

ПРОЧНОСТЬ СТАЛЬНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

По наиболее распространенным теориям [1-2], используемым для анализа прочности материала, находящегося в условиях контактных нагрузений, оценка прочности материала ведется с учетом расчетных составляющих нормальных σ и касательных τ напряжений или по приведенным напряжениям, устанавливаемым тем или иным способом посредством σ и τ .

Расчет σ и τ проводится в соответствии с теориями Геста-Мора или Губера-Мизеса-Генки.

Этим теориям свойственны недостатки. Первая не учитывает влияние среднего главного напряжения σ_2 , а вторая не отражает разносопротивляемости материала растяжению и сжатию.

В настоящей статье для расчета зубчатых колес на контактную прочность используется теория, выдвинутая Ф.А.Опейко [3,4], которая восполняет недостатки теорий Геста-Мора и Губера-Мизеса-Генки и является их дальнейшим развитием.

При $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$, условие достаточной прочности по [3,4]

$$\sigma_3 - \sigma_1 < 2 \sqrt{1 + K^2 f^2} \frac{(\tau + \tau_0)}{n} + K f \left[\left(\sqrt{1 + K^2 f^2} - K f \right) \sigma_3 + \left(\sqrt{1 + K^2 f^2} + K f \right) \sigma_1 \right], \quad (4)$$

где n - коэффициент запаса прочности;

K - поправочный коэффициент для любого напряженного состояния.

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_3 - \sigma_1} + \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_3 - \sigma_1} \right)^2}},$$

f - коэффициент внутреннего трения материала по площадке, где может произойти скольжение в процессе разрушения;

τ - разрушающее тангенциальное напряжение;

τ_0 - разрушающее тангенциальное напряжение сцепления.

Левую часть уравнения (4) будем называть приведенным напряжением, а правую часть расчетным допускаемым напряжением.

По аналогии с различными теориями прочности оценку напряженного состояния зубчатых колес будем производить по приведенным эквивалентным растягивающим напряжениям. Максимальное значение этих напряжений находится на некоторой глубине от поверхности контакта. Оценка прочности материала колес по глубинным напряжениям хорошо согласуется и при расчетах колес, подвергнутых поверхностному упрочнению, когда напряженное состояние неупрочненной сердцевины может оказаться лимитирующим.

Приведенные напряжения для различных координат точек от центра опорной площадки контактируемых зубьев определяются по формуле:

$$\sigma_{пр} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\sqrt{1 + k^2 f^2}} - f \frac{(\sqrt{1 + k^2 f^2} - kf)\sigma_3 + (\sqrt{1 + k^2 f^2} + kf)\sigma_1}{\sqrt{1 + k^2 f^2}} - 2\tau_0 \quad (6)$$

Максимальные значения глубинных приведенных напряжений оценивают путем сравнения с допускаемыми напряжениями пределов выносливости при пульсирующем растяжении или с допустимыми напряжениями при сдвиге, устанавливаемыми тем или иным способом.

Значение коэффициента внутреннего трения материала на площадках сдвига определяется по результатам испытания образцов на срез, сжатие, растяжение, а для пластичных материалов по его твердости.

Для сравнения условия достаточной прочности (4) с результатами экспериментальных данных, были изготовлены образцы из стали 40Х закаленные, улучшенные и нормализованные по ГОСТ 1497-61 и 3565-58 и испытаны на растяжение, сжатие и срез. С целью уменьшения погрешностей эксперимента, образцы для испытания на кручение изготавливались полыми с толщиной стенки в местах выточки - 1 мм.

По результатам проведенных испытаний стандартных образцов получены следующие данные механических характеристик материала (табл. I).

Т а б л и ц а I

ст. 40X	Результаты испытаний						Кoeff. трения	
	растяжение		кручение		сжатие			твёрдость
	σ_{δ} , кг/мм ²	σ_{τ} , кг/мм ²	τ_{σ}^* , кг/мм ²	τ_{τ} , кг/мм ²	σ_{δ} , кг/мм ²	σ_{τ} , кг/мм ²	НВ	
Нормализованные	73	42	38,5	29,0	-	46	210	0,487
Улучшенные	90	75	52	46	-	120	260	0,442
Закаленные	145	127	86	78	252	187	402	0,39

Коэффициент внутреннего трения f определялся по формуле, полученной при аналитическом исследовании процесса разрушения элементарного параллелепипеда материала, подвергнутого растяжению, сжатию и срезу.

$$f = \frac{\sigma_{\delta}}{4\tau_{\sigma}^*} - \frac{\tau_{\tau}^*}{\sigma_{\delta}}, \quad \tau_{\sigma}^* = \tau + \tau_{\sigma} \quad (7)$$

Для улучшенных и нормализованных образцов, когда предел прочности при сжатии установить не представляется возможным, коэффициент f определялся по формуле [4]:

$$f = 0,4 + 3 \left(\sqrt{\frac{НВ}{\tau_{\sigma}^*}} - 2,84 - 0,472 \right)$$

Наряду с образцами были испытаны на контактную прочность прямозубые цилиндрические зубчатые колеса $Z_1 = Z_2 = 35$; $m = 3$ мм, $b = 16$ мм из стали 40X, термообработка и твердость которых соответствовали изготовленным образцам. Испытания проводились на стенде с замкнутым силовым контуром. По результатам испытаний были построены кривые долговечности при базовом числе циклов нагружения 10^7 .

В таблице 2 приводятся пределы выносливости зубчатых колес.

Т а б л и ц а 2

Сталь 40X	[q] кг/мм	[M] кг·см
Нормализованная	8,34	657
Улучшенная	12,79	1164
Закаленная	33,37	2825

Для значений допустимых удельных нагрузок Q , полученных в результате эксперимента были определены величины главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ по глубине ($Z = 0+2,3a$) от центра опорной площадки. Где a - полуширина площадки контакта; Z - координата точки, расположенной на оси, совпадающей с направлением сжимающей силы.

Значения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ можно установить на основе формул [2].

При $\mu = 0,5$ и упругих постоянных Ламэ $\lambda = \infty$ и $\nu = \frac{1}{3} E$

$$\sigma_1 = \frac{2q}{\pi a} \left(1 - \frac{\operatorname{sh} \alpha}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 \alpha + \sin^2 \beta}} \right) e^{-\alpha} \sin \beta, \quad (16)$$

$$\sigma_2 = \frac{2q}{\pi a} e^{-\alpha} \sin \beta, \quad (17)$$

$$\sigma_3 = \frac{2q}{\pi a} \left(1 + \frac{\operatorname{sh} \alpha}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 \alpha + \sin^2 \beta}} \right) e^{-\alpha} \sin \beta. \quad (18)$$

Полуширина площадки контакта "а" определяется по формуле 3

$$a = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right) q \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}},$$

где ρ_1, ρ_2 - радиусы кривизны профиля зубьев в полусе зацепления, $\rho_1 = \rho_2 = 18$ мм.

Таблица 3

Z α	Нормализованные $\rho = 8,34$ кг/мм					Улучшенные $\rho = 12,79$ кг/мм					Закаленные $\rho = 33,37$ кг/мм					K
	G_1 кг/мм ²	G_2 кг/мм ²	G_3 кг/мм ²	$G_{пр}$ кг/мм ²	ξ	G_1 кг/мм ²	G_2 кг/мм ²	G_3 кг/мм ²	$G_{пр}$ кг/мм ²	ξ	G_1 кг/мм ²	G_2 кг/мм ²	G_3 кг/мм ²	$G_{пр}$ кг/мм ²	ξ	
0	65,18	65,18	65,18	-63,50	-1,02	80,77	80,77	80,77	-71,40	-1,13	130,45	130,45	130,45	-101,75	-1,28	1,0
0,2a	42,92	53,39	63,85	-38,11	-1,71	53,18	66,15	79,12	-33,26	-2,43	85,89	106,33	127,77	-43,54	-2,92	1,154
0,3a	35,84	48,30	60,76	-22,27	-2,92	47,41	59,85	75,29	-22,88	-3,52	71,72	96,66	121,60	-28,00	-4,66	1,154
0,4a	27,80	44,13	60,46	-10,52	-6,2	34,45	54,68	74,91	-8,97	-9,00	55,63	88,31	120,98	-6,80	-19,20	1,154
0,5a	22,10	40,02	57,96	-3,33	-21,5	27,37	49,59	71,81	-0,61	-133,5	44,21	80,10	115,97	5,72	22,8	1,154
0,6a	18,00	36,63	55,39	-1,42	46,0	22,31	45,39	68,63	4,86	16,6	36,03	73,31	110,85	13,81	9,45	1,154
0,7a	14,52	34,03	53,52	5,63	11,6	17,99	42,16	66,32	9,75	8,28	29,05	68,10	107,10	21,07	6,20	1,154
0,3a	11,81	31,42	51,00	8,36	7,8	14,64	38,93	63,19	12,82	6,30	23,64	62,87	102,05	25,45	5,12	1,154
0,9a	9,68	29,33	49,00	10,50	6,2	12,00	36,34	60,70	15,24	5,3	19,37	58,70	98,03	28,95	4,52	1,154
1,0a	7,93	27,00	46,04	11,60	5,62	9,83	33,44	57,05	16,36	4,92	15,87	54,00	92,13	30,33	4,25	1,154
1,1a	6,54	25,16	43,78	12,50	5,21	8,10	31,18	54,25	17,32	4,66	13,10	50,35	87,61	31,53	4,15	1,154
1,2a	5,45	23,60	41,74	13,09	5,0	6,75	29,24	51,72	17,89	4,52	10,91	47,22	83,54	32,77	4,00	1,154
1,3a	4,61	22,16	39,72	13,49	4,84	5,71	27,46	49,21	18,06	4,47	9,22	44,35	79,48	32,16	4,06	1,154
1,5a	3,30	19,75	39,10	14,93	4,36	4,08	24,74	44,86	18,00	4,48	6,60	39,52	72,45	31,74	4,12	1,154
1,7a	2,48	17,73	32,98	10,00	6,51	3,07	21,97	40,86	17,38	4,66	4,96	35,48	66,00	30,31	4,30	1,154
2,0a	1,62	15,32	29,01	8,38	7,78	2,01	18,98	35,95	16,24	4,96	3,25	30,35	58,06	28,17	4,61	1,154
2,3a	1,08	13,55	26,00	7,23	9,0	1,34	16,80	32,17	15,20	5,32	2,17	27,13	51,96	26,20	4,97	1,154

В табл.3 приводятся значения σ_1 , σ_2 , σ_3 , σ_{np} , K , и ξ для нормализованных улучшенных и закаленных зубчатых колес.

ξ - коэффициент контактной прочности материала, характеризующий во сколько раз наибольшие нормальные давления на поверхности сжимаемых тел больше $2(\tau + \tau_0)$ или σ_{np} .

Из таблицы 3 видно, что минимальное значение коэффициента контактной прочности ξ_{min} и соответствующее ему максимальное значение приведенных напряжений находится для нормализованных колес на глубине $Z = 1,5a$, улучшенных $Z = 1,3a$, закаленных $Z = 1,2a$. Соответствующие значения σ_{np} : $14,93 \text{ кг/мм}^2$, $18,16 \text{ кг/мм}^2$, $32,77 \text{ кг/мм}^2$. Полученные значения σ_{np} для рассчитываемого уровня нагружения являются допустимыми и соответствуют примерно пределу выносливости материала при пульсирующем растяжении.

Таким образом, расчетные данные и данные экспериментов подтверждают возможности производить оценку прочности зубчатых колес по приведенным глубинным эквивалентным растягивающим напряжениям, допустимые значения которых соответствуют пределу выносливости материала при пульсирующем напряжении или допустимым удвоенным значениям напряжений сдвига $2(\tau + \tau_0)/n$.

Положительной особенностью рассмотренного метода расчета зубчатых колес на контактную прочность является возможность устанавливать допускаемые значения поверхностных контактных напряжений с учетом механических характеристик материала колес, а именно:

$$[\sigma]_K = \xi_{min} \cdot \sigma_{np} = \xi_{min} \frac{2(\tau + \tau_0)}{n} \quad (20)$$

Минимальное значение коэффициента контактной прочности можно определять по формуле, полученной по данным обработки результатов расчетов при различных значениях коэффициента внутреннего трения материала

$$\xi_{min} = 1,89 + 3,04 f + 6,07 f^2$$

В ы в о д ы

Таким образом, представляется возможным оценку усталостной контактной прочности стальных зубчатых колес проводить по характеристикам статической прочности материалов.

Л и т е р а т у р а

1. Д и н н и к А. Н. Избранные труды т. I, Киев. Изд-во АН УССР, 1952.
2. Б е л я е в Н. М. Труды по теории упругости и пластичности. М.-Л, Стройиздат, 1950.
3. О п е й к о Ф. А. Расчетные напряжения (теория прочности). Минск, 1960.
4. О п е й к о Ф. А. Новый метод расчета на контактную прочность. Труды научной конференции ЦНИИМЭСХ 1962г. Минск, Изд-во Министерства высшего и среднего специального образования БССР, 1962.