УДК 512.64

ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ В ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧАХ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОФИЛЯ

***Ковалёнок Константин Леонидович**, студент 1-го курса*
кафедры «Робототехнические системы»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Ковалёнок Н.В., старший преподаватель
кафедры «Математические методы в строительстве»)

Говоря о сфере строительной деятельности, мы должны представлять какой широкий спектр строительных дисциплин необходим для специалиста этого профиля. Кроме пространственного мышления, в этой сфере деятельности также очень важно иметь отличное понимание и владение математикой.

Здесь применяются все основные направления: линейная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ и другие. Именно поэтому, кто стремится стать хорошим специалистом, добиться успеха и хочет научиться слаженно работать в команде, должен хорошо знать математику и применять её в задачах практического содержания.

Уже на начальном этапе строительства какого-либо сооружения, нужно точно и грамотно провести все измерения: рассчитать уклоны земли, чтобы сооружение находилось на идеально ровной поверхности, и в дальнейшем не возникло каких-либо проблем. На стадии возведения фундамента очень важно представлять и уметь руководствоваться архитектурными планами, которые включают в себя математические расчеты. Таким образом можно будет избежать ряд непредвиденных проблем в дальнейшем.

После стадии возведения фундамента применение математики будет еще больше и обширнее. Например, для внутренних работ в доме нужно знать и применять основные законы и формулы геометрии. Так, например, для установки окон или дверей нужно произвести все необходимые расчеты очень точно, чтобы они могли корректно закрываться и служить долгое время. Установка лестницы требует точного расчета геометрических форм и точности высоты, длины каждой ступени, иначе она будет не безопасной в применении.

Заключительные этапы постройки дома – укладка пола или плитки требуют определенных знаний того, как рассчитать площадь или объем неправильной формы, что будет способствовать наименьшему количеству отходов материала и сможет сэкономить затраты данной строительной работы.

На примерах решения задач физического и экономического содержания, покажем применение матриц в практико-ориентированных задачах, которые могут быть полезными в строительной сфере.

Задача 1. Через диск, имеющего массу $m = 80$ кг, перекинут гибкий трос, к концам которого подвешены блоки ФБС 6.4.3. массами $m_1 = 100$кг (пол блока) и $m_2 = 200$кг (целый) (Рис. 1). С каким ускорением будут двигаться данные грузы и каковы силы натяжения троса, если их предоставить самим себе?

Решение. Для решения воспользуемся основными законами вращательного и поступательного движения. На каждый из двух движущихся грузов (блоков) действуют две силы, а именно: сила тяжести mg**,** которая направлена вниз, и сила T натяжения троса, которая направлена вверх. $T_1 > m_1 g$, потому что вектор ускорения a для груза m_1 будет направлен вверх. Равнодействующая этих сил вызывает равноускоренное движение и по второму закону Ньютона:

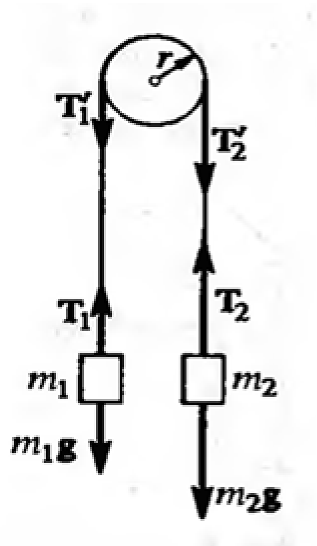

Рисунок 1 – Диск с блоками

$T_1 = m_1 g + m_1 a$.

$T_2 < m_2 g$, так как вектор ускорения a для груза m_2 будет направлен вниз:

$T_2 = m_2 g - m_2 a$.

Согласно основному закону динамики вращательного движения, вращательный момент М, приложенный к диску, равен произведению момента имерции J диска на его угловое ускорение ε:

$M = J\varepsilon$.

Далее необходимо определить вращательный момент. Силы натяжения троса действуют как на грузы, так и на диск. Исходя из третий закон Ньютона, силы T_1' и T_2', приложенные к ободу диска, соответсвенно равны силам T_1 и T_2, но по направлению им противоположны.

Диск, при движении грузов, будет ускоренно вращаться по направлению часовой стрелки, значит $T_1' > T_2'$. Вращательный момент, приложенный к диску, равен произведению разности этих сил на плечо, которое равно радиусу диска, что означает $M = r \cdot (T_2' - T_1')$. Момент инерции диска $J = \frac{mr^2}{2}$, а угловое ускорение связано с линейным: $\varepsilon = \frac{a}{r}$.

Тогда:

$$(T_2' - T_2')r = \frac{mr^2}{2} \frac{a}{r},$$

откуда получаем:

$$T_2' - T_1' = \frac{m}{2} a.$$

Таким образом составим систему трёх линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 - m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \\ \frac{ma}{2} = T_2 - T_1 \end{cases}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$\begin{cases} 100a - T_1 + 0 = -981 \\ 200a - 0 + T_2 = 1962, \\ 40a + T_1 - T_2 = 0 \end{cases}$$

Запишем матрицу коэффициентов системы и вычислим её определитель:

$$A = \begin{pmatrix} 100 & -1 & 0 \\ 200 & 0 & 1 \\ 40 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Определитель равен:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 100 & -1 & 0 \\ 200 & 0 & 1 \\ 40 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -340$$

Найдем все алгебраические дополнения A_{ij}:

$$A_{11} = -1, A_{12} = 240, A_{13} = 200,$$

$$A_{21} = -1, A_{22} = -100, A_{23} = -140,$$

$$A_{31} = -1, A_{32} = -100, A_{33} = 200.$$

Обратная матрица A^{-1} имеет вид:

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{340} & \frac{1}{340} & \frac{1}{340} \\ -\frac{12}{17} & \frac{5}{17} & \frac{5}{17} \\ -\frac{10}{17} & \frac{7}{17} & -\frac{10}{17} \end{pmatrix},$$

Выполнив преобразования и применив метод обратной матрицы, получим решение системы:

$$\begin{pmatrix} a \\ T_1 \\ T_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{340} & \frac{1}{340} & \frac{1}{340} \\ -\frac{12}{17} & \frac{5}{17} & \frac{5}{17} \\ -\frac{10}{17} & \frac{7}{17} & -\frac{10}{17} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -981 \\ 1962 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ответ: $a=2,88; T_1=1269,53; T_2=1384,94.$

Задача 2. Завод по производству асфальтовых смесей изготавливает три типа продукции t_1, t_2, t_3. Для её изготовления требуется четыре вида сырья m_1, m_2, m_3, m_4. Данные по нормам расхода сырья и соответствующие запасы указаны в таблице ниже (Табл. 1):

Таблица 1 – Нормы запасов и расходов

Продукция / Сырьё	t_1	t_2	t_3	Запасы сырья
m_1	1	1	2	190
m_2	2	0	2	180
m_3	2	1	0	160
m_4	1	2	2	250

Рассчитать план выпуска продукции, где полностью расходуется все сырье.

Решение. Для решения данной задачи, предположим, что три типа продукции производятся в количестве x_1, x_2, x_3.

Затем составим систему уравнений и запишем её в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 190 \\ 2 & 0 & 2 & 180 \\ 2 & 1 & 0 & 160 \\ 1 & 2 & 2 & 250 \end{pmatrix}.$$

Применив методом Гаусса, приводим ее к виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 190 \\ 0 & 1 & 0 & 60 \\ 0 & 0 & 1 & 40 \end{pmatrix},$$

где можно заключить, что ранг матрицы будет равен 3, количество неизвестных также 3. Соответственно система будет иметь одно единственное решение, где

$$x_1 = 50, x_2 = 60, x_3 = 40.$$

Ответ: три типа продукции в количестве: 50, 60 и 40 штук соответственно.

Литература:

1. Носков М.В., Шерстнева В.А. Качество математического образования инженера: традиции и инновации. // Высшее образование в России. 1999. №2
2. Математика для инженеров : учебник. В 2 т. Т. 1 / С.А. Минюк, Н.С. Березкина, А.В. Метельский ; под науч. ред. Н.А. Микулика.—Минск : Элайда, 2006.—560 с.