

## ТЕРМОДИНАМИКА ВОЗДЕЙСТВИЕ ИМПУЛЬСА ВОЗДУХА НА РОГОВИЦУ

<sup>1</sup>Чигарев А. В., <sup>2</sup>Михнович М. О.

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет

<sup>2</sup>Белорусский национальный технический университет

**Введение.** Пневмотонометр, предназначенный для измерения внутриглазного давления (ИОД) сочетает механическое воздействие импульсом воздуха на роговицу глаза с оптическим измерением перемещения точек поверхности роговицы [1]. В работе рассмотрена биомеханика глаза под внешним действием. Оптическая составляющая измерения не рассматривается, т. к. оптические воздействия на динамику роговицы ничтожно малы по сравнению с механическими и будут отдельно рассмотрены в дальнейшем в рамках дифракции оптической волны на неровной поверхности роговицы при ее деформировании.

Экспериментальные исследования биомеханики глаза человека при пневмотонометрических испытаниях показывают, что движение точек поверхности роговицы представляет собой суперпозицию нескольких механических деформаций и перемещений под действием импульса воздуха [2; 3]. Точки поверхности роговицы вследствие деформации перемещаются вертикально, амплитуда убывает в виде быстро затухающей волны практически вдоль радиуса. Практически одновременно, глаз как целое тело поступательно перемещается вдоль оптической оси и одновременно совершает вращательные микродвижения вокруг центра масс глаза (прецессия и нутация). Собственное вращение глаза, вокруг оптической оси, экспериментально не наблюдается. Исследования выявляют микровибрации оболочки глаза вследствие кровообращения в микрососудах глаза. Это позволяет выделять максимальное давление в фазе систолы и минимальное в фазе диастолы и среднее за сердечный цикл [4; 8].

Передняя камера глаза, ограничена спереди роговицей, а задняя часть (мембрана) образуется совокупностью хрусталика, цилиарных мышц и заполнена жидкостью, создающей внутриглазное давление (ИОД). Задняя камера глаза ограничена склерой, а дно выстлано сетчатой и сосудистой оболочкой. Следовательно, глаз имеет сложную структуру, сочетающую материалы с разной реологией.

Вовремя пневмотонометрических испытаний импульс объема воздуха движется вдоль оптической оси взаимодействуя с роговицей. Будем считать роговицу мягкой оболочкой, следовательно, предполагается, что ее материал имеет нулевую сдвиговую жесткость. Подобные материалы слабо сопротивляются сжатию, но хорошо сопротивляются растяжению, т. е. это двухмодульная модель [5; 7].

**Основная часть.** Воздух перемещается по трубке пневмотонометра имея ламинарный характер, который характеризуется параболическим профилем [2].

В первом приближении можно заменить профиль параболического импульса воздуха прямолинейным импульсом с некоторой средней высотой  $H = \langle V \rangle$

$$H = \frac{1}{v_{\text{цим}}} \int_{-r}^r V(y) dy \quad (1)$$

Рассмотрим взаимодействие импульса воздуха с роговицей на основе решения классической задачи применяя теоремы Эйлера [2]. В этом случае роговица представляет собой плоскость, жесткость которой с одной стороны определяется только внутри-

глазным давлением, а с другой стороны на эту плоскую мембрану действует импульс воздуха.

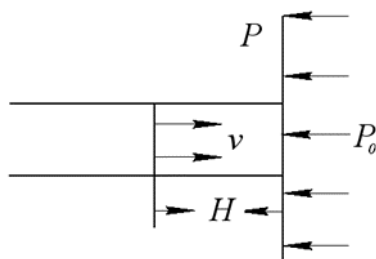


Рис. 1. Схема взаимодействия воздуха со стенкой–мембраной

Согласно теореме Эйлера, давление  $P$  на роговицу глаза (стенку) вычисляется по формуле [11]

$$P = S \frac{\rho}{g} V^2. \quad (2)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения импульса ( $S = \pi r^2$ ),  $\rho$  – плотность воздуха в струе,  $V$  – средняя скорость падения импульса на роговицу.

Рассмотрим состояние глаза, изменяемое под действием импульса воздуха с точки зрения термодинамики. Полагаем, что та часть глаза, которая подвергается воздействию внешней среды за счет связи с остальной частью глаза и организма является открытой системой и происходящие в ней процессы обратимые. Глаз достаточно быстро после выведения его из устойчивого состояния возвращается в него, без возникновения колебательных переходных движений и температурных флуктуаций.

Рассмотрим и опишем фазы, которые можно условно выделять в данном процессе. В первой фазе под действием давления  $P$  роговица деформируется, достигает состояния апланации. Так как мембрана не оказывает сопротивления изгибу, то противодействует внешнему давлению  $P$  только внутриглазное давление  $P_0$ . Если при этом внутренний объем передней камеры глаза уменьшается, то должно возрасти  $P_0$ . Это сжатие идет без изменения температуры, т. е. изотермически и внутренняя энергия изменяется за счет механической энергии сжатия, переноса массы. Запишем первый закон термодинамики

$$U_2 - U_1 = A_1 + Z_1. \quad (3)$$

где  $A$  – механическая работа сжатия,  $Z$  – энергия переноса массы.

Экспериментальные данные отсутствуют, свидетельствующие об изменении химического состава глаза под действием давления  $P$  поэтому в формулу (3) не входят соответствующие члены.

Вторая фаза начинается с деформации мембраны от квази–плоского состояния до предельного вогнутого.

Так как мембрана оказывает сопротивление растяжению, то в вогнутом состоянии в ней появляется напряжение  $\tau$ . Прогиб  $W$  увеличивается до некоторого значения  $W_{\text{пред}}$ , которому соответствует растягивающее предельное напряжение  $\tau_{\text{пред}}$ . Первый закон термодинамики имеет вид

$$U_3 - U_2 = A_{II} + Z_{II}. \quad (4)$$

Работа совершается в третьей фазе, а первый закон термодинамики имеет вид

$$U_4 - U_3 = A_{III} + Z_{III} \quad (5)$$

где  $A_{III}$  – работа,  $Z_{III}$  – перенос массы.

В третьей фазе помимо работы и переноса массы поступательного движения глазного яблока, имеет место быть вращательное движение глаза, о чем свидетельствуют экспериментальные данные [2; 3; 10]. Это происходит, когда ось цилиндра воздушного импульса не совпадает с оптической осью глаза.

В четвертой фазе устанавливается состояние равновесия, когда силы сопротивления деформирования и движения глаза достигают предельных значений, воздушный импульс исчерпал свою энергию.

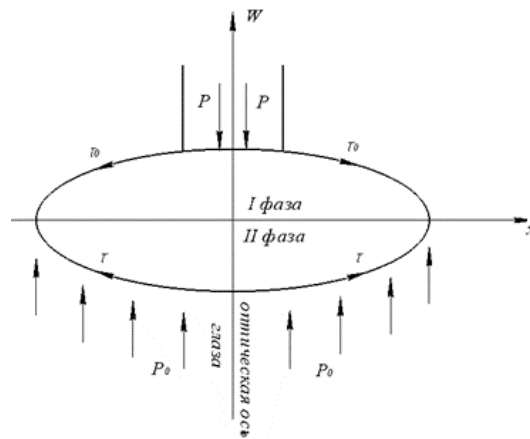


Рис. 2. Схема деформирования сечения мембраны (роговицы) в I и II фазах

Внутренняя энергия достигает максимума и под действием запасенной внутренней энергии упругого деформирования растяжения мембраны (роговицы), мышц глаза, напряженных при поступательно-вращательном движении глаза, начинается возвращение состояния глаза в свое исходное состояние. Глазное яблоко возвращается в исходное состояние в соответствии с первым законом

$$U_3 - U_4 = A_{IV} + Z_{IV} \quad (6)$$

В пятой фазе роговица под действием сил напряжений растяжения и внутриглазного давления переходит в состояние апланации

$$U_2 - U_3 = A_V + Z_V \quad (7)$$

В шестой стадии под действием внутриглазного давления происходит возвращение роговицы в исходное состояние. Возможно, в этой стадии в мембране возникают растягивающие напряжения, что увеличивает жесткость мембраны и может служить для диагностики внутриглазного давления

$$U_1 - U_2 = A_{VI} + Z_{VI} \quad (8)$$

Таким образом, делаем вывод, что, если рассматривать процесс с точки зрения термодинамики, он обратимый, циклический, что подтверждает суммирование всех соотношений (3–10). Левая часть обращается в ноль, правая тоже, потому что работа по-

тенциальных сил на замкнутом пути равна нулю, а энергия переноса вещества без изменения состава также равна нулю [2; 3].

Затем применим второй закон термодинамики к пневмотонометрическим испытаниям глаза.

Обозначим начальное термически равновесное состояние глаза до воздействия воздушного импульса  $A_0$ , другое термодинамическое равновесное состояние, в которое глаз переходит под воздействием воздушного импульса через  $A$ . Энтропия, характеризующая направление течения процессов в системе при переходе из состояния  $A_0$  в состояние  $A$  [7]

$$S(A) = \int_{A_0}^A \frac{dQ}{T}. \quad (9)$$

где интегрирование проводится вдоль любого квазистатического процесса связывающего состояния  $A$  и  $A_0$ .  $dQ$  – количество тепла, поглощаемое системой при температуре  $T$  за бесконечно малую часть всего процесса.

В дифференциальной форме

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (10)$$

Используя первый закон термодинамики в форме

$$dQ = dU - dA - dZ. \quad (11)$$

получим из (11)

$$\bar{d}S = \frac{1}{T} \left( \bar{d}U - \bar{d}A - \bar{d}Z \right). \quad (12)$$

Знак « $\bar{\leftarrow}$ » над дифференциалом обозначает, что дифференциал функции не является полным. В нашем случае силы потенциальные и поэтому дифференциалы полные.

Предположение что, процессы, которые рассматриваются как квазистатические оправдано потому что они изотермические без переноса тепла, скорость которого значительно меньше скоростей механических процессов.

Уравнение Гиббса объединяет первый и второй законы термодинамики [10]

$$dU = TdS - pdV + \sum_i X_i dx_i. \quad (13)$$

В (13) не учитываются члены, связанные с химическими превращениями, которые экспериментально не наблюдаются [2; 3]. Последний член характеризует работу обобщенных сил.

Запишем первый и второй законы термодинамики в виде

$$\int_{A_1}^{A_2} \sum dQ = \Delta U - A - Z, \quad \Delta U = U(A_2) - U(A_1). \quad (14)$$

$$\int_{A_1}^{A_2} \sum dQ = \Delta U - A - Z, \quad \Delta U = U(A_2) - U(A_1). \quad (15)$$

Процесс перехода между состояниями  $A_1$  и  $A_2$  может быть реализован только при выполнении неравенства (15). Таким образом, при сделанных предположениях неравенство (15) представляет собой условие возможности изменения состояния. Для циклического процесса  $\Delta S = 0$ , откуда следует, что если энтропию  $S$  рассмотреть как меру неопределенности, то глаз должен возвращаться в исходное состояние без каких-либо изменений в его начальном состоянии. В этом случае информация  $Y = -S$  также остается неизменной и, таким образом, информация, полученная из пневмотонометрических испытаний имеет достоверное значение для диагностики ИОР.

**Выводы.** Мягкая оболочка в ненагруженном состоянии не имеет собственной формы. Под действием внутреннего давления она принимает форму, соответствующую среднему объему. В этом случае в материале оболочки возникают растягивающие напряжения, образующие вместе с внутренней средой самоуравновешенную систему, в которой формообразующая оболочка растянута, а внутренняя среда (жидкость, гель) сжаты. При любых внешних воздействиях и нагрузках возникают, вследствие избыточного давления, только растягивающие напряжения. Следовательно, внутреннее давление придает мембране необходимую конструктивную эффективную жесткость. Рассмотренные законы термодинамике применительно к нашей задаче, позволяют делать вывод, что процесс тонометрии обратимый, циклический, что подтверждает суммирование всех соотношений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Maiseeva I. N. Estimation of the elastic characteristics of the eyeball from the response of the emulated eye to the introduction of given volumes of liquid / I. N. Maiseeva, A. A. Sdlin, G. A. Lyubimov // Russian Journal of Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University, 24, № 4, 351–366 P.
2. Kopinski R. Automatic method of analysis and measurement of additional parameters of corneal deformation in the Corvis tonometer. BioMedical Engineering Online 2014, 13:150, – P. 1–15.
3. Kubo R. Thermodynamics, North – Holland, Publishing Company – Amsterdam, 1968, – 304 p.
4. Гундорова Р. А. Современная офтальмотравматология / Р. А. Гундорова, А. В. Степанов, Н. Ф. Курбанова – М., 2007.
5. Sródka W Effect of material properties of the eyeball coat on optical image stability / W. Sródka, B. W. Pierscionek // J. Biomedical Optics – 13(5).
6. Об энергозатратах глаза при чтении / С. М. Бауэр [и др.] // Сборник трудов конференции «Биомеханика глаза 2009». – М. : 2009 – С. 3–6.
7. Хусаинов Р. Р. Моделирование деформации глаза при изменении внутриглазного давления оптическим методом / Р. Р. Хусаинов, В. Р. Цибульский, В. Л. Якушев // Журнал вычислительной математики и математической физики – 2011. – т. 51, № 2, – С. 349–362
8. Kopinski R. Automatic method of analysis and measurement of additional parameters of corneal deformation in the Corvis tonometer. BioMedical Engineering Online 2014 – 13:150 – P. 1–15.
9. Биомеханика глаз при их вынужденных и собственных колебаниях [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.dissercat.com/content/biomekhanika-glaz-pri-ikh-vynuzhdennykh-i-sobstvennykh-kolebaniyakh#ixzz2CEC1zc9U>

10. Whitham F. R. S. Linear and nonlinear waves. A Wiley – Interscience Publication, New – York – London – Sydney – Toronto, 1974 – 622 p.
11. Полянин А. Д. Справочник. Линейные уравнения математической физики, – М. : Физматлит, 2001 – 575 с.
12. Седов Л. Н. Механика сплошной среды. – Т. 1, 2. – М., Наука – 1970.
13. Чигарев А. В. Моделирование биомеханики глаза при пневмотонометрических испытаниях методом суперпозиции движений и деформаций вязкоупругого тела. / А. В. Чигарев, М. О. Михнович // МЕХАНИКА МАШИН, МЕХАНИЗМОВ И МАТЕРИАЛОВ. – 2020. – № 1 – С. 82–94.
14. Asejczyk-Widlicka Sródka W. Influence of Intraocular Pressure on Geometrical Properties of a Linear Model of the Eyeball: Effect of Optical Self-adjustment / W. Asejczyk-Widlicka Sródka, H. Kasprzak, R. Iskander // Optic 115 – № 11 (2004) – P. 517–524.

*Поступила: 05.05.2023*