

CoCreate OneSpace Designer Drafting – модуль двухмерного черчения;

- CoCreate OneSpace Designer Modeling – модуль 3-х мерного моделирования (Base Modul + Annotation – разработка 2D документации из 3D моделей + Step + IGES);

- Design Advisor (Nastran) - решение пространственных задач механики деформируемого твердого тела и механики конструкций непосредственно в процессе конструирования;

- Assembly – модуль для моделирования кинематических отношений;

- Parametrics – модуль для работы с параметрическими связями;

- Surfacing – модуль для работы со сложными поверхностными формами;

- 2D-SolidGenius – библиотека 2-х мерных стандартных элементов;

- 3D – Library (or Solid Genius) – библиотека 3-х мерных стандартных элементов;

- Drawing Manager – PDM (модуль управления данными об изделии) для One Space Designer Drafting;

- Model Manager - PDM для One Space Designer Modeling (модуль управления данными об изделии из среды Model Manager);

- CoCreate OneSpace Project Data Manager – управление данными и работами в масштабе проектной организации.

Эта среда автоматизированного проектирования содержит в своём составе все рассмотренные выше PDM/CAD/CAE/Work Flow компоненты, развернута в трёх лабораториях кафедры САПР и позволяет осуществлять процесс проектирования, в полном соответствии с требованиями CALS-технологий. В настоящее время кафедра приступила к созданию учебно-методических материалов, которые могли бы позволить внедрение этой наукоёмкой технологии в учебный процесс кафедры.

Очевидная сложность и объёмность проблемы внедрения PDM/CAD/CAE/CAM технологий в учебный процесс инженерных вузов требует специальной инфраструктуры комплексных услуг, а именно: консультаций по выбору и применению технологий, поставку, установку и сопровождение компьютерных средств и лицензионного программного обеспечения, обучение преподавательского состава, а также выполнение методических разработок по специальным заказам. Организационная инфраструктура для последовательного и постепенного внедрения CALS технологий в учебный процесс БНТУ может быть создана на базе кафедры Систем автоматизированного проектирования, имеющей набор лицензионных программных продуктов: компаний АСКОН, CoCreate, Топ Системы.

А что касается основной стратегии внедрения наукоёмких CALS технологий в инженерное образование, то, на наш взгляд, ей может послужить кооперация:

- межкафедральная кооперация, например имитация реальных производственных условий путём выполнения комплексных курсовых и дипломных проектов бригадой студентов с привлечением консультантов со специализированных кафедр;

- кооперация Высшей школы и производителей и поставщиков упомянутых программных систем на базе общих интересов – продажа сложных программных продуктов предполагает наличие специалистов, умеющих с ними работать;

- кооперация Высшей школы и предприятий промышленности – предприятия имеют больше возможностей для приобретения программных систем, а специалисты Высшей школы - для их освоения;

- межвузовская кооперация – объединение усилий сложившихся научных школ в совместных интересах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кочуров В.А. Особенности реализации баз данных и знаний автоматизированного проектирования методами современных информационных технологий. Моделирование и информационные технологии проектирования// сборник научных трудов: - Мн, 2002. –С.193-197; 2. ГОСТ Р ИСО 10303-41-99. Системы автоматизации производства и их интеграция. Представление данных об изделии и обмен этими данными. Гостстандарт России, Москва, 1999, -116 с.

УДК 621.585-192

А.Т. Скойбеда

## ПРОБЛЕМЫ И ПРИНЦИПЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ МАШИН

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

### ВВЕДЕНИЕ

Проектирование машины начинается, как известно, с разработки технического задания, которое определяет основные ее параметры. В перечень этих параметров входят энергетические, массово-геометрические, эргонометрические и другие параметры (в зависимости от назначения машины).

При этом, как правило, упускаются показатели надежности и работоспособности (за исключением ресурса), комфортности и экологичности, энергетической эффективности и потребительской стоимости

Каждый из этих показателей имеет важное значение. Однако на потребительском рынке в условиях острой конкуренции выигрывает тот, кто находит оптимальное сочетание всех этих показателей.

Широко распространенный термин “оптимальное проектирование” является весьма условным в смысле удовлетворения всех требований, которые предъявляются к современным машинам.

В связи с этим, в последние десятилетия активно проводятся исследования по обоснованию параметров оптимизации при проектировании машин.

При этом наиболее разработанными являются принцип экологического проектирования [4, 5], ресурсно-функциональный [8], энергетического проектирования [10] и др.

Понятие экологического проектирования по определению Ксеневица И.П. предопределяет обеспечение экологической безопасности машин в течение полного жизненного цикла – от добычи руды и получения материалов до утилизации закончивших свой жизненный путь машин [4].

Этапы жизненного цикла согласно стандартов ISO включают добычу и переработку сырья, получение конструкционных и эксплуатационных материалов, проектирование и изготовление деталей и узлов машины, сборку и эксплуатацию, утилизацию и захоронение.

Все эти стадии сопровождаются необратимыми воздействиями на природу, нанося ей экологический вред. Однако до настоящего времени не разработаны критерии и методики оценки машин с учетом всех стадий жизненного цикла.

Наиболее разработанным является методы оценки технического уровня машин по энергетическим критериям.

Используя принцип неразрывности силовых потоков в контактах колес с опорной поверхностью, можно определить аналитические выражения оптимальных функций буксования скорости движения, касательной силы тяги, оборотов двигателя и его мощности в зависимости от реальных условий эксплуатации [10].

Остановимся на некоторых принципах проектирования и законах управления тягово-скоростными режимами мобильных машин.

## 1. ПРИНЦИП НЕРАЗРЫВНОСТИ СИЛОВОГО ПОТОКА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МНОГООСНЫХ ХОДОВЫХ СИСТЕМ С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

При исследовании тяговых качеств многоосных транспортных средств, как правило, приходят к необходимости обеспечения равенства буксований колес различных ведущих осей [7]. Однако это условие может быть выполнено только при постоянстве кинематических параметров колес и одинаковых характеристиках опорных поверхностей под колесами различных осей.

Работа машин сопровождается изменением деформаций и радиусов качения шин. При движении колес одного борта по одному следу физико-механические свойства почвы под колесами различных осей существенно отличаются, т.е. условие равенства буксований колес различных осей допустимо только в частном случае движения машин с постоянной скоростью без крюковой нагрузки по горизонтальной поверхности. При этом колеса и опорная поверхность принимаются абсолютно жесткими.

Многоосные колесные системы при их взаимодействии с опорной поверхностью представляют собой замкнутые силовые потоки, обладающие упругими свойствами. Кинематика движения таких систем имеет общую закономерность, характерную для замкнутых силовых элементов, и подчиняется условию неразрывности сплошных сред [3, 10].

$$m_c = \rho_n \cdot F_n \cdot V_n = const, \quad (1.1)$$

где  $m_c$  - секундная масса потока;  $F_n$  - поперечное сечение потока;  
 $V_n$  - скорость потока;  $\rho_n$  - плотность потока.

Уравнение Кретца-Жуковского, связывающее скорости тела в нормальных к потоку сплошной среды сечениях, имеет вид [4, 10]

$$\frac{V_1}{1+\delta_1} = \frac{V_2}{1+\delta_2} = \dots = \frac{V_i}{1+\delta_i} = V_\delta = const, \quad (1.2)$$

где  $V_\delta$  - средняя скорость в недеформированном сечении (участок  $l_0$ , рис. 1.1).

В обращенном движении при неподвижной ходовой системе и подвижном опорном слое  $ab$  поверхности  $a$  и  $b$  (рис.1.1) имеют различные скорости:  $b$  - скорость, равную действительной скорости движения ( $V_b = V_\delta$ ), на поверхности  $a$  скорости различных участков отличаются друг от друга:

$$\begin{aligned} \text{на участке } l_{k1} \quad V_{k1} &= V_\delta (1+\delta_1), \\ \text{на участке } l_{k2} \quad V_{k2} &= V_\delta (1+\delta_2), \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $V_{k1}$ ,  $V_{k2}$  - окружная скорость колес;  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  - буксование (сжатие опорной поверхности колесами передней и задней осей).

Уравнения (1.3) показывают, что условие неразрывности (1.1) может быть выполнено только при равенстве параметров  $\rho_n$ ,  $F_n$ ,  $\delta$  для всех колес многосной ходовой системы. При равных размерах колес равенство сечений потока обеспечивается равенством площадей поперечных сечений эпюр их давлений на опорную поверхность, что может быть получено различной весовой нагрузкой передних и задних колес, если они катятся по поверхностям, имеющим различную плотность. Плотность потоков в контактах колес также различна вследствие неодинаковых уплотнений почвы колесами различных ведущих осей.

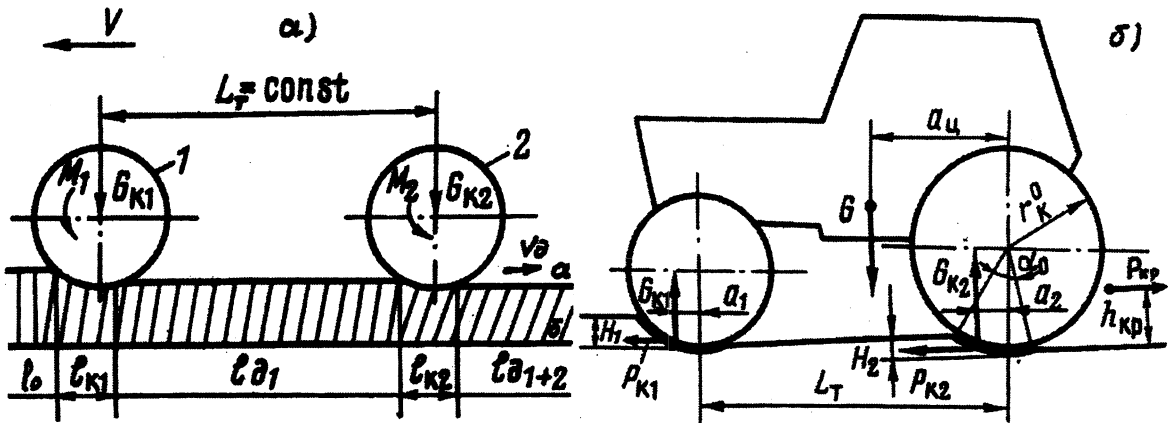


Рис. 1.1. Принцип неразрывности сплошных сред (а) и схема взаимодействия ходовой системы трактора с почвой (б)

Если шины и весовые нагрузки осей подобраны так, что плотности и сечения силовых потоков равны, то для выполнения условия неразрывности необходимо обеспечить равенство буксований колес многосных ходовых систем. При невыполнении этого условия соотношения между буксованиями колес (сжатиями опорной поверхности) определяются зависимостями:

$$\delta_1 = \frac{\rho_{n2} F_{n2}}{\rho_{n1} F_{n1}} (1 + \delta_2) - 1; \quad \delta_2 = \frac{\rho_{n1} F_{n1}}{\rho_{n2} F_{n2}} (1 + \delta_1) - 1. \quad (1.4)$$

Если  $\rho = k/q$ , то

$$\delta_1 = \frac{k_2 F_{n2}}{k_1 F_{n1}} (1 + \delta_2) - 1. \quad (1.5)$$

Значения площадей эпюр давления  $F_{n1}$  и  $F_{n2}$  определяются величиной контактных напряжений, которые в свою очередь зависят от физико-механических свойств почвы, скорости: деформации и удельных давлений.

С учетом зависимости (1.5) при условии, что  $F_{n1} \approx F_{n2}$  получим

$$\delta_1 = \frac{h_1 P_{o2} \operatorname{arcth} (P_2/P_{o2})}{h_2 P_{o1} \operatorname{arcth} (P_1/P_{o1})} (1 + \delta_2) - 1. \quad (1.6)$$

Так, как  $P_1/P_{o1} \approx P_2/P_{o2}$ , то можно принять, что

$$\delta_1 = \frac{P_{o2} h_1}{P_{o1} h_2} (1 + \delta_2) - 1, \quad (1.7)$$

т.е. в реальных условиях  $\delta_1$  движения, когда  $P_{o1} \neq P_{o2}$  и  $h_1 \neq h_2$ , колеса многоосных систем должны вращаться с различными угловыми скоростями, чтобы обеспечить различные буксования (сжатия почвы)  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

Величина кинематического рассогласования осей определяется по известной зависимости [7]

$$K_n = \frac{1 - \delta_1}{1 - \delta_2}, \quad (1.8)$$

где  $\delta_1$  и  $\delta_2$  - буксование соответственно отстающей и забегающей осей.

По аналогии с зависимостью (1.8) получим

$$K_n = \frac{P_{o2} h_1}{P_{o1} h_2} = \frac{K_2}{K_1}, \quad (1.9)$$

т.е. для выполнения условия неразрывности замкнутого силового потока необходимо обеспечить рассогласование угловых скоростей колес различных осей, равное произведению отношений несущих способностей и деформаций почвы. При этом передние колеса должны забегать, если они катятся по недеформированной поверхности, а задние по их следу. Для обеспечения кинематического соответствия параметры шин должны быть выбраны так, чтобы разность  $P_{o1} P_{o2}$  и компенсировалась разностью  $h_1$  и  $h_2$ , то есть глубина колеи от передних колес должна быть значительно меньше, чем от задних.

На основании зависимости (1.9) можно сделать важный для практики вывод: в общем случае параметры многоосной ходовой системы можно считать удовлетворительными, если коэффициенты объемного сжатия почвы  $K_1$  и  $K_2$  в контактах колес различных осей равны между собой. В этом случае обеспечивается силовое (динамическое) соответствие колес различных осей.

Силовое соответствие колес различных осей при неустановившихся режимах движения может быть обеспечено подбором жесткостей их приводов.

Исходя из условия (1.1) для многоосной системы

$$\rho_1 \cdot F_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot F_2 \cdot V_2 = \dots = \rho_i \cdot F_i \cdot V_i = m_c = const,$$

где  $V_i$  - скорость изменения потока сплошной среды в контактах колес.

$$V_i = \frac{S_j}{t} = r_{ki} \left( \frac{\varphi_\partial}{i_{тp i}} - \frac{\Delta M_i}{C_i} \right).$$

С учетом значения  $V_i$  при ускоренном движении (разгон) равенство масс потока в единицу времени будет:

$$\rho_1 \cdot F_1 \cdot r_{k1} = \left( \frac{\varphi_\partial}{i_{тp1}} - \frac{\Delta M_1}{C_1} \right) = \rho_2 \cdot F_2 \cdot r_{k2} = \left( \frac{\varphi_\partial}{i_{тp2}} - \frac{\Delta M_2}{C_2} \right).$$

Решив последнее уравнение относительно  $\rho_2 \cdot F_2 \cdot C_2$ , получим:

$$C_2 = K_n \frac{\rho_2 \cdot F_2 \cdot \Delta M_2 \cdot i_{\text{тр}2}}{\rho_2 \cdot F_2 \cdot \varphi_\partial \cdot K_n - \rho_1 \cdot F_1 \cdot \frac{i_{\text{тр}1}}{i_{\text{тр}2}} \left( \frac{\varphi_\partial}{i_{\text{тр}1}} - \frac{\Delta M_1}{C_1} \right)}.$$

При значениях параметров, соответствующих разгону трактора на IV-й передаче жесткости приводов задних и передних колес находятся в соотношении:  $C_2 = 0.857C_1$ , то есть жесткость привода задних колес должна быть меньше жесткости привода передних.

Жесткость привода задних колес и упругого элемента дифференциала найдем из уравнения упругих моментов:

$$M_{R2} = (C_2 + K_2 P) (\varphi_\partial - i_{\text{тр}2} \varphi_2),$$

где  $K_2 = 0,225$  кН·м·с/рад - коэффициент демпфирования, зависящий от скорости относительного перемещения трущихся поверхностей зубьев шестерен дифференциала.

$P = d/dt$  - символ дифференцирования,  $\Delta t = 0.05$  с.

$(\varphi_\partial - i_{\text{тр}2} \varphi_2) = \Delta \varphi_2$  - угол упругого поворота задних колес.

Упругий момент, действующий на кольцо дифференциала, равен моменту, подведенному к главной передаче. При номинальной крюковой нагрузке момент  $M_{\text{ксп}}$ , передаваемый корпусом дифференциала, равен 1.12 кН·м.

Тогда жесткость упругого элемента дифференциала

$$C_2 = \frac{M_{\text{ксп}}}{\Delta \varphi_2} - K_2 P.$$

Угол упругого поворота  $\Delta \varphi_2$  при неустановившемся тяговом режиме:

$$\Delta \varphi_2 = \varphi_2^0 - \left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial M_2} \right|_0 \Delta M,$$

где  $\varphi_2^0 = \varphi_\partial / i_{\text{тр}}$  - угол поворота колес при установившемся режиме;

$\partial \varphi_2 / \partial M_2 = l_2$  - податливость привода колес заднего моста.

С учетом принятых значений  $\Delta \varphi_2 = 0.021$  рад.

Тогда

$$C_2 = (1.12/0.021) - 0.225 \cdot 0.05 = 53.3 - 0.0112 = 53.28 \text{ кН·м/рад},$$

$$C_1 = C_2/0.857 = 62.17 \text{ кН·м/рад}$$

Применение межколесных дифференциалов с упругими элементами [11] позволяет кроме отмеченного ранее повышения долговечности вследствие равномерного распределения нагрузок между сателлитами снизить кинематическое рассогласование осей при работе на неустановившихся режимах, что обеспечивает

некоторое забегание колес передней оси по отношению к задним и приближает взаимодействие осей к оптимальному.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ ИЗМЕНЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТЯГОВО-СКОРОСТНОГО РЕЖИМА ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ.

С повышением энергонасыщенности сельскохозяйственных тракторов возрастает их динамическая нагруженность, что снижает производительность МТА и эффективность использования мощности двигателя [6, 11]. В связи с этим все больше исследователей приходят к выводу о необходимости управлять тягово-скоростным режимом МТА [6, 10, 12]. К числу нерешенных в данной области задач относится прежде всего поиск оптимальных законов управления касательной силой тяги трактора в установившихся и неустойчивых режимах движения. При этом ставится задача обеспечить регулирование тягово-скоростного режима при условии наименьшего изменения параметров технологического процесса, т.е. регулирование осуществлять так, чтобы обеспечивалась стабильность скорости движения, глубины обработки почвы, заделки семян и др. В такой постановке задача может быть решена путем регулирования (управления) параметрами ходовых систем и их тягово-сцепными свойствами.

Установленные в предыдущем параграфе оптимальные значения коэффициента запаса тяговой силы могут быть обеспечены различными средствами повышения тягово-сцепных свойств колесных ходовых систем. Это прежде всего такие средства как блокирование межколесных дифференциалов, подключение дополнительных ведущих мостов в тяговый режим, регулирование давления воздуха и весовой нагрузки шин и др.

Однако управление нельзя считать оптимальным, если не найден закон изменения его основных координат [10]. Основными координатами управления в нашем случае будут изменяющиеся по определенному закону касательная сила тяги, буксование ведущих колес, скорость движения и угловая скорость вала двигателя.

Задача об оптимальном управлении формируется следующим образом: найти функции изменения во времени касательной силы тяги, скорости движения, буксования и угловой скорости вала двигателя, обеспечивающие минимальные потери энергии на преодоление сопротивления движению.

Неустойчивое движение МТА описывается уравнением:

$$\frac{d}{dt}(mV_{\partial}) = P_k - P_c, \quad (2.1)$$

а уравнение вращения ведущих колес

$$\frac{d}{dt}(J\omega_k) = M_{\partial} - M_c, \quad (2.2)$$

где  $m, J$  - соответственно приведенные масса и момент инерции агрегата;  
 $V_{\partial}, \omega_k$  - действительная скорость агрегата и обороты ведущих колес;  
 $P_k, P_c$  - касательная сила колеса и сила сопротивления;  
 $M_{\partial}, M_c$  - крутящий момент двигателя и момент сил сопротивления, приведенных к валу двигателя.

Координатами управления будут в первом случае движущая сила  $P_k$ , а во втором - момент двигателя  $M_{\partial}$ . Необходимо найти функции изменения во времени  $P_k(t)$  и  $M_{\partial}(t)$ , при которых будет обеспечиваться минимум потерь энергии на буксование и сопротивление качению.

Потери скорости вследствие буксования будут

$$V_{\delta} = V_m - V_{\partial} = \omega_{\kappa} r_{\kappa} - V_{\partial} \rightarrow \min. \quad (2.3)$$

Видим, что задача в первой её части сводится - к обеспечению минимума функции цели (2.3), значения  $w_{\kappa}$  и  $V_{\partial}$  которой определяются в результате решений уравнений (2.1) и (2.2). В такой постановке это типичная задача синтеза оптимальных характеристик динамических систем, решаемая, например, вариационными методами [1, 12], которые позволяют подобрать закон регулирования и найти параметры системы, обеспечивающие минимум критерия оптимальности.

В данной случае в качестве критерия оптимальности регулирования рассматривается функционал, подинтегральное выражение которого не содержит производных выше первого порядка [2] :

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F(x_1, \dots, x_n; \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n; u_1, \dots, u_k; \dot{u}_1, \dots, \dot{u}_k) dt, \quad (2.4)$$

при заданных граничных условиях  $x_i(t_0) = \dot{x}_i^0$  и  $x_i(t_1) = \dot{x}_i^1 (i = 1, \dots, n)$ .

Решение задачи в нашем случае обеспечивается уравнениями Эйлера, записанными для всех координат и уравнений, входящих в (2.4).

$$\begin{aligned} \dot{F}_{x_i} - \frac{d}{dt} \dot{F}_{\dot{x}_i} &= 0 \quad (i = 1, \dots, n); \\ \dot{F}_{u_j} - \frac{d}{dt} \dot{F}_{\dot{u}_j} &= 0 \quad (j = 1, \dots, k), \end{aligned}$$

где  $F$  - частные производные от подинтегральной функции (2.4) по соответствующим переменным.

Для установления факта минимизации функционала (2.4) необходимо, чтобы функции  $X_i, U_j$  принадлежали к классу функций  $C_{2m}$  т.е. должны иметь  $2m$  непрерывных производных, где  $m$  - порядок производной. Если высшая производная является первой ( $m = 1$ ), то функции  $X_i, U_j$  должны иметь две непрерывные производные. Кроме того должно выполняться условие положительности второй производной в точке минимума функции  $y = f(x)$ , т.е.

$$\ddot{F}_{\ddot{x}_i} \geq 0; \quad \ddot{F}_{\ddot{u}_j} \geq 0.$$

При отсутствии ограничений задача оптимизации относится к числу вариационных задач в открытой области. Однако применительно к системам регулирования вообще и регулированию тягово-скоростного режима машин в частности задачи без ограничений смысла не имеют.

Основными видами ограничений являются: ограничения на фазовые координаты и управления; ограничения типа голономных связей; ограничения в виде дифференциальных уравнений (неголономных связей) и ограничения в виде функционалов (изопериметрические ограничения) [1].

Наличие связей в виде ограничений на фазовые координаты и управления значительно усложняет решение и часто делает невозможным использование классических вариационных методов [2]. При введении ограничений в виде



голомных и неголомных связей подинтегральный функционал записывается в виде.

$$H = F + \sum_{k=1}^e \lambda_k(t) J_k, \quad (2.5)$$

где  $\lambda_k(t)$  - зависящий от времени  $t$  произвольные множители Лагранжа.

Если учитываются связи в виде дифференциальных уравнений, то класс подинтегральных функций определяется по наивысшей производной выражения (2.5).

В случае одной переменной  $X(t)$ , когда функционал имеет вид

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F(x, \dot{x}, \dots, x^{(n)}, u, \dot{u}) dt, \quad (2.6)$$

уравнения Эйлера будут

$$\begin{aligned} \dot{F}_x - \frac{d}{dt} \dot{F}_{\dot{x}} + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dt^n} \dot{F}_{x^{(n)}} &= 0; \\ \dot{F}_u - \frac{d}{dt} \dot{F}_{\dot{u}} &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

При наличии связей в данном случае также должна рассматриваться функция  $H$  (3.5).

Если используются изопериметрические ограничения, то задача оптимизации решается с использованием функции

$$H = F + \sum_{k=1}^e \lambda_k J_k, \quad (2.8)$$

где  $\lambda_k$  - произвольные постоянные множители Лагранжа, определяемые с учетом условий

$$I_k = \int_{t_0}^{t_1} J_k(t, x_1, \dots, x_n) dt \leq a_k, \quad (k=1, \dots, e). \quad (2.9)$$

В правой части выражения (2.9) находятся постоянные числа, которые подлежат ограничению.

Определим законы управления движением машинно-тракторного агрегата, описываемого уравнениями (2.1) и (2.2).

В первом случае (уравнение 2.1) координатой управления будем считать изменяющуюся по определенному закону касательную силу тяги  $P_k$ .

Так как сила тяги колес на заданной опорной поверхности конечная, то управляющее воздействие ограничено максимальным значением касательной силы:

$$P_k \leq P_{kmax},$$

при этом значения касательной силы тяги колес определяются на основании зависимости [8]

$$P_k = f_{\text{ск}} G_k + \frac{k F_s l}{\varepsilon} \delta, \quad (2.10.)$$

где  $f_{\text{ск}}$  - коэффициент трения;

$G_k$  - нагрузка на колесо;

$k$  - коэффициент объемного смятия почвы;

$F_s$  - сумма вертикальных проекций упорных поверхностей почвозацепов;

$l$  - длина дуги контактной линии;

$\delta$  - буксование;

$\varepsilon$  - коэффициент, характеризующий распределение нагрузки между почвозацепами.

Весовая нагрузка ведущих осей трактора зависят от ускорения

$$G_k = G_k^0 + \Delta G_k = G_k^0 + C' \dot{V}_\delta, \quad (2.11)$$

где  $C'$  - коэффициент, характеризующий изменение весовой нагрузки колес в зависимости от ускорения движения  $\dot{V}_\delta$ ;  $G_k^0$  - весовая нагрузка колес неподвижного трактора на горизонтальной опорной поверхности.

С учетом (2.11) касательная сила колес трактора при равномерном распределении нагрузки между почвозацепами ( $\varepsilon = 1$ ) равна:

$$P_k = f_{\text{ск}} G_k^0 + f_{\text{ск}} C' \dot{V}_\delta + k F_s l \delta. \quad (2.12)$$

В общем случае силу  $P_k$  можно представить состоящей из постоянной  $P_k^0$  и переменной, зависящей от ускорения и буксования :

$$P_k = P_k^0 + C_1 \dot{V}_\delta + C_2 \delta, \quad (2.13)$$

где  $P_k^0 = f_{\text{ск}} G_k^0$ ;  $C_1 = f_{\text{ск}} C'$ ;  $C_2 = k F_s l$ .

Сила сопротивления  $P_C$  в уравнении (2.1) может быть представлена состоящей из постоянной  $P_C^0$  и зависящей от скорости.

$$P_C = P_C^0 + C_3 \dot{V}_\delta, \quad (2.14)$$

где  $C_3 = \left[ \frac{\partial P_C}{\partial V_\delta} \right]_0$  - коэффициент пропорциональности, характеризующий изменение

сопротивления движению агрегата в зависимости от скорости.

С учетом (2.13) и (2.14) уравнение движения машинно-тракторного агрегата будет

$$\dot{V}_\delta + k_1 V_\delta - k_2 \delta + k_3 = 0, \quad (2.15)$$

где  $k_1 = \frac{C_3}{m - C_1}$ ;  $k_2 = \frac{C_2}{m - C_1}$ ;  $k_3 = \frac{P_k^0 - P_C^0}{m - C_1}$ .

Уравнение (2.15) показывает, что определение оптимального закона управления заключается в нахождении функции  $\delta = f(V_\delta)$ , обеспечивающей минимум суммарных потерь энергии.

На основании уравнений (2.13) и (2.14) составим функционал, представляющий собой суммарные потери энергии при увеличении буксования и скорости:

$$I = \int_0^{\infty} (C_1 \dot{V}_\delta V_\delta + C_2 \delta V_\delta + C_3 V_\delta^2) dt. \quad (2.16)$$

Функция Лагранжа  $H(V_\delta, \delta, \lambda)$  (2.8) в данном случае равна

$$H = C_1 \dot{V}_\delta V_\delta + C_2 \delta V_\delta + C_3 V_\delta^2 + \lambda (\dot{V}_\delta + k_1 V_\delta - k_2 \delta + k_3).$$

Уравнения Эйлера согласно (2.7) будут:

$$\frac{\partial H}{\partial V_\delta} - \frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{V}_\delta} = 0; \quad \frac{\partial H}{\partial \delta} - \frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{\delta}} = 0, \quad (2.17)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial V_\delta} &= C_1 \dot{V}_\delta + C_2 \delta + 2C_3 V_\delta + k_1 \lambda; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{V}_\delta} &= \dot{\lambda}; \quad \frac{\partial H}{\partial \delta} = C_2 V_\delta + k_2 \lambda; \quad \frac{\partial H}{\partial \dot{\delta}} = 0. \end{aligned}$$

Подставляя в уравнения (2.17) соответствующих значений частных производных получим систему уравнений вариационной задачи

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= C_1 \dot{V}_\delta + C_2 \delta + 2C_3 V_\delta + k_1 \lambda; \\ 0 &= C_2 V_\delta + k_2 \lambda. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Решая эту систему относительно переменных  $\lambda$  и  $V_\delta$ , найдем

$$\lambda = \frac{C_2}{k_2} V_\delta; \quad \dot{\lambda} = \frac{C_2}{k_2} \dot{V}_\delta.$$

Подставив значения  $\lambda$  и  $\dot{\lambda}$  в уравнение (2.18) получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$a_0 \dot{V}_\delta - a_1 V_\delta = -C_2 \delta, \quad (2.19)$$

где  $a_0 = \frac{C_2}{k_2} - C_1$ ;  $a_1 = 2C_3 + \frac{C_2}{k_2}$ .

Общее решение уравнения (2.19) без правой части

$$\begin{aligned} \lg V_\delta &= a_1(t) V_\delta + C; \\ V_\delta &= C'_1 e^{a_1(t)}, \end{aligned}$$

где  $C'_1 = e^{-C}$ . Заменяя постоянную  $C_1$  неизвестной функцией  $C_2 \delta$  получаем:

$$V_\delta = C_2 \delta e^{a_1(t)}; \quad (2.20)$$

$$\dot{V}_\delta = C_2 \left[ \dot{\delta} e^{a_1(t)} + \delta a_1(t) e^{a_1(t)} \right], \quad (2.21)$$

Подставив (2.20) и (2.21) в (2.19) получим

$$-a_0 C_2 \dot{\delta} e^{a_1(t)} + a_0 C_2 \delta a_1(t) e^{a_1(t)} - C_2 a_1 \delta e^{a_1(t)} = -C_2 \delta.$$

Откуда

$$\dot{\delta} - \left[ a_1(t) + \frac{a_1}{a_0} - a_0 e^{a_1(t)} \right] \delta = 0;$$

$$\delta = C_2' e^{a_2(t)}.$$

Общее решение уравнения (2.19) будет

$$V_{\delta} = C_2' e^{a_1(t)} e^{\left[ a_1(t) + \frac{a_1}{a_0} - a_0 e^{a_1(t)} \right]}.$$

Уравнение (2.20) показывает, что с энергетической точки зрения оптимальное управление буксованием является линейным по отношению к скорости. При этом падению скорости соответствует рост буксования.

Подставляя в (2.20) значения  $C_2$  и  $a_1$ , найдем

$$|\Delta V_d| = \delta k l F_a \dot{a}^n. \quad (2.22)$$

С учетом зависимости  $V_{\delta} = V_T(1 - \delta)$  закон изменения скорости колес трактора в зависимости от буксования и конструктивных параметров МТА будет:

$$|\Delta V_d| = \frac{\delta}{1 - \delta} k l F_a \dot{a}^n. \quad (2.23)$$

Принимая для трактора при движении по стерне суглинка:

$K = 13.5 \text{ кН/м}^3$ ;  $l = 0.5 \text{ м}$ ;  $F_{\sigma} = 0.045 \text{ м}^2$ ;  $m = 3160 \text{ кг}$ ;  $f_{\text{ск}} = 0.72$ ;  $C_3 = 1.5 \text{ кН/(м/с)}$ ;  $C_1' = 150 \text{ кг}$ , получим по результатам расчета

$$|\Delta V_{\delta}| = 5.96 \delta.$$

То есть при изменении скорости на 1 м/с буксование при оптимальном управлении движущей силой должно увеличиваться не более чем на 16.7%.

Из уравнения (2.15) найдем зависимость между скоростью движения и буксованием для ранее принятых значений. При этом будем считать  $P_K^0 = P_C^0$ ,  $K_3 = 0$ .

Тогда

$$|\Delta V_d| = \delta k_2 e^{k_1(t)}. \quad (2.24)$$

С учетом значений  $K_2$  и  $K_1(t)$  найдем:

$$|\Delta V_d| = \delta k l F_a e^{m - f_a C_1'} \approx 0.3 \delta \text{ м/с},$$

т.е. максимально возможное изменение скорости составляет 0.3 м/с на единицу буксования движителей ходовой системы. Видим, что буксование реального трактора превышает допустимое с точки зрения минимальных энергетических потерь в 19,5 раз. Снижение буксования при неустановившихся режимах движения может быть достигнуто путем увеличения значений коэффициента  $C_2$ , который характеризует главным образом тягово-сцепные качества трактора.



Рис. 2.1. Законы оптимального управления тягово-скоростным режимом при разгоне и трогании с места трактора "Беларус": 1, 1' - законы оптимального управления; 2, 2'; 3, 3' - законы управления трактора с одним (2, 2') и двумя (3, 3') ведущими мостами; 4, 4' - законы управления при блокировании межосевого привода и межколесных дифференциалов.

Так применение полноприводных тракторов, для которых значение коэффициента  $C_2$  увеличивается, примерно в 2 раза, буксование при трогании с места и разгоне приближается к оптимальному значению. В данном случае возможно изменение скорости движения на 0.6 - 1 м/с (рис. 2.1.). Дальнейшее улучшение динамических качеств МТА может быть обеспечено путем блокирования межколесных дифференциалов, снижения жесткости привода, установления оптимального закона вращения вала двигателя и ведущих колес при трогании с места и разгоне и других мероприятий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Альгин В.Б. Расчет и оценка машин как ресурсно-функциональной системы.// Современные методы проектирования машин. 2002. Том 1, с. 85-88;
2. Иващенко Н.И. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. - М.: "Машиностроение", 1978;
3. Ишлинский А.Ю. Теория сопротивления перекатыванию/Трения качения/ и смежных явлений.// Всесоюзная конференция по трению и износу в машинах. - М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1940. Т.2. с. 225-265;
4. Ксенович И.П. Аспекты экологического конструирования сельскохозяйственной техники и проблемы энергоресурсосбережения.// Современные методы проектирования машин. 2002. Том 1, с. 89-96;
5. Ксенович И.П. Основные направления развития сельскохозяйственной мобильной энергетики. - М.: ВИМ, 1999;
6. Кутьков Г.М. Тяговая динамика гусеничного сельскохозяйственного трактора при переменных (случайных) воздействиях. Докт. диссертация. - М., 1975;
7. Лефаров А.Х. Дифференциалы автомобилей и тягачей. - М.: "Машиностроение", 1972;
8. Львов Е.Д. Теория трактора. -