УДК 621.391.25

# МОДИФИКАЦИЯ ПРОЦЕДУРЫ МЕТОДА РУНГЕ-КУТТА 4-ГО ПОРЯДКА ДЛЯ АДАПТАЦИИ ШАГА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Райкова Ю.Д.
Научный руководитель – Напрасников В.В., к.т.н., доцент

В ходе решения дифференциальных уравнений посредством ЭВМ возникает вопрос выбора метода решения. Для одного из типов задач о решении дифференциальных уравнений – задачи Коши – часто применяются пошаговые методы.

Пошаговые методы можно классифицировать по ряду признаков. Рассмотрим два из них: постоянность шага и порядок точности метода. В отношении последнего одним из лучших считается метод Рунге-Кутта 4-го порядка точности. Реализация его с постоянным шагом в среде Mathcad представлена на рис. 1, где y0 – вектор начальных условий, t0 и t1 –

```
Rgk(y0,t0,t1,N,f) := | z<0> ← y0
                     | h ← (t1 − t0)/N
                     | x ← t0
                     | h2 ← h/2
                     | for i ∈ 0..(N − 1)
                     |    | rez[0,i] ← x
                     |    | s0 ← h·f(x, z<i>)
                     |    | s1 ← h·f(x + h2, z<i> + s0/2)
                     |    | s2 ← h·f(x + h2, z<i> + s1/2)
                     |    | s3 ← h·f(x + h, z<i> + s2)
                     |    | x ← x + h
                     |    | z<i+1> ← z<i> + (1/6)·(s0 + 2s1 + 2s2 + s3)
                     | for j ∈ 1..length(y0)
                     |   for i ∈ 0..(N − 1)
                     |     rez[j,i] ← z[j−1,i]
                     | rez^T
```

границы временного отрезка, N – число шагов, f – вектор уравнений.

Рис. 1. Реализация метода Рунге-Кутта 4-го порядка с постоянным шагом в среде Mathcad

Однако постоянность шага этой реализации является её недостатком. При большем шаге теряется точность вычислений, при меньшем – быстродействие. Поэтому задачей данной работы была разработка реализации метода Рунге-Кутта 4-го порядка с переменным шагом в среде Mathcad.

Для этого использовался метод Рунге оценки погрешности пошагового метода решения дифференциального уравнения. Он основан на предположении, что погрешность на каждом шаге данного размера неизменна и пропорциональна некоторой константе. Рабочая формула вычисления погрешности при удвоении шага для метода 4-го порядка следующая:

$$E_{2n}^{*} = \frac{|y_n^{*} - y_{2n}^{*}|}{15}$$

Функция, полученная посредством адаптации шага на основе предложения Рунге для оценки погрешности, представлена на рис. 2.

```
Rgkadapt(y0,t0,t1,N,f) := | z<0> ← y0
                          | h ← (t1 − t0)/N
                          | x ← t0
                          | i ← 0
                          | ee ← 0.01
                          | H_0 ← h
                          | while i ≤ N − 1
                          |   | rez_0,i ← x
                          |   | n_i ← i
                          |   | h2 ← h/2
                          |   | s0 ← h·f(x, z<i>)
                          |   | s1 ← h·f(x + h2, z<i> + s0/2)
                          |   | s2 ← h·f(x + h2, z<i> + s1/2)
                          |   | s3 ← h·f(x + h, z<i> + s2)
                          |   | s01 ← h·2·f(x, z<i>)
                          |   | s11 ← h·2f(x + h, z<i> + s01/2)
                          |   | s21 ← h·2f(x + h, z<i> + s11/2)
                          |   | s31 ← h·2·f(x + h·2, z<i> + s21)
                          |   | z<i+1> ← z<i> + 1/6·(s0 + 2s1 + 2s2 + s3)
                          |   | zz ← z<i> + 1/6·(s01 + 2s11 + 2s21 + s31)
                          |   | E ← |(z<i+1> − zz)/15|
                          |   | h1 ← h
                          |   | h ← h·2 if E < ee/2
                          |   | h ← h/2 if E > ee·2
                          |   | N ← i + (N − i)·h1/h
                          |   | x ← x + h
                          |   | i ← i + 1
                          |   | H_i ← h
                          | for j ∈ 1..length(y0)
                          |   for i ∈ 0..(N − 1)
                          |     rez_j,i ← z_j−1,i
                          | m ← length(y0) + 1
                          | for i ∈ 0..(N − 1)
                          |   | rez_m,i ← H_i
                          |   | rez_m+1,i ← n_i
                          | rez^T
```

Рис. 2. Реализация метода Рунге-Кутта 4-го порядка с переменным шагом в среде Mathcad

Для тестирования в целях наибольшей наглядности была выбрана следующая задача: найти перемещение и скорость перемещения груза массы M, соединённого с вертикальной стенкой пружиной жёсткостью K и демпфером с характеристикой C при приложении с противоположной стороны горизонтальной силы, описываемой функцией на рис. 3. с матрицей R начальных условий рис. 4., что даёт решение, аналогичное функции перемещения

$$x(t) = 3(t - 37.7)\cos(t - 37.7)$$

$$p(t) := 3 \cdot M \cdot [2 \cdot \cos(t - 37.7) - \sin(t - 37.7) \cdot (t - 37.7)] + 3 \cdot K \cdot (t - 37.7) \cdot \sin(t - 37.7) + 3 \cdot C \cdot [\sin(t - 37.7) + (t - 37.7) \cdot \cos(t -$$

Рис. 3. Функция прикладываемой к грузу силы

$$R := \begin{bmatrix} -3 \cdot 37.7 \cdot \sin(-37.7) \\ 3 \cdot (\sin(-37.7) - 37.7 \cdot \cos(-37.7)) \end{bmatrix}$$

Рис. 4. Матрица начальных значений перемещения и скорости перемещения груза

Как видно на рис. 5, на определённых интервалах шаг стабилизируется, однако заметно общее соответствие необходимости изменения шага, как показано на графиках найденных функций.

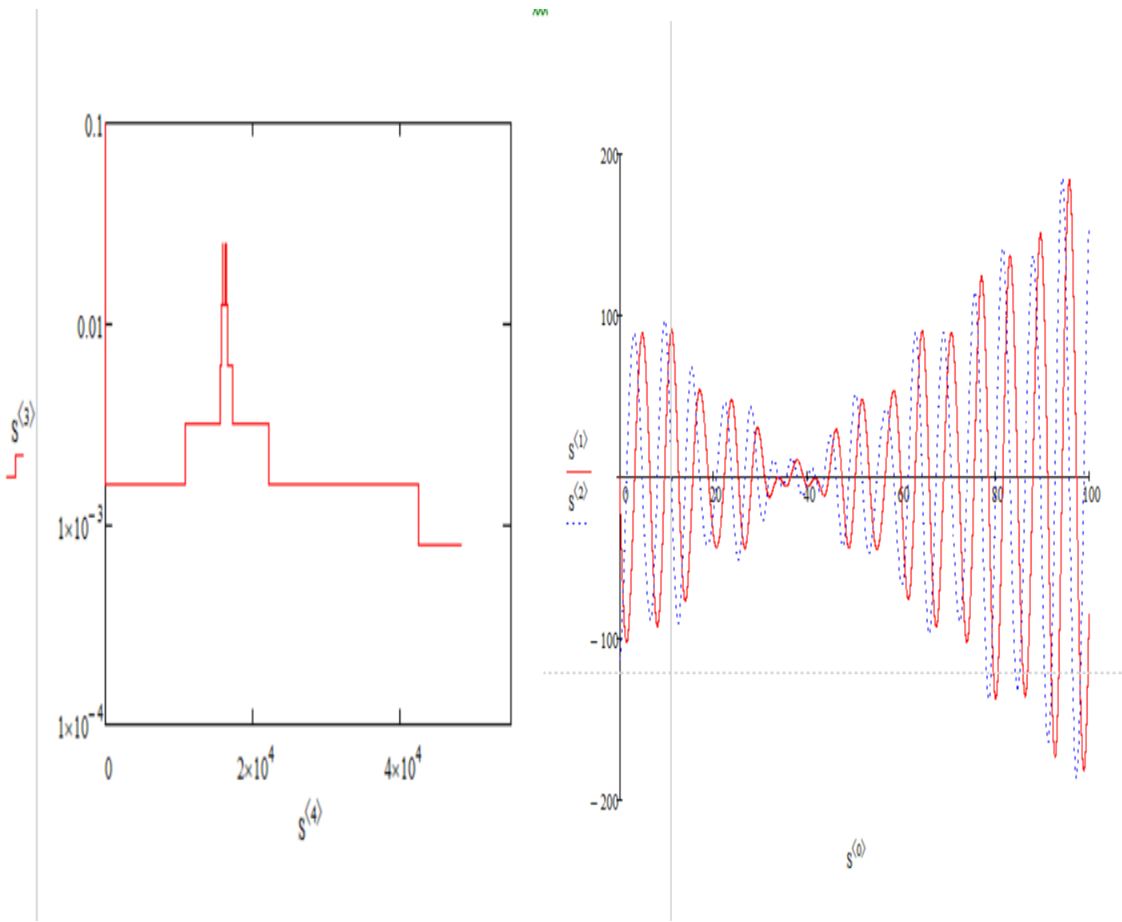

Рис. 5. График зависимости величины шага от его номера и графики пошагового решения модельной задачи

УДК 621.391.25

## МОДИФИКАЦИЯ ФУНКЦИЙ ПАКЕТА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Огородник И.В., Титов Д.Д.
Научный руководитель – Напрасников В.В., к.т.н., доцент

Ранние версии Matlab не имели встроенных методов для решения задач теории графов (в том числе, NP-полных задач). Однако в 2007 году Сергеем Иглином был разработан пакет, реализующий их. С течением времени выходили новые версии Matlab, в которых изменялись различные алгоритмы, в том числе алгоритм целочисленного интегрирования. Это привело к несовместимости ранее разработанных решений с современным ПО. В то же время Иглином было выпущено обновления пакета, но оно получилось менее наглядным. Например, в ранних версиях вершина