УДК 539.3: 621.8

ВЛИЯНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ВОЛОКОН НА ПАРАМЕТРЫ КОНТАКТА «ВАЛ – ВТУЛКА» ДЛЯ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ ИЗ КОМПОЗИТОВ

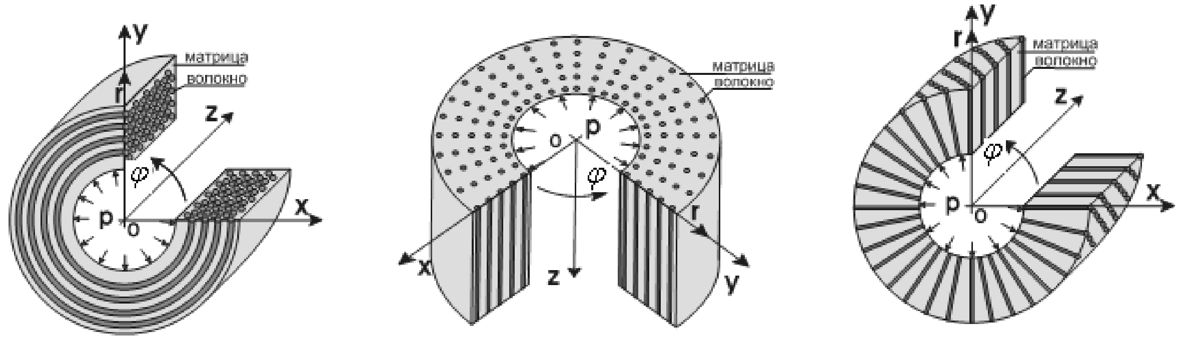
Можаровский В. В., Киргинцева С. В.

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

Введение. Для обеспечения надежного срока службы, достаточно высоких антифрикционных свойств и износостойкости подшипников сухого трения необходим оптимальный выбор допустимых значений действующей нагрузки, скорости скольжения, температуры и других параметров и их соответствия физико-механическим свойствам для применяемых материалов пары трения «втулка – вал» при принятых геометрических соотношениях.

В инженерной практике для изготовления подшипников скольжения широко применяются композиционные материалы на основе фенольных и полиамидных смол, а также материалы, которые армированные волокнами, то есть композиты. Они имеют хорошие механические свойства, малый удельный вес, высокие динамические свойства, низкие коэффициенты трения. Расчет давлений для втулок подшипника при контактном взаимодействии, в основном, построен на изотропных свойствах материала. Но современные волокнистые композиты имеют выраженную анизотропию механических свойств. Эти особенности необходимо учитывать при расчете и конструировании подшипников скольжения при сухом и граничном трении по удельному давлению.

В данной работе создана математическая модель, которая применяется при разработке алгоритма инженерного расчета давления при контактном взаимодействии для системы «вал – втулка из волокнистого материала» на основе математической теории упругости анизотропного тела. Следует отметить, что при использовании волокнистых композитов в качестве материала для втулки предлагается расположить волокна тремя способами: перпендикулярно, параллельно и радиально оси втулки (рисунок 1).



а *б* *в*

Рис. 1. Расположение волокон во втулке по отношению к ее оси (здесь обозначено φ*rz* и *xyz* – цилиндрическая и декартова системы координат): *а* – перпендикулярно; *б* – параллельно; *в* – радиально

Некоторые механические свойства ортотропных материалов (модули упругости, коэффициенты Пуассона) и основные уравнения для описания контактного взаимодействия цилиндрических тел из композитов представлены в работах [1–5]. Для определения контактных параметров (давление, зона контакта, напряжений и т. д.) при взаимодействии системы «вал – втулка» можно использовать модифицированное решение типа Г. Герца для случая внутреннего касания цилиндров при малых зонах контакта. Рассмотрим композиционный материал, армированный волокнами, которые ориентированы в направлении одной из осей *X* или *У* (координатные оси совпадают с основными направлениями материала).

Математические модели расчета контактных параметров для подшипников скольжения из волокнистых композитов. Представим расчет напряженного состояния ортотропного тела, при взаимодействии вала с втулкой композита, подверженного воздействию поверхностного давления *p*, распределенного в соответствии с законом

$$p(x) = p_0\sqrt{a^2 - x^2},\ p_0 = 2P / (L\pi a^2);$$

или согласно [1]

$$p(x) = m\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\sqrt{a^2 - x^2}, \tag{1}$$

где R_1 и R_2 – радиусы двух взаимодействующих тел – втулки и цилиндра (мм); *P* и *L* – действующее усилие и длина цилиндра, параметр $m = \left[((\beta_1 + \beta_2)S_{22})^{(1)} + ((\beta_1 + \beta_2)S_{22})^{(2)}\right]^{-1}$, индексы (1) и (2) характеризуют материалы двух взаимодействующих тел, величины $\beta_{1,2}$ для каждого цилиндра вычисляются по формулам [1]

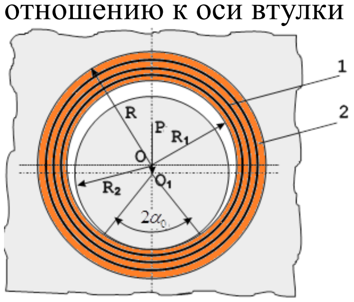
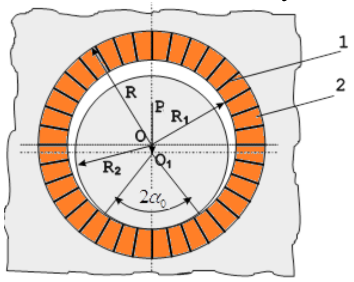
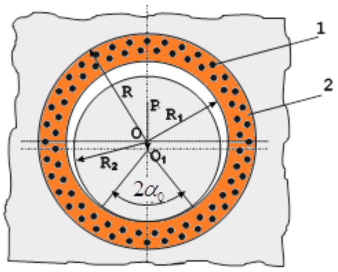
$$\beta_{1,2} = \left(\sqrt{\frac{S_{66} + 2S_{12} \pm \sqrt{\left(S_{66} + 2S_{12}\right)^2 - 4S_{11}S_{22}}}{2S_{11}}}\right)^{-1}, \tag{2}$$

где постоянные $S_{i,j}$ при плоской деформации определяются из [1] следующим образом:

$$S_{11} = (1 - \nu_{13}\nu_{31}) / E_1,\ S_{12} = -(\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{31}) / E_1,\ S_{22} = (1 - \nu_{32}\nu_{23}) / E_2,\ S_{66} = 1 / G_{12},$$

индексы *i, j* технических постоянных материалов цилиндров (модуля упругости *E* (МПа), коэффициента Пуассона *ν* и модуля сдвига *G* (МПа)) характеризуют различные направления и вычисляются по зависимостям по правилу смесей (таблица 1, здесь на схемах цифрами 1 и 2 обозначаются соответственно волокна и матрица).

Таблица 1 – Зависимости для определения модулей упругости и коэффициентов Пуассона [5] (индексы 1, 2, 3 соответствуют *x*, *y*, *z* или *φ*, *r*, *z*) волокнистых материалов при различных расположениях волокон

Расчетная схема подшипника скольжения	Механические свойства
Перпендикулярное расположение волокон по отношению к оси втулки 	$E_2 = E_m \frac{1+\eta V}{1-\eta V}$, $E_1 = VE_f + (1-V)E_m$, $E_3 = E_2$, $\nu_{12} = V\nu_f + (1-V)\nu_m$, $\nu_{31} = \nu_{21}$, $\nu_{13} = \nu_{12}$, $\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1}\nu_{12}$, $\nu_{23} = 1-\nu_{21}-\frac{E_2}{3K}$, $\nu_{32} = \nu_{23}$, $\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3}\nu_{31}$, $K_m = \frac{E_m}{3-6\nu_m}$, $K_f = \frac{E_f}{3-6\nu_f}$, $K = \frac{K_f K_m}{VK_m + (1-V)K_f}$, $\eta = \frac{E_f - E_m}{E_f + E_m}$, $G_{12} = G_m \frac{G_f(1+V)+G_m(1-V)}{G_f(1-V)+G_m(1+V)}$.
Радиальное расположение волокон по отношению к оси втулки 	$E_2 = VE_f + (1-V)E_m$, $E_1 = \frac{E_f E_m}{VE_m + (1-V)E_f}$, $E_3 = E_1$, $\nu_{12} = V\nu_f + (1-V)\nu_m$, $\nu_{13} = 1-\nu_{12}-\frac{E_1}{3K}$, $\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1}\nu_{12}$, $\nu_{32} = \nu_{12}$, $\nu_{23} = \nu_{21}$, $\nu_{31} = \nu_{13}$, $K_f = \frac{E_f}{3-6\nu_f}$, $K_m = \frac{E_m}{3-6\nu_m}$, $K = \frac{K_f K_m}{VK_m + (1-V)K_f}$, $G_{12} = G_m \frac{G_f(1+V)+G_m(1-V)}{G_f(1-V)+G_m(1+V)}$
Параллельное расположение волокон по отношению к оси втулки 	$E_3 = VE_f + (1-V)E_m$, $E_1 = \frac{E_f E_m}{VE_m + (1-V)E_f}$, $E_2 = E_1$, $\nu_{31} = V\nu_f + (1-V)\nu_m$, $\nu_{32} = \frac{E_3}{E_2}\nu_{23}$, $\nu_{12} = 1-\nu_{13}-\frac{E_1}{3K}$, $\nu_{23} = \nu_{13}$, $K_f = \frac{E_f}{3-6\nu_f}$, $K_m = \frac{E_m}{3-6\nu_m}$, $K = \frac{K_f K_m}{vK_m + (1-v)K_f}$, $\eta = \frac{E_f - E_m}{E_f + E_m}$, $G_{12} = \frac{E_1}{2(1+\nu_{12})}$.

Индексы *f* и *m* обозначают волокно и матрицу соответственно; *V* – объемное содержание волокна в матрице материала; K_f, K_m – объемные модули упругости волокна и матрицы.

Величина зоны контакта при сопряжении рассматриваемых упругих ортотропных тел определяется по формуле:

$$a = \sqrt{\frac{2PR_1R_2}{\pi mL(R_1 - R_2)}}. \tag{3}$$

Для оценки применимости формул, определяющих параметры контакта для внутреннего взаимодействия изотропного цилиндра с ортотропной втулкой, нужно оценить применимость представленных формул аналогично, как сделано в работе [2] для малых зон контакта. Используя по аналогии с работой [2], в которой дан критерий применимости формул для задачи Герца для малых областей контакта взаимодействующих изотропных тел, проведем аналогичную оценку, приняв, что $a = R\sin\alpha_0$, $x = R\sin\alpha$, α_0 – угол контакта.

Исходя из того, что принимаем $R_1 \approx R_{2,}\ R_1 - R_{2,} = \varepsilon$, получим

$$a^2 = R^2\sin^2\alpha_0 = \frac{2PR^2}{\pi m\varepsilon} = \frac{2PR^2}{\pi\varepsilon\dfrac{E_2}{(\beta_1+\beta_2)(1-\nu_{23}\nu_{32})}},$$

здесь и в дальнейшем будем использовать линейную нагрузку на вал, т. е. вместо *P/L* записываем *P*.

Преобразовав последнее соотношение и обозначив, $\dfrac{P}{\varepsilon E_2} = \theta$,

$k_1 = \dfrac{2(\beta_1+\beta_2)(1-\nu_{23}\nu_{32})}{\pi}$, получим:

$$\sin^2\alpha_0 = \theta \cdot k_1. \tag{4}$$

Например, если возьмем изотропный случай $E_1 = E_2 = E,\ \nu_{ij} = \nu$ и $\nu = 0.3$, тогда значение коэффициента $k_1 = 4(1-\nu^2)/\pi = 1{,}16$.

Уравнение (1) преобразуем к виду: $\dfrac{p(x)}{\varepsilon} = m\dfrac{1}{R^2}\sqrt{a^2 - x^2}$.

В дальнейшем для упрощения расчета будем считать, что рассматривается абсолютно жесткий вал ($E_2 = \infty,\quad S_{22} = \dfrac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2} \to 0$), параметр *m* примет вид:

$$m = \left[(\beta_1+\beta_2)S_{22}^{(1)}\right]^{-1} = \left[(\beta_1+\beta_2)\frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2}\right]^{-1} = \frac{E_2}{(\beta_1+\beta_2)(1-\nu_{23}\nu_{32})}.$$

Тогда

$$\frac{p(x)}{\varepsilon E_2} = \frac{1}{R^2(\beta_1+\beta_2)(1-\nu_{23}\nu_{32})}\sqrt{(R\sin\alpha_0)^2 - (R\sin\alpha)^2} = \frac{1}{R(\beta_1+\beta_2)(1-\nu_{23}\nu_{32})}\sqrt{\sin^2\alpha_0 - \sin^2\alpha}.$$

Преобразовав, запишем формулу удобную для расчета изменения давлений в зоне контакта для различных материалов:

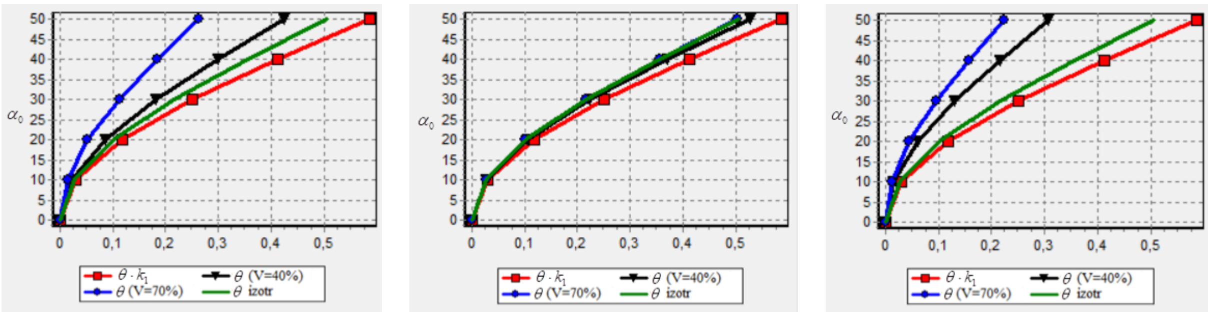
$$P_1 = \frac{p(x)Rk_1\pi}{2\varepsilon E_2} = \sqrt{\sin^2\alpha_0 - \sin^2\alpha}. \qquad (5)$$

Влияние схемы расположения волокон во втулке подшипника на изменения контактных параметров.

Расчетный пример: Подшипниковый узел трения без смазки состоит из стального вала и втулки, выполненной из композита *Gr/Al* со следующими характеристиками: E_f = 380 ГПа, E_m = 70 ГПа, v_f = 0,2, v_m = 0,34, G_f = 13 ГПа, G_m= 26 ГПа.

На рисунке 2 показаны графики зависимости параметров $\theta \cdot k_1$ и θ от угла контакта α_0 (измеряется в градусах) для изотропного материала (сплошная кривая зеленого цвета), а также для разного объемного содержания волокон в матрице композиционного материала (40 % и 70 %) при перпендикулярном (*а*), параллельном (*б*) и радиальном (*в*) расположении волокон по отношению к оси втулки.

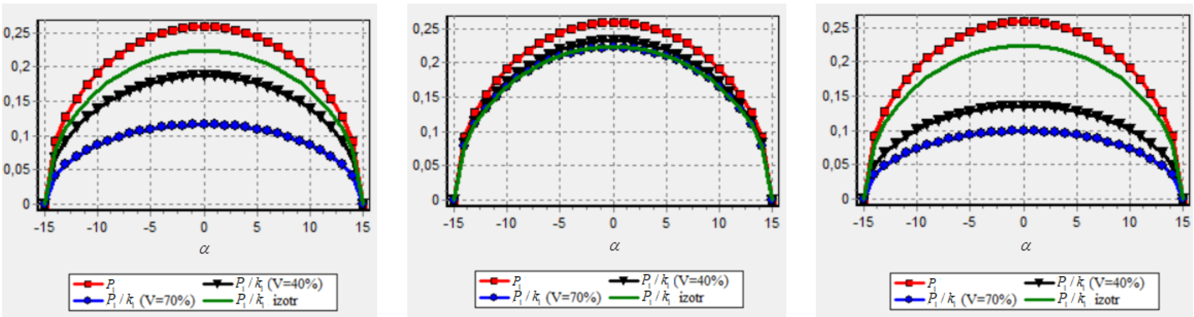
На рисунке 3 показаны графики зависимости P_1 и P_1/k_1 от угла контакта α (измеряется в градусах) для изотропного материала, а также для разных объемных содержаний волокон в матрице композиционного материала (40 % и 70 %) при перпендикулярном (*а*), параллельном (*б*) и радиальном (*в*) расположении волокон по отношению к оси втулки.



а *б* *в*

Рис. 2. Графики зависимости $\theta \cdot k_1$ и θ от α_0

при перпендикулярном (*а*), параллельном (*б*) и радиальном (*в*) расположении волокон по отношению к оси втулки



а *б* *в*

Рис. 3. Графики зависимости P_1 и P_1/k_1 от α

при перпендикулярном (*а*), параллельном (*б*) и радиальном (*в*) расположении волокон по отношению к оси втулки.

Заключение

1. Построенный приближенный алгоритм расчета давления и зоны контакта в зависимости от расположения и состава волокон во втулке дает возможность учитывать и давать оценку о влиянии их на контактное давление и зону контакта в подшипнике скольжения.

2. Анализ графических зависимостей угла контакта α_0 от параметров действующей нагрузки и модулей упругости для ортотропных материалов показывает, что в основном на изменение численных значений параметров контакта влияет расположение волокон в двух случаях – перпендикулярном и радиальном, а влияние параллельного расположения волокон носит незначительный вклад.

ЛИТЕРАТУРА

1. Можаровский, В. В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988. – 280 с.
2. Крагельский, И. В. Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов. – Москва : Машиностроение, 1977. – 526 с.
3. Пилюшина, Г. А. Подшипники скольжения из армированных композиционных материалов / Г. А. Пилюшина, Е. А. Памфилов, Е. В. Шевелева // Вестник Брянского государственного технического университета. – № 6 (79). – 2019. – С. 56–64.
4. Панасюк, В. В. Деякі контактні задачі теорії пружності / В. В. Панасюк, М. Й. Теплий. – Київ : Наукова думка, 1975. – 195 с.
5. Pleskachevsky, Yu. Mathematical models of contact quasi-static interaction between fibrous composite bodies / Yu. Pleskachevsky, V. Mozharovsky, Yu. Rouba // Computational methods in contact mechanics III / ed. by Alialady M. H., Samartin A. – Madrid : Computational mechanics publications. – 1997. – P. 363–372.

Поступила:16.05.2023