$

$$e_{36} = i_{кпп}^2 (i_{\partial п} i_{\partial см})^2 e_{полсм}$$

$$e_{p3} = i_{кпп}^2 (1 - i_{\partial см})^2 i_{\partial н}^2 e_{карсм} (\text{рессор})$$

где $i_{кпп}$ – передаточное число КПП,

$i_{\partial н}$ – передаточное число промежуточного дифференциала,

$i_{\partial см}$ – передаточное число дифференциала среднего моста,

$i_{\partial зм}$ – передаточное число дифференциала заднего моста,

$i_{к}$ – передаточное число колесной передачи,

p_1 – подрессоренный вес, приходящийся на средний мост,

p_2 – подрессоренный вес, приходящийся на задний мост,

I_1 – суммарный момент инерции маховиков, дисков сцепления, первичного вала коробки передач и масс с ним связанных,

I_2 – суммарный момент инерции промежуточного вала, вторичного вала и моментов с ними связанных и половины карданного вала,

I_3 – суммарный момент инерции половины карданного вала, вращающихся деталей промежуточного дифференциала среднего моста, половины межмостового карданного вала и полуосей среднего моста,

I_4 – суммарный момент инерции половины межмостового карданного вала, вращающихся деталей дифференциала заднего моста и полуосей заднего моста,

I_5 – суммарный момент инерции колес заднего моста,

I_6 – суммарный момент инерции колес среднего моста,

I_7 – момент инерции маховика, заменяющего поступательно движущиеся массы всех автомобилей,

I_{p1} – момент инерции силового агрегата относительно оси, проходящей через ось коленвала,

I_{p2} – момент инерции картера заднего моста относительно оси полуосей,

I_{p3} – момент инерции картера среднего моста относительно оси полуосей,

I_n – момент инерции маховика, заменяющего подрессоренную массу автомобиля,

e_{12} – податливость валов коробки передач,

e_{23} – податливость карданного вала,

e_{34} – податливость межмостового карданного вала,

e_{45} – податливость полуосей заднего моста,

e_{36} – податливость полуосей среднего моста,

e_{57} – податливость (тангенциальная) шин заднего моста,

e_{67} – податливость (тангенциальная) шин среднего моста,

e_{p1} – податливость подвески силового агрегата на скручивание,

e_{p2} – податливость рессор заднего моста на выкручивание,

e_{p_3} – податливость рессор среднего моста на выкручивание,

Все параметры приведены к первичному валу коробки передач.

Рассмотрим собственные колебания системы. Составим систему дифференциальных уравнений (ДУ), описывающую собственные колебания крутильной системы (рис. 1) согласно правилу.

Для получения уравнения колебания i -ой массы нужно момент инерции I_i i -ой массы умножить на ее угловое ускорение ($\ddot{\varphi}_i$), вычесть упругий момент $\frac{\varphi_{i-1} - \varphi_i}{e_{i-1,i}}$

слева от данной массы, прибавить упругий момент $\frac{\varphi_i - \varphi_{i+1}}{e_{i,i+1}}$ справа от этой массы и

приравнять полученное выражение к нулю. Тогда систему дифференциальных уравнений можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\varphi}_1 + \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{p_1}}{I_1 e_{12}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_2 - \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{p_1}}{I_2 e_{12}} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{I_2 e_{23}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_3 + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{I_3 e_{23}} + \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{I_3 e_{34}} + \frac{\varphi_3 - \varphi_6 - \varphi_{p_3}}{I_3 e_{36}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_4 - \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{I_4 e_{34}} + \frac{\varphi_4 - \varphi_5 - \varphi_{p_2}}{I_4 e_{45}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_5 - \frac{\varphi_4 - \varphi_5 - \varphi_{p_2}}{I_5 e_{45}} + \frac{\varphi_5 - \varphi_7}{I_5 e_{57}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_6 - \frac{\varphi_3 - \varphi_6 - \varphi_{p_3}}{I_6 e_{36}} + \frac{\varphi_6 - \varphi_7}{I_6 e_{67}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_7 - \frac{\varphi_6 - \varphi_7}{I_7 e_{67}} - \frac{\varphi_5 - \varphi_7}{I_7 e_{57}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_{p_1} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{p_1}}{I_{p_1} e_{12}} + \frac{\varphi_{p_1} - \varphi_u}{I_{p_1} e_{p_1}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_{p_2} - \frac{\varphi_4 - \varphi_5 - \varphi_{p_2}}{I_{p_2} e_{45}} + \frac{\varphi_{p_2} - \varphi_u}{I_{p_2} e_{p_2}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_{p_3} - \frac{\varphi_3 - \varphi_6 - \varphi_{p_3}}{I_{p_3} e_{36}} + \frac{\varphi_{p_3} - \varphi_u}{I_{p_3} e_{p_3}} &= 0
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\ddot{\Phi}_n - \frac{\Phi_{p_1} - \Phi_u}{I_n e_{p_1}} - \frac{\Phi_{p_2} - \Phi_u}{I_n e_{p_2}} - \frac{\Phi_{p_3} - \Phi_u}{I_n e_{p_3}} = 0$$

Сделаем замену $\Phi_i = A_i \sin \omega t$, тогда система (1.1) примет вид:

$$\begin{aligned} & A_1 \left(\frac{1}{I_1 e_{12}} - \omega^2 \right) - \frac{A_2}{I_1 e_{12}} - \frac{A_{p_1}}{I_1 e_{12}} = 0 \\ & -\frac{A_1}{I_2 e_{12}} + A_2 \left(\frac{1}{I_2 e_{12}} + \frac{1}{I_2 e_{23}} - \omega^2 \right) - \frac{A_3}{I_2 e_{23}} + \frac{A_{p_1}}{I_2 e_{12}} = 0 \\ & -\frac{A_2}{I_3 e_{23}} + A_3 \left(\frac{1}{I_3 e_{34}} + \frac{1}{I_3 e_{36}} - \omega^2 \right) - \frac{A_4}{I_3 e_{34}} - \frac{A_6}{I_3 e_{36}} - \frac{A_{p_3}}{I_3 e_{36}} = 0 \\ & -\frac{A_3}{I_4 e_{34}} + A_4 \left(\frac{1}{I_4 e_{34}} + \frac{1}{I_4 e_{45}} - \omega^2 \right) - \frac{A_5}{I_4 e_{45}} - \frac{A_{p_2}}{I_4 e_{45}} = 0 \\ & -\frac{A_4}{I_5 e_{45}} + A_5 \left(\frac{1}{I_5 e_{45}} + \frac{1}{I_5 e_{57}} - \omega^2 \right) - \frac{A_7}{I_5 e_{57}} + \frac{A_{p_2}}{I_5 e_{45}} = 0 \\ & -\frac{A_5}{I_6 e_{36}} + A_6 \left(\frac{1}{I_6 e_{36}} + \frac{1}{I_6 e_{67}} - \omega^2 \right) - \frac{A_7}{I_6 e_{67}} + \frac{A_{p_3}}{I_6 e_{36}} = 0 \\ & -\frac{A_5}{I_7 e_{57}} - \frac{A_6}{I_7 e_{67}} + A_7 \left(\frac{1}{I_7 e_{57}} + \frac{1}{I_7 e_{67}} - \omega^2 \right) = 0 \\ & -\frac{A_1}{I_{p_1} e_{12}} + \frac{A_2}{I_{p_1} e_{12}} + A_{p_1} \left(\frac{1}{I_{p_1} e_{12}} + \frac{1}{I_{p_1} e_{p_1}} - \omega^2 \right) - \frac{A_u^n}{I_{p_1} e_{p_1}} = 0 \\ & -\frac{A_4}{I_{p_2} e_{45}} + \frac{A_5}{I_{p_2} e_{45}} + A_{p_2} \left(\frac{1}{I_{p_2} e_{45}} + \frac{1}{I_{p_2} e_{p_2}} - \omega^2 \right) - \frac{A_u^n}{I_{p_2} e_{p_2}} = 0 \\ & -\frac{A_3}{I_{p_3} e_{36}} + \frac{A_6}{I_{p_3} e_{36}} + A_{p_3} \left(\frac{1}{I_{p_3} e_{36}} + \frac{1}{I_{p_3} e_{p_3}} - \omega^2 \right) - \frac{A_u^n}{I_{p_3} e_{p_3}} = 0 \\ & -\frac{A_{p_1}}{I_n e_{p_1}} - \frac{A_{p_2}}{I_n e_{p_2}} - \frac{A_{p_3}}{I_n e_{p_3}} + A_n \left(\frac{1}{I_n e_{p_1}} + \frac{1}{I_n e_{p_2}} + \frac{1}{I_n e_{p_3}} - \omega^2 \right) = 0 \end{aligned} \tag{1.2}$$

В полученной системе (1.2) ω – собственная частота собственных крутильных колебаний рассматриваемой системы, а A_i – амплитуда этих колебаний.

Система (1.2) является однородной линейной системой относительно амплитуды A_i .

В матричной форме система (1.2) имеет вид $I \cdot A = 0$, где I представлено в виде (1.3), а

$$A^T = (A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A_{p_1} A_{p_2} A_{p_3} A_u).$$

Для того чтобы система (1.2) имела решения, отличные от нуля, необходимо, чтобы определитель матрицы I был равен нулю. Но равенство нулю определителя матрицы I является характеристическим уравнением для определения собственных значений матрицы I . Значения ω являются собственными частотами рассматриваемой динамической системы. Амплитуды A_i являются координатами собственных векторов матрицы I .

Таким образом, вычисление собственных частот колебаний динамической системы сводится к вычислению собственных значений матрицы, а определение амплитуд – к определению собственных векторов матрицы.

На рис 2 представлена расчетная схема транспортного средства (6х4), когда ведущие колеса представлены в виде двух масс. Этот случай имеет место, когда при движении ведущие колеса движутся с разной скоростью. Система дифференциальных уравнений, описывающих собственные колебания крутильной системы (рис. 2) будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\varphi}_1 + \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{p_1}}{I_1 e_{12}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_2 - \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{p_1}}{I_2 e_{12}} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{I_2 e_{23}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_3 + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{I_3 e_{23}} + \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{I_3 e_{34}} + \frac{\varphi_3 - \varphi_6 - \varphi_{p_3}}{I_3 e_{36}} + \frac{\varphi_3 - \varphi'_6 - \varphi_{p_3}}{I_3 e'_{36}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_4 - \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{I_4 e_{34}} + \frac{\varphi_4 - \varphi_5 - \varphi_{p_2}}{I_4 e_{45}} + \frac{\varphi_4 - \varphi'_5 - \varphi_{p_2}}{I_4 e'_{45}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_5 - \frac{\varphi_4 - \varphi_5 - \varphi_{p_2}}{I_5 e_{45}} + \frac{\varphi_5 - \varphi_7}{I_5 e_{57}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}'_5 - \frac{\varphi_4 - \varphi'_5 - \varphi_{p_2}}{I_5 e_{45}} + \frac{\varphi'_5 - \varphi_7}{I'_5 e'_{57}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}_6 - \frac{\varphi_3 - \varphi_6 - \varphi_{p_3}}{I_6 e_{36}} + \frac{\varphi_6 - \varphi_7}{I_6 e_{67}} &= 0 \\
 \ddot{\varphi}'_6 - \frac{\varphi_3 - \varphi'_6 - \varphi_{p_3}}{I_6 e_{36}} + \frac{\varphi'_6 - \varphi_7}{I'_6 e'_{67}} &= 0
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\Phi}_7 - \frac{\Phi_6 - \Phi_7}{I_7 e_{67}} - \frac{\Phi'_6 - \Phi_7}{I_7 e'_{67}} - \frac{\Phi_5 - \Phi_7}{I_7 e_{57}} - \frac{\Phi'_5 - \Phi_7}{I_7 e'_{57}} &= 0 \\
\ddot{\Phi}_{p_1} - \frac{\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_{p_1}}{I_{p_1} e_{12}} + \frac{\Phi_{p_1} - \Phi_n}{I_{p_1} e_{p_1}} &= 0 \\
\ddot{\Phi}_{p_2} - \frac{\Phi_4 - \Phi_5 - \Phi_{p_2}}{I_{p_2} e_{45}} + \frac{\Phi_{p_2} - \Phi_n}{I_{p_2} e_{p_2}} - \frac{\Phi_4 - \Phi'_5 - \Phi_{p_2}}{I_{p_2} e'_{45}} &= 0 \\
\ddot{\Phi}_{p_3} - \frac{\Phi_3 - \Phi_6 - \Phi_{p_3}}{I_{p_3} e_{36}} + \frac{\Phi_{p_3} - \Phi_n}{I_{p_3} e_{p_3}} - \frac{\Phi_3 - \Phi'_6 - \Phi_{p_3}}{I_{p_3} e'_{36}} &= 0 \\
\ddot{\Phi}_n - \frac{\Phi_{p_1} - \Phi_n}{I_n e_{p_1}} - \frac{\Phi_{p_2} - \Phi_n}{I_n e_{p_2}} - \frac{\Phi_{p_3} - \Phi_n}{I_n e_{p_3}} &= 0
\end{aligned}$$

Сравнивая системы (1.1) и (1.4), замечаем, что система (1.4) имеет два дополнительных уравнения (5' и 6') и в трех уравнениях системы (1.1) имеются дополнительные члены. Поэтому матрица (1.3) примет вид (1.5), а

$$A^T = (A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A'_5 A_6 A'_6 A_7 A_{p_1} A_{p_2} A_{p_3} A_u).$$

$$\begin{aligned}
I = & \begin{array}{cccccccccccc}
\frac{1}{I_1 e_{12}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_1 e_{12}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_1 e_{12}} & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{1}{I_2 e_{12}} & \frac{1}{I_2 e_{12}} + \frac{1}{I_2 e_{23}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_2 e_{23}} & 0 & 0 & 0 & - & \frac{1}{I_2 e_{12}} & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{1}{I_5 e_{45}} & \frac{1}{I_3 e_{23}} + \frac{1}{I_3 e_{36}} - \omega^2 & \frac{1}{I_3 e_{34}} & 0 & -\frac{1}{I_3 e_{36}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_3 e_{36}} & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{I_4 e_{34}} & \frac{1}{I_4 e_{34}} + \frac{1}{I_4 e_{45}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_4 e_{45}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_4 e_{45}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_5 e_{45}} & \frac{1}{I_5 e_{45}} + \frac{1}{I_5 e_{57}} - \omega^2 & 0 & -\frac{1}{I_5 e_{57}} & 0 & \frac{1}{I_5 e_{45}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{I_6 e_{36}} & 0 & 0 & \frac{1}{I_6 e_{36}} + \frac{1}{I_6 e_{67}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_6 e_{67}} & 0 & 0 & \frac{1}{I_6 e_{36}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_7 e_{57}} & -\frac{1}{I_7 e_{67}} & \frac{1}{I_7 e_{57}} + \frac{1}{I_7 e_{67}} - \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{1}{I_{p_1} e_{12}} & \frac{1}{I_{p_1} e_{12}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{p_1} e_{12}} + \frac{1}{I_{p_1} e_{p_1}} - \omega^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{p_1} e_{p_1}} \\
0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{p_2} e_{45}} & \frac{1}{I_{p_2} e_{45}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{p_2} e_{45}} + \frac{1}{I_{p_2} e_{p_2}} - \omega^2 & 0 & -\frac{1}{I_{p_2} e_{p_2}} \\
0 & 0 & -\frac{1}{I_{p_3} e_{36}} & 0 & 0 & \frac{1}{I_{p_3} e_{36}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{p_3} e_{36}} + \frac{1}{I_{p_3} e_{p_3}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_{p_3} e_{p_3}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_n e_{p_1}} & -\frac{1}{I_n e_{p_2}} & -\frac{1}{I_n e_{p_3}} & \frac{1}{I_n e_{p_1}} + \frac{1}{I_n e_{p_2}} + \frac{1}{I_n e_{p_3}}
\end{array} \tag{1.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I = & \begin{array}{cccccccccccc}
\frac{1}{I_1 e_{12}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_1 e_{12}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_1 e_{12}} & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{1}{I_2 e_{12}} & \frac{1}{I_2 e_{12}} + \frac{1}{I_2 e_{23}} - \omega^2 & \frac{1}{I_2 e_{23}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_2 e_{12}} & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{1}{I_3 e_{23}} & \frac{1}{I_3 e_{23}} + \frac{1}{I_3 e_{36}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_3 e_{34}} & 0 & -\frac{1}{I_3 e_{36}} & \frac{1}{I_3 e'_{36}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_3 e_{36}} & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{I_4 e_{34}} & \frac{1}{I_4 e_{34}} + \frac{1}{I_4 e_{45}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_4 e_{45}} & -\frac{1}{I_4 e'_{45}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_4 e_{45}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_5 e_{45}} & \frac{1}{I_5 e_{45}} + \frac{1}{I_5 e_{57}} - \omega^2 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_5 e_{57}} & 0 & \frac{1}{I_5 e_{45}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_5 e'_{45}} & 0 & \frac{1}{I_5 e'_{45}} + \frac{1}{I_5 e'_{57}} - \omega^2 & 0 & 0 & \frac{1}{I_5 e'_{57}} & 0 & \frac{1}{I_5 e'_{45}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{I_6 e_{36}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_6 e_{36}} + \frac{1}{I_6 e_{67}} - \omega^2 & 0 & -\frac{1}{I_6 e_{67}} & 0 & 0 & \frac{1}{I_6 e_{36}} & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{I_6 e'_{36}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_6 e'_{36}} + \frac{1}{I_6 e'_{67}} - \omega^2 & -\frac{1}{I_6 e'_{67}} & 0 & 0 & \frac{1}{I_6 e'_{36}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_7 e_{57}} & 0 & -\frac{1}{I_7 e_{67}} & -\frac{1}{I_7 e'_{67}} & \frac{1}{I_7 e_{57}} + \frac{1}{I_7 e'_{57}} + \frac{1}{I_7 e_{67}} + \frac{1}{I_7 e'_{67}} - \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{1}{I_{p_1} e_{12}} & \frac{1}{I_{p_1} e_{12}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{p_1} e_{12}} + \frac{1}{I_{p_1} e_{p_1}} - \omega^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{p_1} e_{p_1}} \\
0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{p_2} e_{45}} & \frac{1}{I_{p_2} e_{45}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{p_2} e_{45}} + \frac{1}{I_{p_2} e'_{45}} + \frac{1}{I_{p_2} e_{p_2}} - \omega^2 & 0 & -\frac{1}{I_{p_2} e_{p_2}} \\
0 & 0 & -\frac{1}{I_{p_3} e_{36}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{p_3} e_{36}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{p_3} e_{p_3}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_n e_{p_1}} & -\frac{1}{I_n e_{p_2}} & -\frac{1}{I_n e_{p_3}} & \frac{1}{I_n e_{p_1}} + \frac{1}{I_n e_{p_2}} + \frac{1}{I_n e_{p_3}}
\end{array} \tag{1.5}
\end{aligned}$$

2. РАСЧЕТ ВЫХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДВЕСКИ АВТОМОБИЛЯ

Развитие конструкции автомобилей связано с совершенствованием его узлов, в том числе подвески, и осуществляется в направлении наиболее полного соответствия их характеристик условиям эксплуатации автомобилей.

С целью получения выходных характеристик математической модели, которая позволила бы оценивать упругие свойства автомобильных подвесок по величинам параметров и их изменениям, характерным для реальных условий эксплуатации, целесообразно применять методы планирования активного эксперимента.

В качестве математической модели была выбрана удобная в применении модель полиномиального типа. Она позволяет, имея один и тот же тип уравнений и неизменные независимые факторы, легко сравнивать разные типы подвесок, выбрав в качестве функции отклика количественные или качественные их показатели.

На первом этапе исследований разработана схема, классифицирующая модели подвесок систем подрессоривания. Затем по анализу этой информации определен минимально необходимый объем испытаний, составлены планы экспериментов, произведен отбор независимых факторов и обоснованы функции отклика и их характеристики. Исходя из имеющихся возможностей и требований, предъявляемых к управляемым параметрам, были отобраны следующие независимые факторы: микронеровности дороги x_1 , давление в шине x_2 , нормальная жесткость упругого элемента, с учетом межбортовой несимметричности x_3 , скорость автомобиля x_4 , коэффициент неупругого сопротивления x_5 . Пример кодирования значений независимых факторов (рабочая матрица) для торсионной подвески автомобиля 8х8 приведен в табл. 1.

Таблица 1

Фактор	Верхний уровень (+1)	Нижний уровень (-1)	Основной уровень (0)	Интервал варьирования фактора
1	2	3	4	5
$x_1, \sigma_q, \text{м/с}^2$	0,22	0,18	0,2	0,2

1	2	3	4	5
x ₂ , МПа	5,0	3,0	4,5	1,5
x ₃ , C _n , Н/мм	7,2	2,4	4,8	2,4
x ₄ , v ₄ , км/ч	52	24	38	14
x ₅ , η	0,47	0,20	0,34	0,13

В качестве функций отклика были взяты (в %) среднеквадратическая величина вертикальных ускорений Y_1 (100% = 0,6q), поперечно-угловых Y_2 (100% = 0,2q), продольно-угловых (100% = 0,15q).

На втором этапе исследований проводились разработка, построение и оценка нескольких вариантов регрессионных моделей подвесок, полученных в результате выполнения активного эксперимента по разным планам. Так как однофакторные зависимости между независимыми факторами (параметрами) и выбранными функциями отклика оказались значимо нелинейными, была исследована возможность применения экспериментальных планов более высокого порядка.

Разработанные эксперименты по планам 2^5 , 2^{5-1} и проведенный сравнительный анализ полученных результатов показали, что для оценки моделей подвесок наиболее удобна регрессионная:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^5 b_i X_i + \sum_{j,i=1}^5 b_{ij} X_i X_j ,$$

и что применение модели более высокого порядка неоправдано из-за значительного увеличения объема эксперимента и обработки при незначительном повышении точности.

Реализован эксперимент по плану 2^{5-1} . При помощи разработанной программы рассчитано уравнение регрессии для каждой функции отклика и проверена адекватность модели (по F – критерию Фишера); рассчитан доверительный интервал для коэффициентов регрессии (по t – критерию Стьюдента) и отброшены незначимые факторы. В качестве примера в табл. 2 приведены расчетные данные величин коэффициентов регрессии функций отклика по принадлежности к входным параметрам X_1 , X_2 , X_3 , X_4 .

Параметры	Коэффициенты регрессии		
	Y ₁	Y ₂	Y ₃
X ₀	28,1	20,4	24,0
X ₁	-2,37	-0,65	-0,90
X ₂	9,75	8,09	7,40
X ₃	0,06	-0,71	-0,03
X ₄	1,06	9,03	-2,09
X ₅	-0,43	-2,84	6,46
X ₁ X ₂	-0,81	0,53	-0,46
X ₁ X ₃	-0,12	-0,78	-1,03
X ₁ X ₄	-0,12	-1,15	-0,21
X ₁ X ₅	0,12	-0,15	-0,78
X ₂ X ₃	0,12	-0,40	-0,71
X ₂ X ₄	0,75	6,46	-1,15
X ₂ X ₅	0,12	0,84	3,40
X ₃ X ₄	-0,06	-0,21	-0,46
X ₃ X ₅	0,06	-0,21	-0,40
X ₄ X ₅	-0,06	-1,21	-0,59

По данным, приведенным в этой таблице, можно получить уравнения регрессии для любой из заданных функций отклика в полиномиальном виде. Так, например, для функции отклика Y₁ (σ_{Z1}) в зависимости от исследуемых факторов имеем

$$\begin{aligned}
 Y_1 = & 28,1 - 2,37X_1 + 9,75X_2 + 0,06X_3 + 1,06X_4 - 0,43X_5 - 0,81X_1X_2 - \\
 & - 0,12X_1X_3 - 0,12X_1X_4 + 0,12X_1X_5 - 0,12X_2X_3 + 0,75X_2X_4 + \\
 & + 0,12X_2X_5 - 0,06X_3X_4 + 0,06X_3X_5 - 0,06X_4X_5 .
 \end{aligned}$$

Если в регрессионную зависимость Y₁ подставить кодовые переменные (см. табл. 1), вычисленные как отношение разности текущего значения номи-

нального уровня фактора к величине интервала варьирования этого фактора, получим интерполяционную формулу для определения величины радиальной деформации, возникающей при комплексном силовом нагружении колеса на стенде при заданном сочетании уровней факторов.

Аналогично можно получить расчетные значения и других выходных параметров Y_2, Y_3 .

Интерполяционные формулы позволяют рассчитать величину исследуемого параметра функции отклика, пользуясь уже натуральными, а не кодированными значениями переменных независимых факторов. Например, для расчета величины σ_{z1} в случае испытаний интерполяционная зависимость имеет вид:

$$Y_1 = 8,1275 + 0,475 \sigma_q - 0,078 P_a + 0,416 C_H + 0,2 v_a - 0,259 \eta - \\ - 0,02 \sigma_q P_a - 0,26 \sigma_q C_H - 0,026 \sigma_q v_a - 0,26 \sigma_q \eta + 0,0025 P_a C_H - \\ - 0,0015 P_a v_a + 0,00025 P_a \eta - 0,001 C_H \eta + 0,01 v_a C_H - 0,001 v_a \eta .$$

Полученные соотношения силовых и деформационных параметров физически вполне объяснимы и подтверждаются однофакторными зависимостями.

Подобный анализ функций выходных характеристик подвески по множеству выходных параметров при помощи оценки расчетных регрессионных полиномиальных зависимостей может служить основой паспортизации жесткостных выходных характеристик разных моделей подвесок для сравнения. Кроме того, регрессионные модели получаются в результате проведения ограниченного числа экспериментов (16 вместо многих сотен) и являются основой для их совершенствования подвесок и оптимизации выходных параметров по множеству входных независимых факторов с учетом их взаимного влияния. В случае решения частных задач, связанных с определением каких-то конкретных деформационных силовых параметров, число экспериментов может быть уменьшено.

Программа расчета находится в БГПА, кафедра высшей математики № 1.

3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ ПОЛИОРАЗМЕРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ В ПРОЦЕССЕ ОБРАБОТКИ

3.1. Алгоритм и программа по определению износа поверхности кубической заготовки при ударном воздействии с инструментом

Математическая модель обработки заготовок кубической формы основана на численном решении дифференциального уравнения

$$\frac{d\omega(t)}{dt} I_{отн.ребра}^1(e) + \omega(t) \frac{dI_{отн.ребра}^1}{dt} = (\vec{M}_1^{\tau} + \vec{M}_1^n)_z$$

с начальным условием $\omega(0) = \omega_0$. Из решения данного дифференциального уравнения получим вектор угловой скорости вращения кубика вокруг своего ребра с учетом изменения массы в процессе обработки $\vec{\omega} = (0, 0, \omega(t))$. В момент соударения кубика с инструментальными дисками можно рассчитать линейную скорость вершины кубика, которая определяется по формуле $\vec{V}_A \vec{\omega} \times \vec{r}_A$, где \vec{r}_A – радиус-вектор точки A (вершины кубика), причем $\vec{r}_A = (2a, 0, 0)$, где $2a$ – длина ребра. Исходя из экспериментальных исследований, можно считать, что масса откалываемого стекла с вершины кубика может быть пропорциональна линейной скорости вершины кубика (точка A), то есть $m(t) = k |\vec{V}_A(t)|$. Отсюда видно, что масса отколовшейся частички стекла, то есть износ кубика, будет пропорциональна угловой скорости.

Алгоритм определения износа заготовки кубической формы (или расчет угловой скорости) заключается в следующем:

1. Задаем исходные значения переменных

a – половина грани кубика;

t_k – время обработки;

R – радиус инструмента;

$\rho_{ст}$ – плотность стекла;

ω_0 – начальная угловая скорость;

$F_{\tau 1x}, F_{\tau 1y}, F_{n 1x}, F_{n 1y}$ – координаты вектора сил, действующих на кубик.

2. Определяем вершины $V_1(t)$ и $V_2(t)$ – изменение объема кубика, $t \in [0; t_k]$.

3. Определяем переменный момент инерции заготовки кубической формы относительно оси, проходящей через ее ось симметрии.

4. Определяем переменный момент инерции заготовки кубической формы относительно ребра кубика.

5. Определяем моменты сил, действующих на заготовку кубической формы $M_{1\tau}, M_{1n}$.

6. Численно решаем дифференциальное уравнение для определения угловой скорости вращения заготовки с учетом переменного момента инерции.

7. Строим график зависимости угловой скорости от времени.

3.2. Численное исследование изменения формы поверхности заготовки с учетом переменной массы кубика и влияние силовых параметров на угловую скорость

Результаты расчета объема, снятого в процессе обработки с кубика, момент инерции относительно ребра и угловая скорость представлены в распечатке программы. Особый интерес представляет зависимость угловой скорости от точки приложения сил, действующих на кубик и соотношения их величин. Численное исследование показало, что силы, действующие на заготовку по направлению касательной к окружности инструмента, вызывают большее изменение угловой скорости, чем силы, направленные по нормали к окружности инструмента. Смещение точки приложения силы F_1^{τ} к окружности инструмента уменьшает изменение скорости вращения кубика, а, значит, и износ его поверхности.

Таким образом, разработанная программа позволяет прогнозировать процесс получения полномерных сферических поверхностей из заготовок кубической формы.

4. УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМОЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО НЕПОЛНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

4.1. Введение

Пусть $C = C(H^-, \mathbf{R}^n)$ – банахово пространство непрерывных n -вектор-функций $\varphi : H^- = [-h, 0] \rightarrow \mathbf{R}^n$, записанных в столбец ($h > 0$), $\|\varphi\| = \max_{\theta \in H^-} |\varphi(\theta)|$.

Если задана функция $f(s), s \geq -h$, то определим функцию f_t соотношением

$$f_t = f_t(\tau) = f_t(t + \tau), \tau \in H^-, t \geq 0.$$

Будем иметь дело с линейной автономной дифференциально-разностной системой, которую назовем системой Σ :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-h) + Bu(t), t \in T = [0, t_1]; \quad (4.1.1)$$

$$x(t) = \eta(t), t \in H^-, \eta \in C; \quad (4.1.2)$$

$$y(t) = Gx(t), t \geq 0. \quad (4.1.3)$$

Здесь x – n -вектор-столбец решения уравнения (4.1.1) ($n \geq 2$); u – r -вектор управляющих воздействий (управление) ($r \geq 1$), y – l -вектор величин, доступных измерению при $t \geq 0$ ($l \geq 1$), называемый выходом системы Σ ; $h > 0$ – постоянное запаздывание; $t_1 > 0$ – фиксированный момент времени; A, A_1, B, G – постоянные матрицы подходящих размеров. Основным класс допустимых управлений $\bar{C} = \bar{C}(T, \mathbf{R}^r)$ – линейное многообразие кусочно-непрерывных функций.

Под состоянием системы Σ в момент времени $t \geq 0$ понимается функция $x_t \in C$. Набор данных $\bar{x}_t = \{x(t), A_1x_t\}$ назовем s -состоянием системы Σ в момент времени $t \geq 0$.

Определение 1. Начальное состояние $\eta \in C$ называется управляемым, если существует управление $u \in \bar{C}$, при котором s -состояние системы Σ в момент времени t_1 удовлетворяет равенству:

$$\bar{x}_{t_1} = 0 \leftrightarrow x(t_1) = 0, \quad A_1x_{t_1}(\tau) = 0, \quad \tau \in H^-. \quad (4.1.4)$$

Управление, обеспечивающее (4.1.4), назовем успокаивающим. Если

управляемы все начальные состояния, то система Σ называется полностью управляемой.

Из (4.1.1) и (4.1.4) видно, что, взяв $u(t) = 0$, $t > t_1$, получим $x(t) = 0$, $t \geq t_1$.

Обозначим: \mathbf{C} - множество комплексных чисел, E – единичную матрицу, $W(\lambda) = \lambda E - A - A_1 e^{-\lambda h}$ – характеристическую матрицу уравнения (4.1.1) ($\lambda \in \mathbf{C}$). Спектральный критерий полной управляемости имеет вид:

$$\text{rank}[W(\lambda), B] = n, \quad \forall \lambda \in \mathbf{C}. \quad (4.1.5)$$

Рассмотрим задачу управления системой Σ в смысле определения 1 только по измерениям выхода (4.1.3), считая начальное состояние (4.1.2) неизвестным. В решении данной задачи выделим два этапа: 1) идентификация текущего состояния системы Σ , 2) построение успокаивающего управления. Решение задачи идентификации текущего состояния системы Σ изложено в предыдущем отчете по данной теме.

4. 2. Элементы теории разложения

Приведем сведения из теории разложения, необходимые для понимания используемых обозначений.

Множество корней характеристического уравнения

$$\det W(\lambda) = 0, \quad \lambda \in \mathbf{C}, \quad (4.2.1)$$

называемое спектром уравнения (4.1.1), обозначим Λ . Каждому $\lambda \in \Lambda$ соответствует обобщенное собственное пространство системы Σ $P_\lambda \subset C$. P_λ – действительная линейная оболочка функций

$$\varphi(\theta) = \sum_{j=0}^{q-1} \gamma_{j+1} \frac{\theta^j}{j!} e^{\lambda \theta}, \quad \theta \in H^-, \quad q \geq 1, \quad (4.2.2)$$

$\gamma = \text{co}[\gamma_1, \dots, \gamma_q]$ – nq -вектор-столбец, удовлетворяющий системе линейных алгебраических уравнений

$$M_q(\lambda)\gamma = 0. \quad (4.2.3)$$

Постоянная $nq \times nq$ – матрица $M_q(\lambda)$ имеет вид

$$M_q(\lambda) = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & \dots & W_q \\ 0 & W_1 & \dots & W_{q-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & W_1 \end{bmatrix}, \quad W_{j+1} = \frac{W^{(j)}(\lambda)}{j!}, \quad j = \overline{0, q-1}. \quad (4.2.4)$$

Размерность пространства P_λ равна алгебраической кратности q_λ значения λ как нуля характеристического уравнения (4.2.1), поэтому в системе (4.2.3) достаточно взять $q = q_\lambda$.

Рассмотрим систему Σ^* , сопряженную к Σ

$$\dot{z}^*(\tau) = -z^*(\tau)A - z^*(\tau+h)A_1, \quad \tau < t_1,$$

$$z^*(t_0 + \tau) = \xi^*(\tau), \quad \tau \in H^+ = [0, h], \quad \xi^* \in C^* = C^*(H^+, \mathbf{R}^{*n}),$$

$$v^*(\tau) = z^*(\tau)B, \quad \tau \in T.$$

Здесь и ниже звездочка (*) помечает вектор-строку или указывает, что элементы векторного пространства записываются в строку. Аналогично P_λ определяется P_λ^* – обобщенное собственное пространство для сопряженной системы Σ^* ($P_\lambda^* \subset C^*$).

$$\psi^*(s) = \sum_{j=1}^q \beta_j^* \frac{(-s)^{q-j}}{(q-j)!} e^{-\lambda s}, \quad s \in H^+,$$

где $\beta^* = [\beta_1^*, \dots, \beta_q^*]$ – nq -вектор-строка, удовлетворяющая уравнению: $\beta^* M_q(\lambda) = 0$. P_λ^* имеет ту же размерность q_λ , что и P_λ .

Введем билинейную форму

$$(\varphi^*, \varphi) = \varphi^*(0)\varphi(0) + \int_0^h \varphi^*(\tau)A_1\varphi(\tau-h)d\tau, \quad \varphi \in C, \quad \varphi^* \in C^*. \quad (4.2.5)$$

Решения систем Σ, Σ^* связаны равенством

$$(z^{t^*}, x_t) = (z^{0^*}, x_0) + \int_0^t v^*(\tau)u(\tau)d\tau, \quad t \in T, \quad (4.2.6)$$

в котором $z^{t^*} = z^{t^*}(s) = z^*(t+s)$, $s \in H^+$, $t \leq t_0$ – состояние, v^* – выход системы Σ^* . Обозначим: Λ_N – множество из N характеристических значений

$\lambda \in \Lambda$; P, P^* – линейные оболочки пространств P_λ, P_λ^* , соответственно, $\lambda \in \Lambda_N$. Пусть Φ, ψ – матрицы, составленные из базисных векторов конечномерных пространств P, P^* размерности q . Столбцы φ и строки ψ^* матриц Φ, ψ , соответственно, можно выбрать такими, что матрица $(\psi, \Phi) = ((\psi_i^*, \varphi_j))$, $i, j = \overline{1, q}$ значений билинейной формы (4.2.5) будет равна E . Тогда имеет место разложение:

$$C = P \oplus Q, \quad (4.2.7)$$

где $P = \{\varphi \in C \mid \varphi = \Phi b, b \text{ – вектор-столбец}\}$, $Q = \{\varphi \in C \mid (\psi, \varphi) = 0\}$. Операторы проектирования задаются формулами

$$\varphi^P = \Phi(\psi, \varphi), \quad \varphi^Q = \varphi - \varphi^P, \quad \varphi \in C.$$

Разложение (4.2.7) называют разложением пространства C по Λ_N .

4.3. Граничная задача для вычисления успокаивающего управления

Получим граничную задачу для нахождения успокаивающего управления по идентифицированному текущему состоянию. Для этого разложим пространство состояний в прямую сумму (4.2.7) по набору Λ_N , указанному ниже. Успокаивающее управление $u = u(t)$, $t \in [t_0, t_1]$, будем находить из условий: $x_{t_1+h} \in P$ и $x_{t_1+h} \in Q$, обеспечивающих ввиду (4.2.7) $x_{t_1+h} = 0$ при $u(t) = 0$, $t > t_1$.

Пусть $t_1 \geq (n(k+1) - 1)h$, $k = 1, 2, \dots$, запишем уравнение (4.1.1) в виде:

$$(pE - A)x_{t_1+h}(\tau) = A_1 x_{t_1}(\tau) + B u_{t_1+h}(\tau), \quad \tau \in H^-. \quad (4.3.1)$$

Умножим обе части (4.3.1) на матрицу $D(p)$

$$\Delta(p)x_{t_1+h}(\tau) = D(p)A_1 x_{t_1}(\tau) + D(p)B u_{t_1+h}(\tau), \quad \tau \in H^-.$$

Применяя оператор $\Delta(p)$ еще k раз и полагая $u_{t_1+h} = 0$, получим

$$\Delta^{k+1}(p)x_{t_1+h}(\tau) = (D(p)A_1)^{k+1} x_{t_0}(\tau) + \sum_{i=0}^{k-1} (D(p)A_1)^{k-i} D(p)B \Delta^i(p) u_{t_0+(i+1)h}(\tau), \quad \tau \in H^-, \quad t_0 = t_1 - kh. \quad (4.3.2)$$

Введем рекуррентное соотношение

$$X_i(t) = AX_{i-1}(t) + A_1X_{i-1}(t-h), \quad i - \text{целое число}, \quad t \in \mathbf{R},$$

$$X_0(t) = E, \quad X_i(t) = 0, \quad i < 0 \vee t < 0,$$

называемое определяющим уравнением. Пусть

$$U_i(\tau) = \sum_{j=1}^i \sum_{l=0}^{j-1} X_j((l+1)h) B u_{t_1-lh}^{(i-j)}(\tau), \quad i = 1, 2, \dots,$$

$$U_0(\tau) = 0, \quad \tau \in H^-.$$

Пусть $\Lambda_A = \{\lambda \in \Lambda \mid \Delta(\lambda) = 0\}$ – спектральное подмножество. Разложим пространство $C = \tilde{P} \oplus \tilde{Q}$ по спектральному набору Λ_A . Обозначим через \tilde{P}^* – обобщенное собственное пространство сопряженной системы Σ^* , $\tilde{\psi}$ – базис этого пространства.

Лемма 1. Если кусочно дифференцируемое управление u ($u(t) = 0, \quad t < t_1 - kh, \quad t_1 \geq \alpha h, \quad \alpha_\alpha = n(k+1) - 1, \quad k = 1, 2, \dots,$ удовлетворяет граничной задаче

$$\sum_{i=0}^{k-1} (D(p)A_1)^{k-i} D(p)B\Delta^i(p)u_{t_0+(i+1)h}(\tau) + (D(p)A_1)^{k+1}x_{t_0}(\tau) = 0, \quad \tau \in H^-; \quad (4.3.3)$$

$$U_i(-0) = AU_{i-1}(-0) + A_1U_{i-1}(-h+0), \quad i = \overline{1, \alpha_\partial}, \quad (4.3.4)$$

то состояние $x_{t_1+h} \in \tilde{P}$ при $u(t) = 0, \quad t > t_1$.

Теорема 1. Пусть система Σ полностью управляема (см. условие (4.1.5)). Тогда всякое кусочно дифференцируемое успокаивающее управление u ($u(t) = 0, \quad t < t_1 - kh, \quad t_1 \geq \alpha h, \quad k = 1, 2, \dots,$ можно найти как решение граничной задачи (4.3.3), (4.3.4), дополненной условием

$$\int_{t_0}^{t_1} v_\xi^*(\tau)u(\tau)d\tau + (z_\xi^{t_0}, x_{t_0}) = 0 \quad \forall \xi^* \in \tilde{\psi}. \quad (4.3.5)$$

Состояние $z_\xi^{t_0}$ и выход $v_\xi^*(\tau), \quad \tau \in [t_0, t_1], \quad t_0 = t_1 - kh,$ сопряженной системы Σ^* порождаются начальной функцией $\xi^* \in \tilde{\psi}$.

4.4. Пример

Рассмотрим систему Σ с матрицами

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad G = [1; 0], \quad (4.4.1)$$

которую назовем системой (4.1). Здесь условие полной управляемости (4.1.5) выполнено при любом $h > 0$.

Пользуясь теоремой 1, получим успокаивающее управление при $k = 2$: $u(t) = 0$, $t < t_0 = t_1 - 2h$, $t_1 \geq 5h$.

Вычисляя, находим: $dW(\lambda) = \lambda(\lambda - \mu)$, $\mu = e^{-\lambda h}$. Следовательно, $\Lambda_A = \{0\}$, где $\lambda = 0$ – простой корень характеристического уравнения (4.2.1). Обобщенное собственное пространство \tilde{P} сопряженной системы Σ^* состоит из функций $\psi^* = [0, a]$, $a \in \mathbf{R}$. В качестве матрицы ψ^* можно взять $[0; 1]$, тогда условие (4.3.5) таково:

$$\int_{t_0}^{t_1} u(\tau) d\tau + x_{t_0}^2(0) = 0. \quad (4.4.2)$$

Запишем граничную задачу (4.3.3)-(4.3.4). Уравнение (4.3.3) имеет вид

$$u_{t_1}^{(3)}(\tau) + u_{t_1-h}^{(2)}(\tau) + x_{t_0}^{i(3)}(\tau) = 0, \quad \tau \in H^-. \quad (4.4.3)$$

Граничные условия (4.3.4) следующие:

$$\begin{aligned} u_{t_1}(-0) &= 0; \quad \dot{u}_{t_1}(-0) + u_{t_1-h}(-0) = u_{t_1}(-h+0); \\ u_{t_1}^{(i)}(0) + u_{t_1-h}^{(i-1)}(0) &= u_{t_1}^{(i-1)}(-h+0) + u_{t_1-h}^{(i-2)}(-h+0), \quad i = 2, 3. \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

Решая задачу (4.4.3), (4.4.4), с учетом (4.4.2) получаем

$$\begin{aligned} u_{t_1}(\tau) &= x_{t_0}^1(\tau) - x^2(t_0) - \int_{-h}^{\tau} u_{t_1-h}(\tau) d\tau, \quad \tau \in H^-; \\ u_{t_1-h} &: \int_{-h}^0 u_{t_1-h}(\tau) d\tau - x^1(t_0) + x^2(t_0) = 0, \\ \int_{-h}^0 \tau u_{t_1-h}(\tau) d\tau + x^1(t_0) - hx^2(t_0) + \int_{-h}^0 x_{t_0}^1(\tau) d\tau &= 0. \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

Управление (4.4.5) будет успокаивающим для $\eta \in C$ при любом $t_1 \geq 2h$, что легко проверить, подставляя (4.4.5) в систему (4.4.1).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований разработан алгоритм определения характеристик крутильных колебаний, включающий метод расчета исходных данных для многомассовой динамической схемы реальной динамической системы; метод составления системы дифференциальных уравнений, описывающих крутильные колебания этих масс согласно динамической схеме; метод получения уравнений для определения собственных частот и амплитуд.

Разработана программа для расчета на ЭВМ характеристик крутильных колебаний, включающая расчет исходных данных для принятой математической модели транспортного средства, программу для расчета собственных частот и амплитуд. Программа может быть использована как для сложных систем, так и для простых.

Разработана математическая модель полиномиального типа для получения выходных характеристик подвесок автомобиля с применением методов планирования эксперимента, позволяющая по одному типу уравнений и неизменным, независимым факторам сравнивать разные типы подвесок, выбрав в качестве функции отклика количественные или качественные их показатели. Рассмотрены различные варианты регрессионных моделей подвесок на основе выполнения активного эксперимента по разным планам. Анализ полученных результатов показал, что для оценки моделей подвесок наиболее удобна регрессия вида:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^5 b_i x_i + \sum_{i,j=1}^5 b_{ij} x_i x_j,$$

и применение модели более высокого порядка неоправданно. Для реализации модели разработана программа для ЭВМ. Разработанная модель может служить основой паспортизации жесткостных выходных характеристик разных моделей подвесок, а также является основой совершенствования подвесок и оптимизации выходных параметров по входным независимым факторам.

Разработаны математические модели, алгоритм и программа для расчета изменения формы кубической заготовки в технологическом процессе получе-

ния полной сферической поверхности малого радиуса. Предложенный алгоритм позволяет рассчитать угловую скорость вращения кубика вокруг своего ребра, что дает возможность определить линейную скорость каждой из его вершин при соударении с поверхностью инструментальных дисков.

Проведены численные исследования по определению влияния величины и направления сил воздушной струи, действующих на кубическую заготовку. Полученные результаты свидетельствуют, что с помощью компьютера можно определить наиболее выгодные параметры технологического оборудования и рассчитать съём припуска с обрабатываемой поверхности.

Рассмотрена задача управления дифференциально-разностной системой запаздывающего типа. Показано, что при выполнении спектрального критерия полной управляемости данная задача разрешима при любом начальном состоянии. Полученные результаты проиллюстрированы на примере и могут быть использованы при аналитическом конструировании регуляторов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Адлер Ю.П. и др. Планирование промышленных экспериментов. М. Металлургия, 1974, 261 с.
2. Водичев А. В. Об условиях непрерывного восстановления текущего состояния линейной системы с запаздыванием по результатам наблюдения. Дифференциальные уравнения. Т. 23, № 2, 1987
3. Воеводин В. В. Вычислительные основы линейной алгебры. М. «Наука», 1977
4. Габасов Р. Ф, Кирилов Ф. М. Качественная теория оптимальных процессов. М. «Наука», 1971
5. Климович Ф. Ф., Филонов И. П. Моделирование формообразования поверхностей оптических деталей с учетом динамики процесса изнашивания инструмента. Оптический журнал. №9, 1992
6. Козерук А. С., Климович Ф. Ф., Филонов И. П. Управление формообразованием сферических поверхностей на станке модели ШП. Оптический журнал, т. 64, №9, 1997
7. Марченко В. М. К теории управляемости и наблюдаемости линейных систем с запаздывающим аргументом. Проблемы оптимального управления. Минск, «Наука и техника», 1981
8. Метельский А. В. Критерий наблюдаемости систем дифференциально-разностных уравнений. ДАН БССР. Т. 31, № 5, 1987
9. Метельский А. В., Минюк С. А. К теории полной наблюдаемости систем с запаздыванием. Дифференциальные уравнения. Т. 14, № 4, 1978
10. Микулик Н. А. Динамические системы с реактивными звеньями. Минск, «Выш. Школа», 1985
11. Микулик Н. А. Основы теории транспортных динамических систем с реактивными звеньями. Докторская диссертация. БГПА, Минск, 1992
12. Рейзина Г.Н. Вибронагруженность систем подрессоривания многоопорных машин: Монография. – Минск, ВУЗ-ЮНИТИ, БГПА, 1999. – 6,5 п. л.

13. Филонов И. П., Климович Ф. Ф. Математическое моделирование процесса изнашивания сферических поверхностей. ОМП, №2, 1990
14. Филонов И. П., Климович Ф. Ф., Козерук А. С. Управление формообразованием прецизионных поверхностей деталей машин и приборов. Минск. Дизайн ПРО, 1995

ИК

ИНФОРМАЦИОННАЯ Куда: 220004, г Минск, пр-т Машерова, 7

КАРТА

Кому: БелИСА

Регистрационный № работы

Инвентарный номер ЭД

Исх № **ГБ 97-109**

19972020

от

Сокращенное название организации–исполнителя работы

БГПА

Название работы

Разработка математических моделей колебательных процессов сложных динамических систем транспортных и технологических машин

Документы результата работы, передаваемые в различные фонды (подчеркнуть):

ТЗ	– техническое задание	Патенты (кол-во)	<input type="text"/>
ОТЧ	– <u>отчет о НИР</u>		
ПЗ	– пояснительная записка к ОКР	Язык отчета о НИР	<input type="text"/>
ПБЛ	– публикации		

Индекс УДК **519.876**

Библиографическое описание отчета о НИР или пояснительной записки к ОКР

Разработка математических моделей колебательных процессов сложных динамических систем транспортных и технологических машин: Отчет о НИР/БГПА; Руководитель Н. А. Микулик; – Мн.; 2000. – 30 с.: 2 рис., 2 табл.; Библиогр.: 14 назв.

Реферат отчета о НИР или пояснительной записки к ОКР

Объектом исследования являются сложные динамические системы транспортных и технологических машин.

Цель работы – разработка математических моделей и программного обеспечения для исследования сложных динамических систем машин.

Разработан алгоритм и программное обеспечение для определения характеристик крутильных колебаний динамических систем транспортных машин.

Разработана математическая модель полиномиального типа для получения выходных характеристик подвесок транспортного средства с применением методов планирования эксперимента. Разработана программа для ЭВМ реализации модели.

Разработаны математические модели, алгоритм и программа для расчета изменения формы кубической заготовки в технологическом процессе получения полной сферической поверхности малого радиуса.

Рассмотрена задача управления дифференциально-разностной системой запаздывающего типа, когда измерению доступна лишь часть переменных состояния.

Приложение к ИК

1. Отчет о НИР в электронном виде (кол-во дискет – 1, общее кол-во файлов – 2)

2. Титульный лист отчета по ГОСТ 7.32-91

3. Оглавление 1 стр.

4. Реферат

5. Список исполнителей с подписями 1 стр.

6. Пояснительная записка к ОКР в электронном виде (кол-во дискет – , общее кол-во файлов –)

7. Ведомость электронного документа

Исх. номер извещения

Список исполнителей работы:

Фамилия и инициалы	Код должности: Р- научный руководитель Н- научный сотрудник С- специалист Т- технический работник	Ученая степень (сокращенно)	Подпись
Н. А. Микулик	Р	д. т. н.	
В. И. Каскевич	Н	к. ф.-м. н.	
А. В. Метельский	Н	д. ф.-м. н.	
В. И. Юринок	Н	к. т. н.	
Г. Н. Рейзина	Н	к. т. н.	
П. В. Илюсенко	С		
А. В. Каскевич	С		
Е. Б. Балашова	Т		

Разрешено копировать в БелИСА (нужное подчеркнуть) **ДА** НЕТ

Адрес места постоянного хранения (для документов содержащих государственные секреты)

220027, г. Минск, пр. Ф. Скорины, 65, БГПА

	Фамилия, инициалы	Телефон	Ученая степень	Подпись	Печать
Руководитель организации	Ф. А. Романюк	39 32 86	д. т. н.		
Руководитель режимно-секретной службы	А. М. Филимонцев	32 21 51			
Ответственный исполнитель	В. И. Каскевич	232-80-75	к. ф.-м. н.		

Каф. или НИЛ Кафедра высшей математики № 1
Тел. 232-80-75

Подпись представителя Фонда

Подпись лица составившего электронный документ

Балашова Е. Б.