

Рис. 7. Максимальные растягивающие напряжения под действием веса автомобиля полной массы (а) и при разгоне (б).

В результате произведенных расчетов исходной конструкции картера переднего ведущего моста выявлены зоны недостаточной прочности – зоны перехода рукавов картера моста во фланцы. С целью усиления конструкции были проведены оптимизационные расчеты 10-ти промежуточных вариантов, в результате которых было определено направление ее усовершенствования. Разработанный окончательный вариант изменения конструкции фланца обеспечил удовлетворительную прочность картера ведущего моста.

Метод усиления картерных деталей, приведенный в данной работе, можно распространять на детали трансмиссий большегрузных автомобилей с аналогичным назначением.

УДК 51: 539.3

С.М. Босяков, М.А. Журавков, Д.Г. Медведев

### ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА РАСШИРЕНИЯ STRUCTURAL MECHANICS СИСТЕМЫ МАТЕМАТИКА В РАСЧЕТАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

*Белорусский государственный университет  
Минск, Беларусь*

Современные системы компьютерной математики высокого уровня содержат стандартные и устанавливаемые дополнительно пакеты расширения, которые можно использовать при моделировании физико-механических явлений и решении технических задач [1, 2]. Так, при решении задач теоретической и прикладной механики широко применяются пакеты расширения Simulink 4 системы MATLAB [3, 4] и Mechanical System системы Mathematica [5], позволяющие моделировать и рассчитывать кинематические и динамические системы. Аналогичным пакетом расширения, ориентированным на решение задач сопротивления материалов и теории упругости, является Structural Mechanics системы Mathematica. Он содержит шесть подпакетов, позволяющих находить геометрические характеристики плоских сечений, анализировать НДС балок при изгибе и кручении, исследовать напряженное состояние в точке и т. д. В данной работе описаны функциональные возможности подпакета CrossSectionProperties, позволяющие задавать плоские сечения, определять площадь

сечений, координаты центра тяжести, моменты инерции, а также визуализировать результаты расчета.

Функции первого раздела `SymCrossSectionProperties` подпакета `CrossSectionProperties` могут быть использованы для расчета геометрических характеристик плоских сечений как аналитически, так и в численном виде. Для описания плоских сечений используется функция `Domain[name, parametres]`, которая задает двумерную область, ограниченную линией (`name`) с геометрическими параметрами (`parametres`), которые могут быть заданы в символьном виде. С помощью этой функции можно описать различные элементарные сечения (круговые, эллиптические, кольцевые, прямоугольные, треугольные, параллелограммы и т. д.), а также стандартные профили (тавровые и двутавровые сечения и швеллера). Для создания сложных составных сечений используется алгебраическая сумма объектов `Domain`. Другая группа функций (`SectionArea`, `SectionCentroid`, `SectionInertialMoments` и `SectionPolarInertialMoments`) предназначена для нахождения площади заданного сечения, координат центра тяжести, а также осевых, центробежных и полярных моментов инерции. Зачастую при решении практических задач возникает необходимость определения моментов инерции относительно осей систем координат, полученных из «старой» системы посредством параллельного переноса и поворота. Поэтому в разделе `SymCrossSectionProperties` определены функции `SectionMomentsRotate`, `SectionMomentsTranslate` и `SectionPolarMomentsTranslate`, которые позволяют найти осевые, центробежные и полярные моменты инерции в системах координат, ориентированных различным образом на плоскости. Положение главных осей позволяет определить функция `DomainPrincipalAxesDirections[section, scale]`, которая вычисляет координаты двух векторов, представляющих собой главные оси для сечения `section` (длина оси составляет величину `scale`). Заметим, что результат выполнения этой функции можно использовать для вычисления главных центральных моментов инерции.

Графические функции раздела `SymCrossSectionProperties` позволяют не только выполнить построение заданного сечения и обозначить его геометрические размеры, но и визуализировать результаты расчетов, например, показать на схеме сечения центр тяжести и главные центральные оси инерции. Так, чтобы построить сечение, можно использовать либо функцию `DomainGraphics` совместно с функцией-директивой `Show`, либо функцию `CrossSectionPlot`. Для обозначения центра тяжести и главных центральных осей используются директивы `MarkPoint` и `MarkAxes` совместно с графической опцией `Epilog` системы `Mathematica`. Ниже, на рис. 1, показан фрагмент документа, в котором проводится расчет площади и координат центра тяжести поперечного сечения `figure`, состоящего из прямоугольника с круглым отверстием и треугольника.

В приведенной программе геометрические размеры элементов сечения определены через параметр  $a$ , что позволило получить выражения для площади поперечного сечения и координат центра тяжести сечения в символьном виде. При построении сечения и обозначении «крестиком» центра тяжести параметр условно принимается за единицу. Этот расчет достаточно легко может быть дополнен вычислениями моментов инерции, определением главных центральных осей и т. д., причем функциональные возможности раздела `SymCrossSectionProperties` позволяют выполнить такие вычисления различными способами. Заметим также, что перед тем как применить функции пакета `Structural Mechanics`, необходимо загрузить файл `<<StructuralMechanics`` (см. рис. 1). После того, как файл успешно загружен, все подпакеты, в том числе и `CrossSectionProperties`, подключаются автоматически, при первом упоминании в документе функций этого подпакета.

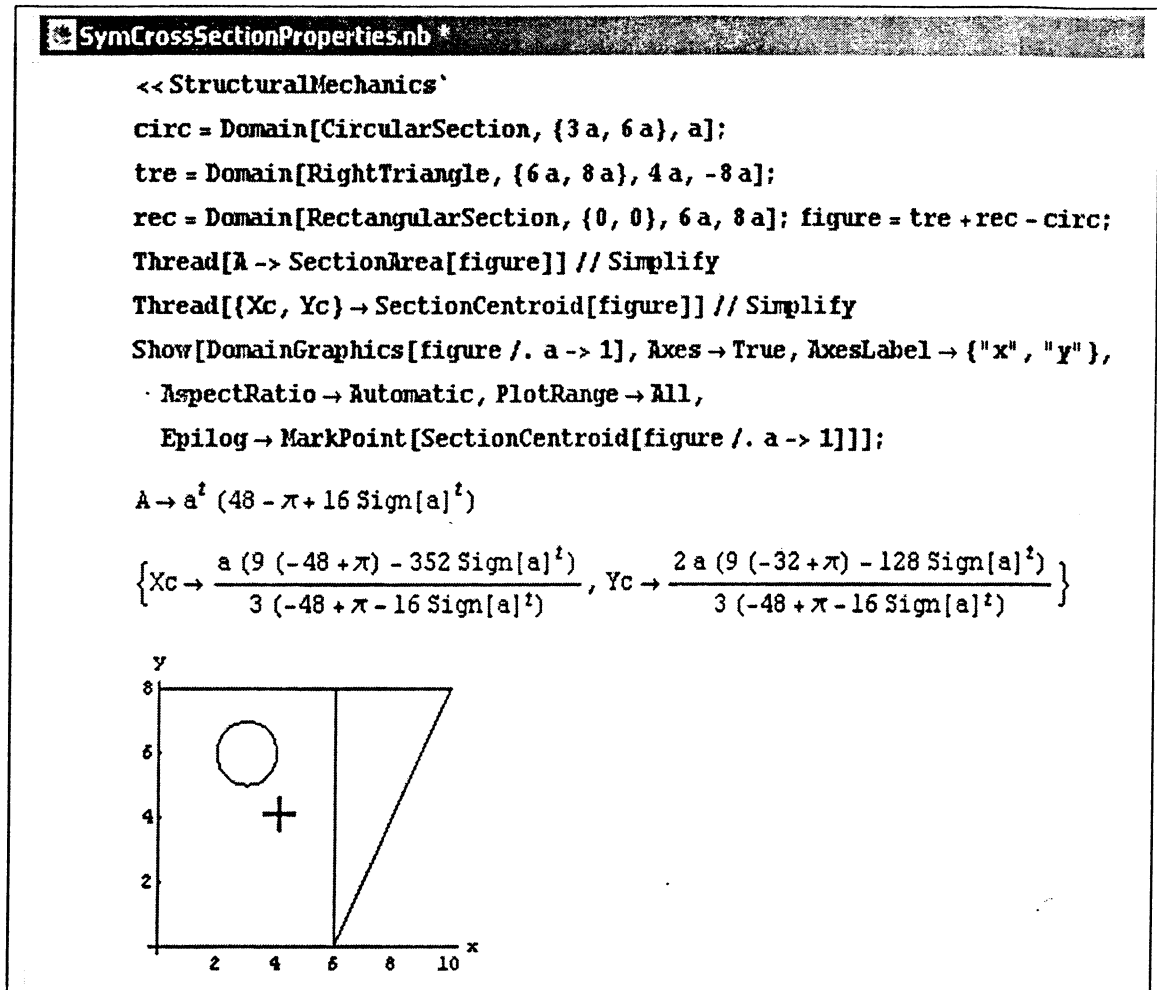


Рис. 1. Определение площади и координат центра тяжести составного сечения

Рассмотрим функции второго раздела NumCrossSectionProperties подпакета CrossSectionProperties, предназначенные для численного расчета геометрических характеристик многоугольников: площади, координат центра тяжести, моментов инерции и т. д. В основе технологии численного расчета лежит метод триангуляции, заключающийся в разбиении области сечения на треугольники, примыкающие друг к другу. Это позволяет с помощью функций подпакета NumCrossSectionProperties рассчитывать сечения любой сложности, в том числе и сечения с отверстиями различной формы.

Исходное сечение задается списком координат точек, являющихся вершинами многоугольника. Перед выполнением каких-либо вычислений (кроме определения положения главных осей инерции сечения) необходимо выполнить триангуляцию этого списка. Для этого в разделе NumCrossSectionProperties предназначена функция TriangleCoordinates, которая генерирует двумерный список координат вершин треугольников, составляющих заданную область, причем количество столбцов этой «матрицы» равняется трем, а количество строк соответствует количеству треугольников. На рис. 2 показано сечение (многоугольник) до и после триангуляции, а также соответствующие списки координат точек.

В приведенном фрагменте документа список pts является списком координат вершин исходного многоугольника, построение которого выполняется функцией PolygonPlot. Вершины многоугольника пронумерованы в соответствии с порядком их

положения в списке pts. Полученный с помощью функции TriangleCoordinates список вершин треугольников trianpts показывает, что исходный многоугольник разбит на четыре треугольника. Построение разбитого на треугольники многоугольника выполняется посредством применения функции TriangulationPlot к списку pts.

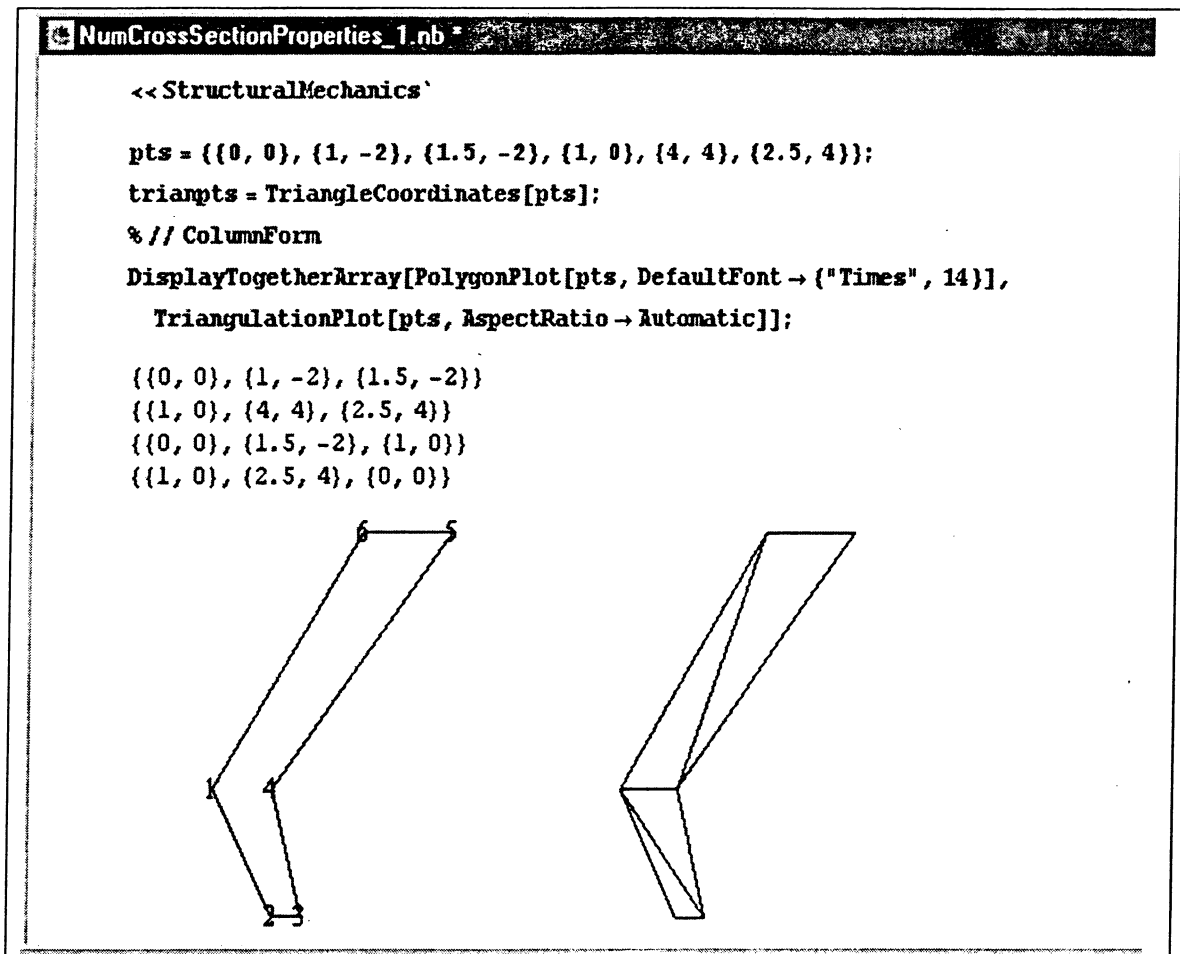


Рис. 2. Исходный и триангулированный многоугольники

Функции раздела NumCrossSectionProperties, предназначенные для определения площади сечения, координат центра тяжести и моментов инерции, применяются к списку точек, составляющих триангулированный многоугольник. На рис. 3 показан фрагмент документа с расчетом некоторых геометрических характеристик описанного выше многоугольника.

В представленном на рис. 3 расчете для вычисления площади сечения, координат центра тяжести и моментов инерции использованы функции PolygonArea, PolygonCentroid, PolygonInertialMoments и PolygonPolarInertialMoments соответственно. Моменты инерции, определяемые функцией PolygonInertialMoments, располагаются в следующем порядке: осевые моменты инерции относительно оси абсцисс и оси ординат; последним в списке указывается центробежный момент инерции. Функциональные возможности раздела NumCrossSectionProperties позволяют рассчитывать осевые, центробежные и полярные моменты инерции в координатных системах, полученных параллельным переносом и поворотом «старой» системы координат.

Положение главных центральных осей многоугольника определяется функцией PolygonPrincipalAxesDirections, в качестве аргумента которой выступает исходный

список точек pts. Визуализация положения центра тяжести и главных центральных осей инерции в разделе NumCrossSectionProperties осуществляется, так же как и в разделе SymCrossSectionProperties, с помощью директив MarkPoint и MarkAxes.

```

NumCrossSectionProperties_1.nb

Thread[A -> PolygonArea[triangpts]]
Thread[{xc, yc} -> PolygonCentroid[triangpts]]
Thread[{Ixx, Iyy, Ixy} -> PolygonInertialMoments[triangpts]]
Thread[Ip -> PolygonPblarInertialMoments[triangpts]]

A -> 6.5

{xc -> 1.70513, yc -> 1.4359}

{Ixx -> 31., Iyy -> 24.3125, Ixy -> 24.2083}

Ip -> 55.3125

```

Рис. 3. Расчет площади, координат центра тяжести, осевых, центробежного и полярного моментов инерции многоугольника

В заключение отметим, что описанные выше функции разделов SymCrossSectionProperties и NumCrossSectionProperties подпакета CrossSectionProperties позволяют определить геометрические характеристики плоских сечений при анализе напряженно-деформированного состояния элементов конструкций (например, при расчете напряжений и перемещений поперечного сечения балки при кручении и изгибе) и деталей машин (при расчетах собственных частот и главных форм). Другим аспектом применения подпакета CrossSectionProperties может быть выполнение расчетно-графических работ по курсу «Сопротивление материалов», непосредственно направленных на расчет геометрических характеристик составных сечений [6, 7].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов В. П. Mathematica 4: учебный курс.: - СПб.: «Питер», 2001. - 656 с;
2. Дьяконов В. П. Maple 6: учебный курс.: - СПб.: «Питер», 2001. - 608 с;
3. Дэбни Дж., Харман Т. Simulink. Секреты мастерства.: - М.: БИНОМ. 2003. - 403 с;
4. Дьяконов В. П. Simulink 4. Специальный справочник. СПб.: - Питер, 2002. - 528 с;
5. Любнауэр В. Обучение «Прикладной и теоретической механике» с использованием компьютерных технологий// Теоретическая и прикладная механика. - 2004. - Вып. 17. - С. 127—130;
6. Сборник заданий на расчетно-графические работы по сопротивлению материалов// Под ред. Ю. В. Василевича. - Мн.: БНТУ. 2000 - 112 с;
7. Винокуров Е. Ф., Петрович А. Г., Шевчук Л. И. Сопротивление материалов: расчетно-проектировочные работы. - Мн.: Выш. шк., 1987. - 227 с.