В. А. Бондарев, А. А. Андрушевич
(Белорусский политехнический институт)

ИНЖЕНЕРНЫЙ РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ НАГРЕВА И ОХЛАЖДЕНИЯ ТЕЛ ПРИ СЛОЖНЫХ ГРАНИЧНЫХ И НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

Разработка новых технологических режимов термической обработки. литья, сварки металлов непосредственно связана с тепловыми расчетами процессов нагрева и охлаждения заготовок различной конфигурации при сложных начальных и граничных условиях.

Существующие решения задач теплообмена с такими краевыми условиями немногочисленны и во многих случаях не могут быть использованы в инженерных расчетах вследствие сравнительной сложности. Анализ показывает, что большинство инженерных тепловых расчетов может быть выполнено приближенно с достаточной для практики степенью точности на основе классического решения дифференциального уравнения теплопроводности для плоской неограниченной стенки с равномерным начальным распределением температуры и линейными граничными условиями путем введения соответствующих поправок, учитывающих неравномерное начальное распределение температуры m, конфигурацию тела k, нелинейность граничных условий p. При этом расчетная формула может быть представлена в виде

$$\theta = mkp\,\theta_п,$$

где $\theta_п$— относительная избыточная температура пластины при линейных граничных условиях и равномерном начальном распределении температуры.

Относительная температура пластины в общем виде определяется выражением

$$\theta_п = \psi\left(\frac{x}{R},\ \mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo}\right),$$

где $\frac{x}{R}$ — относительная координата; Bi — критерий Био; Fo — число Фурье.

Коэффициент m можно представить в виде отношения относительных температур с начальным неравномерным и равномерным распределением температур для пластины при одинаковых линейных граничных условиях:

$$m = \frac{\theta_н}{\theta_п}, \tag{1}$$

где $\theta_н$ — относительная температура пластины при неравномерном начальном распределении температур.

Решения дифференциального уравнения теплопроводности при неравномерном начальном распределении температур приведены в работах [1—3].

Дивергенция теплового потока, обусловленная формой тела, учитывается поправочным коэффициентом k, равным отношению относительной избыточной температуры для тела заданной конфигурации к относительной избыточной температуре пластины при одинаковых начальных и линейных граничных условиях:

$$k = \frac{\theta_к}{\theta_п},$$

где $\theta_к$ — относительная избыточная температура тела заданной конфигурации при линейных граничных условиях и равномерном начальном распределении температуры.

Величины $\theta_к$, $\theta_п$ можно определить по номограммам и формулам, приведенным в работах [1, 2].

При расчетах технологических режимов с нелинейными граничными условиями для упрощения расчетов их обычно сводят к линейным. Вместе с тем влияние нелинейности граничных условий можно учесть приближенно с помощью множителя p:

$$p = \frac{\theta_{н.у}}{\theta_п}, \tag{2}$$

где $\theta_{н.у}$— относительная температура пластины с равномерным начальным распределением температуры при нелинейных граничных условиях.

Найдем величину коэффициента p, исходя из уравнения теплового баланса для пластины при ее охлаждении в среде с коэффициентом теплоотдачи, изменяющемся по нелинейному закону:

$$\alpha = A (T - T_с)^n,$$

где α — коэффициент теплоотдачи, *вт/м²·град*; A, n — экспериментальные коэффициенты, зависящие от теплофизических свойств среды; $T_с$ — температура среды, °K; T — температура пластины, изменяющаяся во времени, °K.

Уравнение теплового баланса в дифференциальной форме для единицы площади пластины толщиной δ можно представить в виде

$$-\delta\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau = A (T - T_с)^{n+1} d\tau, \tag{3}$$

где ρ, c — соответственно плотность и теплоемкость материала пластины; τ — время, *сек*.

Решение уравнения (3) при $n=0$ (линейные граничные условия) имеет вид

$$\frac{T - T_с}{T_н - T_с} = \exp(-\mathrm{BiFo}), \tag{4}$$

где $T_н$ — температура пластины в момент $\tau=0$, °K.

При $n \neq 0$ (нелинейные граничные условия) дифференциальное уравнение (3) имеет следующее решение:

$$\frac{T - T_с}{T_н - T_с} = (1 - \mathrm{BiFo}\, n)^{1/n}. \tag{5}$$

Подставив выражения (4) и (5) в уравнение (2), получим

$$p = (1 - \text{BiFo}\, n)^{1/n} \exp(\text{BiFo}). \qquad (6)$$

Проведем анализ вводимой поправки в зависимости от значения критерия Био и числа Фурье. Для значений критерия Био Bi $\to \infty$ (Bi$>$100) температура поверхности мгновенно становится равной температуре среды, и поправка на нелинейность граничных условий для всех значений числа Фурье равна единице.

При малых значениях критерия Био (меньше 0,1) интенсивность теплообмена определяется скоростью переноса тепла от поверхности

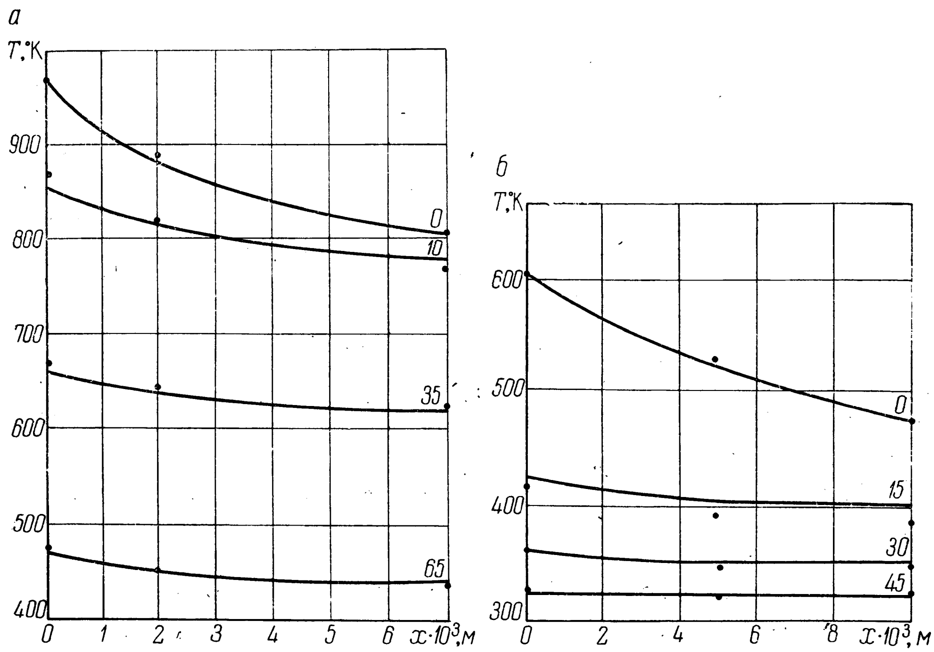

Рис. 1. Опытные и расчетные значения температурного поля охлаждаемых полого цилиндра (*а*) и пластины (*б*).
Числами обозначено время охлаждения в *сек*.

пластины к окружающей среде. Эффект, вызываемый нелинейностью граничных условий, будет сказываться в наибольшей степени, и величина поправки p по абсолютному значению будет минимальной.

Для значений критерия Био больше 0,1 и меньше 100 интенсивность нагревания (охлаждения) пластины определяется как скоростью переноса тепла внутри материала, так и значением коэффициента теплоотдачи. Для упрощения расчетов при этих значениях критерия Био коэффициент p может быть вычислен по следующей интерполяционной формуле:

$$p = p_1 + (1 - p_1)\, \frac{\text{Bi} - \text{Bi}_1}{100 - \text{Bi}_1}, \qquad (7)$$

где Bi_1 — фиксированное значение критерия Био меньше 0,1; p_1 — поправка, вычисленная по формуле (6), при $\text{Bi} = \text{Bi}_1$; Bi — заданное значение критерия Био.

По приведенной методике сделан расчет температурных полей при охлаждении полого цилиндра с линейными граничными условиями и пластины с нелинейными граничными условиями при неравномерном начальном распределении температур.

На рис. 1, *а* и *б* представлены экспериментальные данные и расчетные кривые изменения температуры по сечению цилиндра и пластины для различных моментов времени охлаждения. Опыты проводились на чугунном цилиндре с внешним диаметром $3 \cdot 10^{-2}$ *м* и внутренним $1{,}6 \cdot 10^{-2}$ *м* нагреваемом до температуры наружной поверхности 973°К, а затем охлаждаемом изнутри водой со скоростью движения 0,15 *м/сек* и температурой $T_с = 283$°К. Внешняя поверхность цилиндра в этот момент теплоизолировалась.

Медная пластина толщиной 10^{-2} *м* нагревалась с одной стороны до температуры 603°К, затем охлаждалась с другой стороны потоком водовоздушной смеси, имеющей скорость 1,1 *м/сек,* при массовом расходе жидкости, равном 10, температуре $T_с = 293$°К и угле встречи с охлаждаемой поверхностью 90°.

Температурные поля измерялись хромель-алюмелевыми термопарами диаметром 0,2 *мм,* приваренными к телам конденсаторной сваркой.

Расчет температурных кривых проводился при тех же исходных данных. Коэффициент теплоотдачи на охлаждаемой поверхности цилиндра определен из уравнения теплоотдачи для ламинарного течения жидкости ($\mathrm{Re} < 2000$) в трубках [4] и равен 520 *вт/м²·град.*

Для пластины коэффициент теплоотдачи в начальный момент охлаждения имеет значение 1500 *вт/м²·град.* Коэффициент теплоотдачи в этом случае вычислен по эмпирической формуле, полученной из опытов по охлаждению плоской стенки водовоздушной смесью:

$$\alpha = 0{,}75\, \Delta T^{1{,}1} m_{ж}^{0{,}9} \ \text{вт/м}^2 \cdot \text{град},$$

где $m_ж$ — отношение массовых расходов воды и воздуха; ΔT — температурный напор на поверхности, равный разности температур пластины и охлаждающей среды.

В качестве начального для цилиндра и пластины принято параболическое распределение температур.

Порядок расчета рассмотрим на примере определения температуры охлаждаемой поверхности пластины через 15 *сек* после начала охлаждения. По номограммам для пластины [1] при равномерном начальном распределении температур $T\,(x,\ 0) = 603$°К, критерии Био, равном 0,04, числе Фурье 17,2 находим относительную температуру выбранной точки $\theta_п = 0{,}49$.

Коэффициент m получим из выражения (1) на основе решений для пластины [1]. Поправка m равна 0,66.

Коэффициент $p = 0{,}985$ вычислен по формуле (7) при значении $p_1 = 0{,}996$, определенном из выражения (6) при $n = 1$, $\mathrm{Bi} = 0{,}01$. С учетом найденных поправок температура поверхности равна 404°К. Опытное значение составляет 383°К.

Литература

1. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., 1967. *2. Пехович А. И., Жидких В. М.* Расчеты теплового режима твердых тел. Л., 1968. *3. Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.,1964. *4. Исаченко В. И., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. М.,1969.