

УДК 535.327;535/012

## ЭФФЕКТ ПРОДОЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ АКТИВНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ МОНОКЛИННОГО КРИСТАЛЛА ИТТРИЕВОГО ОКСИОРТОСИЛИКАТА

Юмашев К. В., Герцова А.В., Мальяревич А.М.

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь*

**Аннотация.** Исследован эффект продольной деформации для активных лазерных элементов из моноклинного кристалла оксиортоосиликата иттрия различной вырезки. Рассмотрена геометрия продольной накачки. Определены атермальные вырезки активных элементов из данного кристалла, при которых термическая линза является положительной и характеризуется низким астигматизмом.

**Ключевые слова:** активные лазерные элементы, моноклинный кристалл оксиортоосиликата иттрия, деформация.

## END-BULGING EFFECT FOR ACTIVE LASER ELEMENTS BASED ON A MONOCLINIC CRYSTAL OF YTTRIUM OXYORTHOSILICATE

Yumashev K.V., Hertsova A.V., Malyarevich A.M.

*Belarusian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus*

**Abstract.** End-bulging effect for monoclinic yttrium oxyorthosilicate crystal of different cutting is investigated. The geometry of longitudinal pumping is considered. The athermal directions for active elements from yttrium oxyorthosilicate crystal, at which thermal lens is positive and characterized by low astigmatism, are determined.

**Keywords:** active laser elements, monoclinic crystal of yttrium oxyorthosilicate, deformation.

*Адрес для переписки: Юмашев К.В., пр. Независимости, 65/17, г. Минск, 220113, Республика Беларусь  
e-mail: kyumashev@bntu.by*

Оксиортоосиликат иттрия  $Y_2SiO_5$  (YSO), активированный редкоземельными ионами ( $RE^{3+}$ ), такими как неодим, иттербий, эрбий, тулий [1] используется в качестве лазерных кристаллов для генерации непрерывного и импульсного (в том числе фемтосекундного) излучения. Трехвалентные ионы редких земель в кристалле YSO характеризуются большим штарковским расщеплением основного состояния ( $472\text{ см}^{-1}$  для ионов неодима,  $985\text{ см}^{-1}$  для ионов иттербия,  $1000\text{ см}^{-1}$  для ионов тулия), которое выше, чем в других лазерных кристаллах, легированных ионами  $RE^{3+}$ . Это приводит к тому, что термическая населенность верхнего лазерного уровня становится низкой, и лазеры на кристаллах  $RE^{3+}:YSO$  приближаются к лазерам, работающим по четырехуровневой схеме. В результате порог генерации существенно снижается, а сечение вынужденного излучения имеет широкую полосу, что особенно важно для получения широкого диапазона перестройки длины волны генерации, а также сверхкоротких импульсов фемтосекундной длительности.

Под действием оптической накачки в лазерном активном элементе происходит выделение тепла, что приводит к его неоднородному нагреву. Это приводит к изменению показателя преломления в поперечном сечении активного элемента, в результате чего лазерный кристалл по отношению к проходящему через него свету становится линзоподобным. Говорят, что в лазерном активном элементе возникает термическая линза (ТЛ). Следствием возникновения ТЛ является па-

дение выходной мощности лазера, ухудшение качества его пучка и деполяризация излучения. ТЛ моноклинных кристаллов, к которым относится YSO, проявляют сильную анизотропию, зависящую от вырезки кристалла (направления распространения в нем излучения) и поляризации света. В связи с этим в кристалле существует так называемые атермальные направления (AD).

В настоящей работе, представлено исследование продольной деформации (краевых эффектов) для активных лазерных элементов из моноклинного кристалла YSO различной вырезки при продольной накачке, основанное на решении задачи термических напряжений и деформаций с учетом анизотропии оптических, тепловых и упругих свойств кристалла, и определение на этой основе атермальных вырезок кристалла.

Кристалл YSO относится к моноклинной сингонии, пространственной группе симметрии  $C2/c$ , и является анизотропным оптически двуосным кристаллом. Параметры элементарной ячейки  $a \neq b \neq c$ , углы  $a \wedge b = b \wedge c = 90^\circ$ ,  $a \wedge c = 122,2^\circ$  ( $a$ ,  $b$ , и  $c$  – кристаллографические оси). Свойства моноклинного кристалла описываются с помощью правой прямоугольной кристаллофизической системы координат  $\{x, y, z\}$ , в которой оси  $y$  и  $z$  параллельны соответственно осям  $b$ , и  $c$ , а ось  $x$  лежит в плоскости  $a-c$  (рисунок 1,  $a$ ). В свою очередь для описания оптических свойств моноклинного кристалла используются ортогональные оси оптической индикатрисы  $N_p$ ,  $N_m$  и  $N_g$ , при этом ось  $b$  параллельна оси  $N_p$ , а оси  $N_m$  и  $N_g$

находятся в плоскости  $a-c$  (рисунок 1,  $a$ ). Острый угол между направлениями осей  $z = c$  и  $N_g$  составляет  $11,35^\circ$ , а между направлениями осей  $a$  и  $N_m$  равен  $20,85^\circ$  (рисунок 1,  $a$ ).

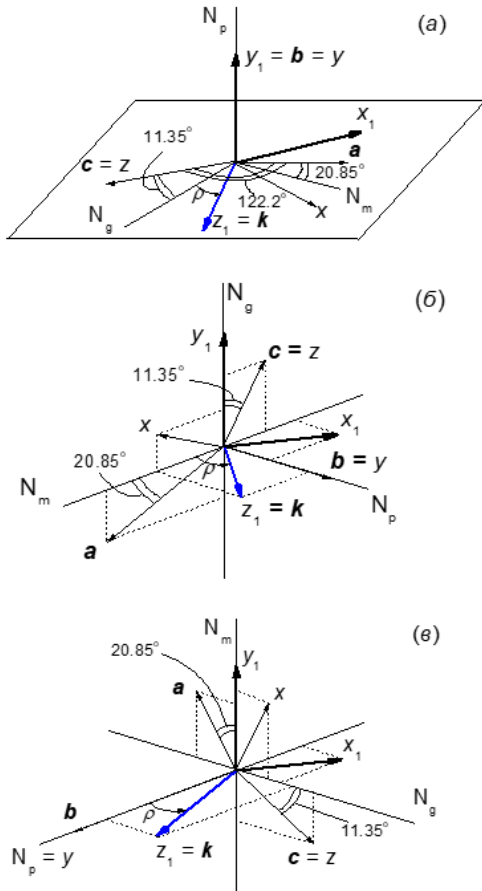


Рисунок 1 – Взаимная ориентация кристаллографических  $a, b, c$  и кристаллофизических осей  $x, y, z$ , осей оптической индикатрисы  $N_p, N_m, N_g$  и осей  $x_1, y_1, z_1$  рабочей системы координат для моноклинного кристалла YSO трех типов вырезки,  $k$  – направление распространения света

В настоящей работе рассматриваются три типа вырезки кристалла, при которых направление распространения света  $k$  находится в плоскостях  $N_m-N_g$  (рисунок 1,  $a$ ),  $N_p-N_m$  (рисунок 1,  $b$ ) и  $N_p-N_g$  (рисунок 1,  $c$ ) и характеризуется различным углом  $\rho$ , направление отсчета которого и ось, от которого от отсчитывается, показаны на рисунке 1 ( $a$ ) ( $\rho_{gm}$ -вырезка кристалла), рисунок 1 ( $b$ ) ( $\rho_{mr}$ -вырезка) и рисунок 1 ( $c$ ) ( $\rho_{pg}$ -вырезка). Рассматривается свет с длиной волны  $546,1$  нм, имеющий поляризацию для  $\rho_{gm}$ -вырезки  $E//N_p$ , для  $\rho_{mr}$ -вырезки –  $E//N_g$ , для  $\rho_{pg}$ -вырезки –  $E//N_m$ . Расчеты выполняются в рабочей прямоугольной правой системе координат  $\{x_1, y_1, z_1\}$  (рисунок 1), в которой ось  $z_1$  совпадает с направлением распространения света для всех вырезок кристалла, а выбор осей  $x_1, y_1$  произволен.

Активный лазерный элемент имеет форму диска с радиусом  $r_0$ , который значительно меньше

его толщины  $L_0$ , лазерное излучение распространяется вдоль оси этого диска (рисунок 2). Рассматривается продольная накачка, для которой распределение температуры в плоскости диска можно считать параболическим:  $T(x_1, y_1) = T(0) - \Delta T \frac{x_1^2 + y_1^2}{r_0^2}$ , где  $\Delta T$  – разность температур в центре  $T(0)$  и на границе  $T(r_0)$  диска. Вследствие круговой симметрии активного элемента результаты расчетов анализируются в цилиндрической системе координат  $\{r, \theta, z_1\}$ ,  $r^2 = x_1^2 + y_1^2$  (рисунок 2).

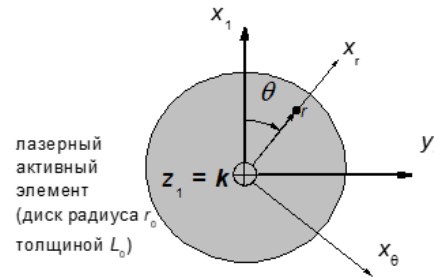


Рисунок 2 – Взаимная ориентация осей рабочей  $\{x_1, y_1, z_1\}$  и цилиндрической  $\{r, \theta, z_1\}$  систем координат для лазерного активного элемента в форме диска

Оптическая сила ТЛ в активном элементе с учетом вклада двух эффектов – зависимости показателя преломления материала активного элемента от температуры (описываемого температурным коэффициентом показателя преломления  $dn/dT$ ) и продольной деформации активного элемента – определяется формулой

$$D = \frac{2L_0\Delta T}{r_0^2} \left[ \frac{dn}{dT} - \frac{(n-1)r_0^2}{2\Delta T} \frac{d^2\varepsilon_{z_1}(r)}{dr^2} \right],$$

где  $\varepsilon_{z_1}(r)$  – компонента деформаций, описывающая растяжения вдоль оси  $z_1$ , Величина

$$\Delta = \left[ \frac{dn}{dT} - \frac{(n-1)r_0^2}{2\Delta T} \frac{d^2\varepsilon_{z_1}(r)}{dr^2} \right],$$

которая определяется только параметрами материала активного элемента, называется «обобщенным» термо-оптическим коэффициентом. В этом выражении член

$$\Delta_{EB} = - \frac{(n-1)r_0^2}{2\Delta T} \frac{d^2\varepsilon_{z_1}(r)}{dr^2}$$

определяет вклад в ТЛ эффекта продольной деформации активного элемента, связанной с термическими напряжениями и с чистым тепловым растяжением. Вклад в оптическую силу ТЛ еще одного эффекта – фотоупругого – рассматриваться не будет, поскольку для этого необходимо знание полного набора упруго-оптических постоянных, информация о которых в настоящее время отсутствует, а учет двух остальных эффектов позволяет сделать вывод о знаке ТЛ, что особенно важно при проектировании лазеров в микрочип конфигурации.

Компонента деформаций  $\varepsilon_{z_1}$  находится с помощью обобщенного закона Гука, которое в матричной форме записывается как  $\varepsilon_i = S'_{ij}\sigma_j + \alpha'_i T(x_1, y_1)$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ). Здесь  $\varepsilon_i, \sigma'_j, \alpha'_i$  и  $S'_{ij}$  – соответственно коэффициенты деформации,

напряжения, теплового расширения и упругой податливости в рабочей системе координат  $\{x_1, y_1, z_1\}$  в матричных обозначениях. В соответствии с геометрией активного элемента рассматриваются средние по толщине диска компоненты напряжения и деформации, при этом величиной нормальной компоненты напряжения  $\sigma_3 = \sigma_{z_1}$  пренебрегается по сравнению с другими составляющими напряжения. В [2] были получены коэффициенты напряжения для анизотропного кристалла произвольной сингонии, представляющего собой круговой цилиндр. Используя эти решения, можно получить выражения для коэффициентов напряжения в рассматриваемой задаче:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_{x_1} &= \frac{\Delta T}{r_0^2} A(\rho)(x_1^2 + 3y_1^2 - r_0^2); & \sigma_3 = \sigma_{z_1} &= 0; \\ \sigma_2 = \sigma_{y_1} &= \frac{\Delta T}{r_0^2} A(\rho)(3x_1^2 + y_1^2 - r_0^2); & \sigma_6 = \sigma_{x_1 y_1} &= -\frac{\Delta T}{r_0^2} A(\rho)x_1 y_1; \\ \sigma_4 = \sigma_{y_1 z_1} &= \frac{\Delta T}{r_0^2} [B(\rho)(3x_1^2 + y_1^2 - r_0^2) - 2C(\rho)x_1 y_1]; \\ \sigma_5 = \sigma_{x_1 z_1} &= \frac{\Delta T}{r_0^2} [C(\rho)(x_1^2 + 3y_1^2 - r_0^2) - 2B(\rho)x_1 y_1], \end{aligned}$$

где коэффициенты  $A(\rho)$ ,  $B(\rho)$  и  $C(\rho)$  определяются коэффициентами упругой податливости  $S'_{ij}$  и теплового расширения  $\alpha'_i$  и определяются выражениями:

$$\begin{aligned} A(\rho) &= \frac{(\alpha'_1 + \alpha'_2)(s_2 s_3 - s_1^2) + 2\alpha'_4(s_1 s_4 - s_3 s_5) + 2\alpha'_5(s_1 s_5 - s_2 s_4)}{s_6(s_2 s_3 - s_1^2) + s_5(s_1 s_4 - s_3 s_5) + s_4(s_1 s_5 - s_2 s_4)}; \\ B(\rho) &= \frac{A(\rho)(s_1 s_4 - s_3 s_5) + 2(s_3 \alpha'_4 - s_1 \alpha'_5)}{s_2 s_3 - s_1^2}; \\ C(\rho) &= \frac{A(\rho)(s_1 s_5 - s_2 s_4) - 2(s_1 \alpha'_4 - s_2 \alpha'_5)}{s_2 s_3 - s_1^2}; \\ s_1 &= 2S'_{45}; & s_2 &= 3S'_{44} + S'_{55}; & s_3 &= S'_{44} + 3S'_{55}; \\ s_4 &= 3S'_{15} + S'_{25} + S'_{46}; & s_5 &= 3S'_{14} + 3S'_{24} + S'_{56}; \\ s_6 &= 3S'_{11} + 3S'_{22} + 2S'_{12} + S'_{66}; \\ \alpha'_1 &= \alpha'_{x_1}; & \alpha'_2 &= \alpha'_{y_1}; & \alpha'_3 &= \alpha'_{z_1}; \\ \alpha'_4 &= \alpha'_{y_1 z_1}; & \alpha'_5 &= \alpha'_{x_1 z_1}. \end{aligned}$$

Компонента деформаций  $\varepsilon_{z_1}$  в соответствии с записанным выше обобщенным законом Гука в матричной форме представляет собой компоненту  $\varepsilon_3$  и определяется формулой:

$$\varepsilon_{z_1} = \varepsilon_3 = S'_{13} \sigma_1 + S'_{23} \sigma_2 + S'_{34} \sigma_4 + S'_{35} \sigma_5 + S'_{36} \sigma_6 + \alpha_{z_1} T(x_1, y_1),$$

и в цилиндрической системе координат  $\{r, \theta, z_1\}$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{z_1} = \text{const} &+ \frac{\Delta T r^2}{r_0^2} \{A(\rho)(S'_{13} + S'_{23}) + B(\rho)S'_{34} + C(\rho)S'_{35} + \\ &+ 2[A(\rho)S'_{13} + C(\rho)S'_{35}] \sin^2 \theta + 2[A(\rho)S'_{23} + B(\rho)S'_{34}] \cos^2 \theta - \\ &- 2[C(\rho)S'_{34} + B(\rho)S'_{35} + A(\rho)S'_{36}] \sin \theta \cos \theta - \alpha'_{z_1}\}. \end{aligned}$$

Для расчетов используются матрицы коэффициентов теплового расширения  $\alpha$  и упругой податливости  $S = C^{-1}$  (определенные по матрице упругой жесткости  $C$  [3; 4]), приведенные в кристаллографической системе координат (поскольку данные для коэффициентов матрицы  $C$  в [3] и [4] несколько различаются, то используются их средние значения):

$$\alpha = \begin{pmatrix} 3,1 & 0 & 4,28 \\ 0 & 7,38 & 0 \\ 4,28 & 0 & 9,5 \end{pmatrix} [10^{-6} \text{ K}^{-1}].$$

$$S = \begin{pmatrix} 5,94 & -1,89 & -2,14 & 0 & -1,47 & 0 \\ -1,89 & 5,87 & -0,52 & 0 & 0,89 & 0 \\ -2,14 & -0,52 & 7,19 & 0 & 1,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 19,5 & 0 & -2,96 \\ -1,47 & 0,89 & 1,57 & 0 & 17,9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2,96 & 0 & 15,6 \end{pmatrix} [10^{-12} \text{ Па}^{-1}].$$

Преобразование матриц  $\alpha$  и  $S$  в рабочую систему координат  $\{x_1, y_1, z_1\}$  осуществляется с помощью матричного произведения:  $\alpha' = U\alpha U^T$  и  $S' = QSQ^T$ , индекс « $T$ » означает транспонированную матрицу.  $U$  – матрица «направляющих косинусов» для перехода от системы координат  $\{x, y, z\}$  к системе координат  $\{x_1, y_1, z_1\}$  (рисунок 1):

$$U = \begin{pmatrix} \cos(\rho + 11,35^\circ) & 0 & -\sin(\rho + 11,35^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\rho + 11,35^\circ) & 0 & \cos(\rho + 11,35^\circ) \end{pmatrix}$$

для  $\rho_{gm}$ -вырезки,

$$U = \begin{pmatrix} -\sin \rho \cos 11,35^\circ & \cos \rho & \sin \rho \sin 11,35^\circ \\ \sin 11,35^\circ & 0 & \cos 11,35^\circ \\ \cos \rho \cos 11,35^\circ & \sin \rho & -\cos \rho \sin 11,35^\circ \end{pmatrix}$$

для  $\rho_{mp}$ -вырезки,

$$U = \begin{pmatrix} \cos \rho \sin 11,35^\circ & -\sin \rho & \cos \rho \cos 11,35^\circ \\ \cos 11,35^\circ & 0 & -\sin 11,35^\circ \\ \sin \rho \sin 11,35^\circ & \cos \rho & \sin \rho \cos 11,35^\circ \end{pmatrix}$$

для  $\rho_{pg}$ -вырезки.

$Q$  – матрица трансформации [размером (6×6)], ее коэффициенты определяются соответствующими комбинациями коэффициентов матрицы  $U$ , выражения для которых представлены в [5]. Использовались литературные данные по показателям преломления и их температурным коэффициентам кристалла YSO:  $n_p = 1,7905$ ,  $n_m = 1,7935$ ,  $n_g = 1,8148$ ,  $dn_p/dT = 9,05 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $dn_m/dT = 5,70 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $dn_g/dT = 6,73 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

Компонента деформаций  $\varepsilon_{z_1}$  зависит от угла  $\theta$ , то «обобщенный» термо-оптический коэффициент  $\Delta$  также является  $\theta$ -зависимым. Вследствие этого оптическая сила ТЛ для световых лучей, распространяющихся в разных меридиональных плоскостях (определяемых направлением распространения света  $k$  и некоторой ортогональной ему плоскостью), будет различной, то есть ТЛ будет астигматической. Существуют две взаимно ортогональные меридиональные плоскости (главные), для которых оптическая сила ТЛ максимальна (плоскость А) и минимальна (плоскость В). Поскольку оптическая сила ТЛ  $D$  пропорциональна коэффициенту  $\Delta$ , то количественно астигматизм ТЛ будем описывать степенью астигматизма  $S_\Delta = (\Delta_A - \Delta_B)$ , то есть разностью между коэффициентами  $\Delta$  для меридиональных плоскостей А ( $\Delta_A$ ) и В ( $\Delta_B$ ).

На рисунок 3 приведены «обобщенные» термо-оптические коэффициенты  $\Delta_A$  и  $\Delta_B$  для

главных меридиональных плоскостей ТЛ и степень астигматизма  $S_{\Delta}$  ТЛ для различных вырезов кристалла YSO, определяемых углом  $\rho$ .

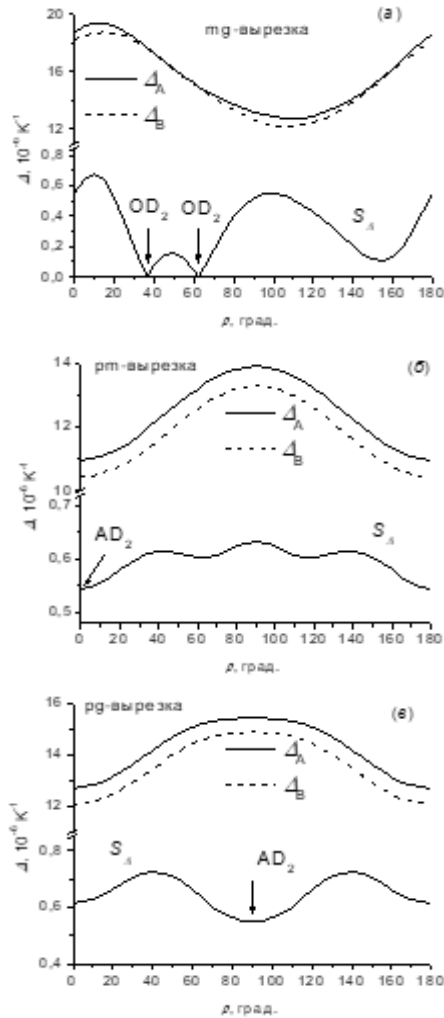


Рисунок 3 – «Обобщенные» термооптические коэффициенты  $\Delta_A$  и  $\Delta_B$  для главных меридиональных плоскостей ТЛ и степень астигматизма  $S_{\Delta} = (\Delta_A - \Delta_B)$  ТЛ для (а)  $\rho_{gm}$ -, (б)  $\rho_{mt}$ - и (в)  $\rho_{pg}$ -вырезов кристалла YSO

Строгое определение атермальности направления распространения света требует выполнения условия  $\Delta_A = \Delta_B = 0$ , которое практически невозможно реализовать. Поэтому для лазерных активных элементов под атермальным направлением (AD) понимается такая его ориентация, при которой ТЛ является слабой, положительной и близкую к сферической, то есть, когда  $\Delta_A, \Delta_B > 0$ ;  $\Delta_A, \Delta_B \rightarrow 0$  и  $S_{\Delta} \rightarrow 0$ . Для некоторых лазерных наиболее критичным является выполнения условия положительной ТЛ и низкого его астигматизма, поэтому можно рассматривать два типа AD: когда выполняются все указанные выше условия (тип

AD<sub>1</sub>), и когда выполняются условия  $\Delta_A, \Delta_B > 0$  и  $S_{\Delta} \rightarrow 0$  (тип AD<sub>2</sub>).

Атермальных направлений AD<sub>1</sub> в кристалле YSO не существуют, поскольку для него коэффициент  $dn/dT$  положительный для всех поляризаций света и не может компенсировать положительный вклад в ТЛ эффекта продольной деформации активного элемента. Степень астигматизма  $S_{\Delta}$  для всех  $\rho$ -вырезов кристалла изменяется не монотонно с ростом угла  $\rho$  (рисунок 3), что обусловлено анизотропией упругих констант и теплового расширения. Для  $\rho_{pg}$ -вырезки степень астигматизма минимальна для угла  $\rho = 90^\circ$ , то есть для  $N_g$ -вырезки, а коэффициенты  $\Delta_A$  и  $\Delta_B$  положительны, что соответствует атермальному направлению AD<sub>2</sub> (рисунок 3, в). Степень астигматизма наименьшая для  $\rho_{mt}$ -вырезки при угле  $\rho = 0^\circ$  (и  $180^\circ$ ) (то есть для  $N_m$ -вырезки) при  $\Delta_A, \Delta_B > 0$ , что можно отнести к атермальному направлению AD<sub>2</sub> (рисунок 3, б). В случае  $\rho_{gm}$ -вырезки при положительных коэффициентах  $\Delta_A$  и  $\Delta_B$  степень астигматизма для углов  $\rho = 36,6^\circ$  и  $62,0^\circ$  равна нулю, и эти направления можно считать атермальными типа AD<sub>2</sub> (рисунок 3, а). Следует отметить, что вклад в оптическую силу ТЛ эффекта продольной деформации активного элемента сравним по величине со вкладом эффекта зависимости показателя преломления материала активного элемента от температуры.

Таким образом, угловая зависимость для кристалла YSO коэффициента  $\Delta_{EB}$ , представляющего собой вклад в оптическую силу ТЛ эффекта продольной деформации активного элемента, приводит к тому, что данный эффект вносит свой вклад в астигматизм ТЛ. Причиной этого является анизотропия термической деформации активного элемента в направлении распространения в нем света.

### Литература

1. Efficient laser action of Yb:LSO and Yb:YSO ox-yorthosilicates crystals under high-power diode-pumping / M. Jacquemet [et al.] // Appl. Phys. B. – 2005. – Vol. 80. – P. 171–176.
2. Sirotin, Y.I. Temperature stresses, emergent during heating and cooling of single crystals / Y.I. Sirotin // Crystallogr. Rep. – 1956. – Vol. 1. – P. 708–717.
3. Theoretical Predictions on Elastic Stiffness and Intrinsic Thermal Conductivities of Yttrium Silicates / Y. Luo [et al.] // J. Am. Ceram. Soc. – 2014. – Vol. 97 (3). – P. 945–951.
4. First-principle investigation of doping effects on mechanical and thermodynamic properties of Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> / A. Mirzai [et al.]. – 2013. – Vol. 154. – P. 103739–103739-10.
5. Yumashev, K. Thermal stress and end-bulging in monoclinic crystals: The case study of double tungstates / K. Yumashev, P. Loiko // Appl. Opt. – 2017. – Vol. 56, № 13. – P. 3857–3866.