УДК 620.18:537.62:534.22

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКОЙ ФИНИШНОЙ ОБРАБОТКИ ПРЕЦИЗИОННЫХ ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Степаненко Д.А., Еромин Е.С.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Рассмотрена методика управления режимами магнитно-абразивной обработки прецизионных плоских поверхностей, обеспечивающая равномерность съема припуска с обрабатываемой поверхности. Зависимость съема припуска от режимов обработки рассчитывается на основе модели Престона, применяемой для описания процессов финишной абразивной обработки. Режимы обработки, обеспечивающие заданный закон съема припуска, рассчитываются путем решения обратной задачи. Так как данная задача является плохо обусловленной, то она решается с использованием регуляризации по Тихонову, позволяющей получить более гладкие решения, более простые для технической реализации.

Ключевые слова: магнитно-абразивная обработка, детерминистическая обработка, обратные задачи, плохо-обусловленные задачи, регуляризация.

INVERSE PROBLEMS OF DETERMINISTIC FINISHING OF PRECISION PLANAR SURFACES

Stepanenko D.A., Eromin E.S.

Belarusian national technical university
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. The article considers methodology for controlling machining parameters of magnetic-abrasive finishing of precision planar surfaces providing uniform material removal from the machined surface. Dependence between material removal and machining parameters is derived from Preston's model usually used for description of abrasive finishing processes. Machining parameters necessary for realization of the prescribed law of material removal are calculated from solution of inverse problem. Since this problem is ill-posed, it is solved using Tikhonov′s regularization providing more smooth solutions with simpler engineering implementation.

Key words: magnetic-abrasive finishing, deterministic machining, inverse problems, ill-posed problems, regularization.

Адрес для переписки: Степаненко Д.А., пр. Независимости, 65, г. Минск, 220113, Республика Беларусь
e-mail: dstepanenko@bntu.by

При финишной обработке прецизионных плоских поверхностей важны как качество обработанной поверхности (шероховатость и глубина дефектного слоя), так и отклонения ее формы. Например, для сверхплоских кремниевых подложек параметр TTV (отклонение толщины по пластине) не должен превышать 1 мкм при диаметре пластины 150 мм. Минимизация погрешностей формы, возникших на предшествующих этапах обработки, возможна за счет контролируемого съема припуска в процессе финишной обработки, описываемого как «детерминистическая обработка». Задачи, возникающие при моделировании формообразования прецизионных поверхностей, можно разделить на прямые, состоящие в определении функции распределения съема припуска по поверхности при заданных режимах обработки, и обратные, состоящие в определении режимов обработки, обеспечивающих заданное распределение съема припуска. Таким образом, разработка алгоритма детерминистической обработки сводится к решению обратной задачи моделирования процесса формообразования. В данной работе рассматривается методика решения подобных задач на примере магнитно-абразивной финишной обработки (МАФО), являющейся перспективным методом обработки прецизионных плоских поверхностей.

В основу описания процесса МАФО положена модель Престона, согласно которой скорость съема припуска при полировании пропорциональна давлению p инструмента на обрабатываемую поверхность и скорости v движения точки поверхности относительно инструмента:

$$RR(\rho, \varphi, t) = k,\cdot$$

$$p(\rho, \varphi, \rho_c(t), \varphi_c(t))v(\rho, \varphi, \rho_c(t), \varphi_c(t)),$$

где k – коэффициент, зависящий от условий обработки.

Положение точек поверхности и оси инструмента описывается полярными координатами (ρ, φ) и (ρ_c, φ_c), т. к. рассматривается обработка осесимметричной заготовки радиусом R, совершающей вращательное движение с угловой скоростью Ω. Осесимметричный инструмент радиусом r (полюсный наконечник станка) предполагается совершающим радиальное поступательное движение относительно заготовки со скоростью v_r и вращательное движение с угловой скоростью ω.

Для получения уравнений обратной задачи рассматривается одномерная функция распределения съема припуска:

$$h_{1D}(\rho) = h(\rho, 0),$$

которая представляется в виде суммы пооборотных функций съема

$$h_{1D}(\rho) = \sum_{k=1}^{N+1} \int_{t(k)}^{t(k+1)} RR(\rho, 0, t)dt = \sum_{k=1}^{N+1} h_k(\rho),$$

где $(t(k), t(k+1))$ – интервал времени, соответствующий k-му обороту заготовки.

В случае детерминистической обработки параметры p и v изменяются контролируемым образом в зависимости от времени (числа оборотов заготовки), что может быть описано взвешенным суммированием пооборотных функций съема:

$$h_{1D}(\rho) = \sum_{k=1}^{N+1} w_k h_k(\rho),$$

где весовые коэффициенты w_k определяются законом изменения параметров обработки.

Это позволяет сформулировать обратную задачу в дискретной (матричной) форме

$$\{h\}w = h_{\text{opt}},$$

где h_{opt} – вектор оптимального распределения съема припуска (требуемая одномерная функция распределения съема, дискретизированная по радиальной координате ρ), w – вектор весовых коэффициентов (каждый элемент которого соответствует одному обороту заготовки), $\{h\}$ – матрица пооборотного съема припуска (каждый столбец которой представляет собой дискретизированную одномерную функцию съема для одного оборота заготовки).

Так как матрица $\{h\}$ в общем случае является прямоугольной, то для определения вектора w весовых коэффициентов требуется использование псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза:

$$\{h\}^{\dagger} = (\{h\}^T\{h\})^{-1}\{h\}^T,$$

$$w = \{h\}^{\dagger} h_{\text{opt}},$$

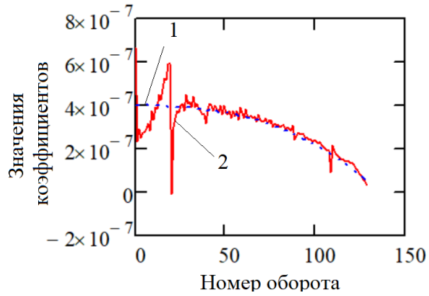
где индекс T обозначает транспонирование.

Матрица $\{h\}^T\{h\}$ является плохо обусловленной, в результате чего расчет решения обратной задачи с помощью матрицы Мура-Пенроуза дает достаточно точное (в смысле величины отклонения $\left\|\{h\}w - h_{\text{opt}}\right\|$, где $\|\cdot\|$ – евклидова норма) решение, однако распределение весовых коэффициентов w_k является недостаточно гладким, что затрудняет или делает невозможным соответствующее управление режимами обработки. Сглаживание решения и улучшение обусловленности задачи могут быть достигнуты регуляризацией по Тихонову, описываемой уравнением

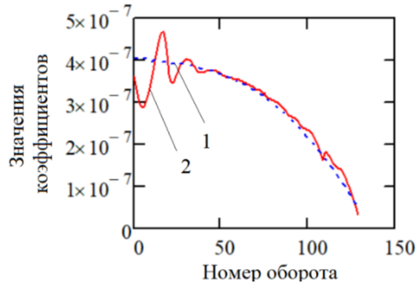
$$w = (\{h\}^T\{h\} + \lambda I)^{-1}\{h\}^T h_{\text{opt}},$$

где $\lambda > 0$ – параметр регуляризации, I – единичная матрица.

В качестве примера на рисунке 1 представлено распределение весовых коэффициентов, полученное путем решения нерегуляризованной (*а*) и регуляризованной (*б*) обратных задач.



а



б

Рисунок 1 – Расчетное распределение весовых коэффициентов: *1* – расчет по эмпирическим формулам [1], *2* – решение обратной задачи

Расчет проводился для трапецеидального оптимального распределения съема припуска с равномерным распределением съема в центральной части радиуса заготовки и линейным снижением на краях. Расчетное распределение съема припуска представлено на рисунке 2.

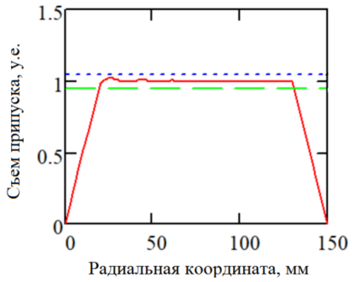


Рисунок 2 – Расчетное распределение съема припуска

Как видно, для равномерной части кривой отклонение величины съема от постоянного значения не превышает ±5 %. При расчете весовых коэффициентов по эмпирическим формулам [1] отклонение от равномерности более значительно.

Литература

1. Stepanenko, D.A. Modeling of spraying with time-dependent material feed rate / D.A. Stepanenko // Applied Mathematical Modelling. – 2007. – Vol. 31. – P. 2564–2576.