

$$k+1 = \frac{2m+1}{\varphi_0} \pi, \quad (61)$$

то (58) при этом значении  $k$  обратится в нуль и  $q_{\lambda_n-1}=0$ . Запишем это условие с учетом (57) и (61)

$$\frac{2n\pi}{\varphi_0} - 1 \leq \frac{2m\pi}{\varphi_0} + \frac{\pi}{\varphi_0} - 1 \leq \frac{2n\pi}{\varphi_0} + \frac{2\pi}{\varphi_0} - 2 \text{ или, полагая } m=n, \text{ получаем}$$

$$0 \leq \frac{\pi}{\varphi_0} \leq \frac{2\pi}{\varphi_0} - 1, \quad (62)$$

что справедливо. Следовательно, при любом числе нитей, большем единицы, прогиб мембраны описывается уравнением

$$\bar{w} = 1 - \rho^2 + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{q_k (\rho^{k+1} - 1)}{(k+1)^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{q_k \cos \lambda_n \varphi (\rho^{k+1} - \rho^{\lambda_n})}{(k+1)^2 - \lambda_n^2}, \quad (63)$$

в котором коэффициенты  $q_k$ , начиная с номера  $k=\lambda_n-1$  и кончая номером  $k=\lambda_n-1+\pi/\varphi_0$ , равны нулю, а коэффициент  $q_0=2/\nu$ . Остальные коэффициенты определяются из бесконечной системы уравнений, получающейся при сравнении коэффициентов при одинаковых степенях  $\rho$  в уравнении

$$\sum_{k=0}^{\infty} q_k k \rho^{k-1} \left[ \frac{1}{k+1} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k+1}{(k+1)^2 - \lambda_n^2} \right] + \sum_{k=0}^{\infty} q_k \left[ \nu \rho^k - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n (\lambda_n - 1) \rho^{\lambda_n - 2}}{(k+1)^2 - \lambda_n^2} \right] = 2. \quad (64)$$

УДК 621.927

Е.М. Дубовская

## АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ЧАСТИЦ СВЯЗНО-СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ ПРИ ЕЕ ОБРАБОТКЕ ДАВЛЕНИЕМ

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

Для обоснования технологических параметров и режимов процесса измельчения материалов в валковых и роliko-кольцевых мельницах необходимо выполнить анализ напряженно-деформированного состояния обрабатываемой давлением связно-сыпучей среды, механизма деформации и разрушения составляющих ее частиц.

Разрушение частицы в результате действия на нее внешних сил определяется особенностями поведения твердых тел исходя из их деформационных свойств: упругости, хрупкости, вязкости и пластичности. С позиций теории обработки металлов давлением процесс разрушения рассматривается в единстве с упругими и пластическими деформациями тела, вызванными силовым воздействием инструмента (измельчающих тел) и связывается с генерированием, накоплением, взаимодействием и движением дислокаций. В микрообъемах тела с соответствующим напряженным состоянием возникают субмикронарушения и нарушения тонкой структуры (тонкоструктурные нарушения), которые исчезают или устойчиво сохраняются, преобразуясь при определенных условиях в микро-, а затем и макронарушения, развитие которых приводит к разрушению тела. Нарушение и восстановление связей с образованием и исчезновением микро- и макронарушений происходит как при

пластической, так и упругой деформации. Многократность нагружения тела активизирует процесс зарождения и развития нарушений. Нарушения, вызванные растягивающими напряжениями, имеют меньшую склонность к восстановлению, чем касательными. Анализ показывает, что в условиях всестороннего сжатия, образование и развитие трещин с последующим хрупким разрушением происходят, прежде всего, по пересекающимся поверхностям скольжения – поверхностям разрыва скоростей и напряжений, вырождающимся в физические разрывы.

Модель деформации и разрушения частицы обрабатываемой давлением дискретной среды, на которую условно действуют две силы или нагрузки, вызывающие пластическую деформацию приконтактной поверхности, может быть определена исходя из полей линий скольжения. При действии двух сосредоточенных сил  $P$ , согласно принципу Сен-Венана, под контактной поверхностью образуются сжатые упругопластические ядра (рис.1, а), расклинивающие частицу и вызывающие в ней растягивающие напряжения. Многократность повторения таких по разному направленных нагрузок приводит к усталостному накоплению микро- и макронарушений, развивающихся в трещины, сколы и в разрушение на более мелкие частицы.

При действии двух нагрузок, вызывающих деформацию приконтактной поверхности (рис.1,б), под контактной поверхностью образуется в виде конуса область затрудненной деформации (в плоском сечении область  $abc$ ), граничащая с переходной областью  $acd$ . Под свободной поверхностью, в кольцеобразных областях (радиальное сечение кольца ограничено поверхностью  $ade$ ) действуют растягивающие напряжения, вследствие чего диаметр кольца увеличивается, а радиус кривизны свободной поверхности уменьшается. С развитием процесса деформации переходные области охватывают жесткие конусы и смыкаются по поверхности  $OO_1$ . При этом поверхность

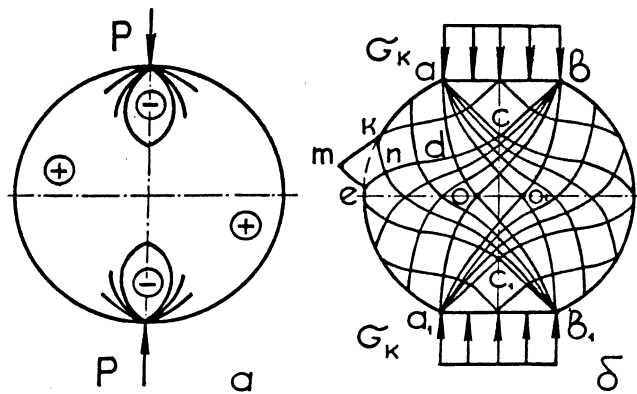


Рис. 1. Поля линий скольжения при сжатии частицы двумя сосредоточенными силами  $P$  (а) и нагрузками  $\sigma_k$ , вызывающими пластическую деформацию (б)

разрыва  $aoa_1$  представляет образующую осесимметричной переходной области со сжимающими напряжениями. Под свободной от нагружения поверхностью  $akea_1$  образуется граничащая с осесимметричной областью кольцеобразная область растягивающих напряжений.

Так как под действием контактных напряжений частица осаживается с растяжением кольцеобразной области и уменьшением радиуса кривизны свободной поверхности, в плоскости рассматриваемого сечения на этой поверхности главные

напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  растягивающие, а  $\sigma_3 = 0$ . Следовательно, в условиях плоской задачи среднее напряжение  $\sigma_E$  на свободной поверхности

$$\sigma_E = 0,5 \cdot (\sigma_1 + \sigma_3) = 0,5 \cdot \sigma_S,$$

где  $\sigma_S$  - физический предел текучести беспористого материала.

Тогда средние контактные напряжения согласно закону изменения напряжений в функции углов  $\psi_{ed}$  и  $\psi_{dc}$  поворота линий скольжения  $ed$  и  $dc$  определяются как:

$$\sigma_K = 2 \cdot (\sigma_E + (\psi_{ed} + \psi_{dc}) \cdot \sigma_S). \quad (1)$$

Установлена предрасположенность частицы к разрушению по поверхностям разрыва  $aoa_1$  с последующим разрушением растягиваемой кольцевой области.

В реальной частице с развитой поверхностью выступы типа  $emk$  представляют жесткие концы, под которыми образуется область затрудненной деформации  $kne$ . В этом случае выступ отделяется от обрабатываемой частицы по поверхностям разрыва  $kne$ . Этим объясняется наличие в продуктах измельчения частиц повышенной дисперсности. Образовавшиеся кратеры с поверхностью  $kne$  создают вторичную шероховатость с выступами, предрасположенными к отделению от еще пока полностью не разрушенной по поверхностям разрыва частицы. Следовательно, при разрушении частица раскалывается на различные по виду и размерам части, что предопределяет широкое поле рассеяния размеров продуктов измельчения.

Таким образом, в результате проведенного анализа распределения напряжений в объеме частицы обрабатываемой давлением дискретной среды установлены характерные зоны и поверхности разрушения, определены напряжения на свободной поверхности частицы и, методом характеристик, контактные напряжения.

Порошок представляет собой связно-сыпучую среду, состоящую из большого числа взаимосвязанных частиц. Исходя из известных теоретических положений механики сыпучих сред и прокатки порошков [1], внешнее силовое воздействие на обрабатываемый порошок создается в силу его способности воспринимать и передавать нагрузку, деформироваться и уплотняться. При этом уплотнение находится в функциональной зависимости от большего главного напряжения. Эта зависимость обычно определяется для каждого порошка экспериментально и описывается с большей или меньшей точностью большим числом предложенных эмпирических формул [1, 2, 3, 4].

Уплотнение порошка происходит вследствие более плотной упаковки частиц за счет их взаимного перемещения, пластической деформации и разрушения (образуются более мелкие частицы, заполняющие свободное пространство – поры). При этом увеличивается площадь взаимного контакта, взаимной связи отдельных частиц, уменьшается свобода деформации частиц порошкового тела, возрастает в целом его жесткость (модуль упругости порошкового тела) [2]. Взаимное перемещение частиц среды в условиях всестороннего сжатия предопределяет переориентацию действующих на них контактных напряжений и самих поверхностей контактов. Это имитирует многократность по-разному направленного силового воздействия на частицы порошка, приводящего к по-разному направленным их деформациям, что интенсифицирует их дробление при одном цикле нагружения.

Деформация порошка за счет взаимного перемещения и, естественно, переориентации частиц – структурная (сдвиговая) деформация – происходит согласно

критерию прочности Мора-Кулона [5] при достижении касательных напряжений по поверхностям скольжения порошка

$$\tau_n = \sigma_n \cdot \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (2)$$

где  $\sigma_n$  - нормальное к поверхности сдвига напряжение,

$c$  - сцепление частиц (сопротивление сдвигу при нормальном к поверхности сдвига напряжении равном 0),

$\varphi$  - угол межчастичного трения.

Условие пластичности связно-сыпучей среды в этом случае описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \sigma_x, \sigma_y = \sigma_{cp} \cdot (1 \pm \sin \varphi \cdot \cos 2\delta) - \sigma_c, \\ \tau = \sigma_{cp} \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\delta \end{cases} \quad (3)$$

где  $\sigma_{cp} = 0,5 \cdot (\sigma_x + \sigma_y) + \sigma_c$  - среднее напряжение,

$\delta$  - угол, определяющий главное направление,

$\sigma_c = c \cdot \operatorname{ctg} \varphi$  - связность порошковой среды.

Особенность условий пластичности связно-сыпучей среды или, согласно терминологии Губкина С.И., «межкристаллитной деформации» [6] заключается в том, что оно определяется не только разностью главных напряжений (плоская задача), но и величиной большего главного напряжения. Это видно из вытекающего из (3) критерия прочности Мора-Кулона:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin \varphi + 2 \cdot c \cdot \cos \varphi, \quad (4)$$

которое при  $\varphi \rightarrow 0$ , что соответствует уплотнению порошка до компактного состояния, преобразуется в известное условие пластичности Сен-Венана-Трески:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot c = \sigma_s. \quad (5)$$

Выражения (2) - (5) характеризуют условия предельного состояния связно-сыпучей среды, деформация которой под действием внешних сил обеспечивает многократное, по-разному направленное силовое воздействие на составляющие ее частицы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ложечников Е.Б. Прокатка в порошковой металлургии. - М.:Металлургия, 1987. - 185 с;
2. Жданович Г.М. Некоторые вопросы теории процесса прессования металлических порошков и их смесей. - Минск: БПИ, 1960 - 98 с;
3. Порошковая металлургия и напыленные покрытия: Учебник для вузов/ Анциферов В.Н., Бобров Г.В., Дружинин Л.К. и др.; Под ред. Митина Б.С. - М.:Металлургия, 1987. - 792 с;
4. Степаненко А.В., Исаевич Л.А., Харлан В.Е. Обработка давлением порошковых сред. - Минск: Наука и техника, 1993. - 167 с;
5. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. - М.: Физматгиз, 1960. - 243 с;
6. Губкин С.И. Пластическая деформация металлов: В 2 т. - М.: Металлургиздат, 1960. - Т. 2: Физико-химическая теория пластичности. - 416 с.