УДК 623.827

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВОДНОГО ТРАНСПОРТА В СИСТЕМЕ РЕКА-КАНАЛ

Николаева Елизавета Геннадьевна*, студентка 1-го курса кафедры «Гидротехнического и энерготехнического строительства, водный транспорт и гидравлика»*
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Воронова Н.П., канд. техн. наук, профессор)

При строительстве каналов важное значение имеет возможность их эксплуатации имеющимся водным транспортом. Главным в решении таких задач является соотношение ширины водного пространства реки и канала, а также длины судна.

Рассмотрим строительство канала шириной *a* (м) под прямым углом к реке шириной *b* (м) и рассчитаем максимальную длину судна, которое может из реки войти в этот канал.

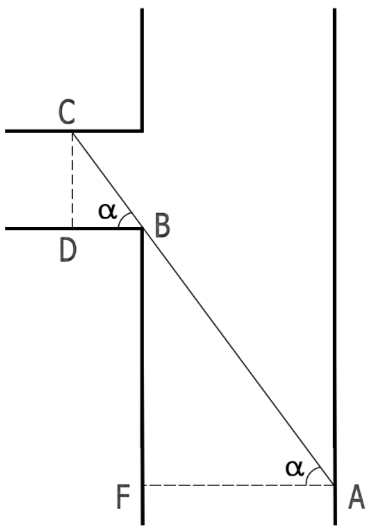

Рисунок 1

Т.к. ΔBCD и ΔABF подобны и прямоугольные, то $AB = \dfrac{AF}{\cos\alpha}, BC = \dfrac{CD}{\sin\alpha}$. Учитывая, что $AF = b, CD = a$, длина $AC = AB + BC$, получим функцию, зависящую от α: $u(\alpha) = \dfrac{a}{\sin\alpha} + \dfrac{b}{\cos\alpha}$. Исследуем эту функцию на экстремум с помощью производной.

$$u'(\alpha)=\frac{b\sin\alpha}{\cos^2\alpha}-\frac{a\cos\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{b\sin^3\alpha-a^3\cos\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}. \qquad (1)$$

Производная не существует при $\alpha=0$ и $\alpha=\frac{\pi}{2}$, которые не подходят из геометрической интерпретации задачи. Производная обращается в ноль, когда числитель дроби в формуле (1) обращается в ноль, т.е.

$$b\sin^3\alpha-a\cos^3\alpha=0,\quad tg^3\alpha=\frac{a}{b},\quad \alpha=arctg\sqrt[3]{\frac{a}{b}}.$$

Для определения вида экстремума воспользуемся вторым достаточным условием экстремума, определим знак второй производной функции $u(\alpha)$:

$$u''(\alpha)=\frac{b\,tg^3\alpha+a\,tg^2\alpha+2b\,tg^5\alpha+2a}{tg^2\alpha}.$$

Т.к. $a>0, b>0$ и $tg\alpha>0$, то $u''(\alpha)>0$ и в найденной точке функция имеет минимум. Следовательно при $tg\alpha=\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ расстояние АС будет минимальным, а наибольшая длина судна, которая позволяет войти из реки в канал вычислим с помощью тригонометрических формул:

$$\sin\alpha=\frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}},\ \cos\alpha=\frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}},\text{ где } tg\alpha=\sqrt[3]{\frac{a}{b}},$$

тогда

$$\frac{a}{\sin\alpha}+\frac{b}{\cos\alpha}=\frac{a}{a^{1/3}\Big/\sqrt{a^{2/3}+b^{2/3}}}+\frac{b}{b^{1/3}\Big/\sqrt{a^{2/3}+b^{2/3}}}=\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Литература:

1. Высшая математика для инженеров / В.И. Булгаков [и др.]. Минск, 2004.
2. Липовцев, Ю.В. Основы высшей математики для инженеров / Ю.В. Липовцев, О.Н. Третьякова. М., 2009.