

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЭКОНОМИКЕ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Многочисленные потребности прикладных дисциплин (техники, экономики и др.) стимулировали постановку и рассмотрение класса экстремальных задач, получивших название задач оптимального управления. Многие исследуемые в экономике величины рассматриваются в агрегативном виде, что приводит к необходимости решения экстремальных задач, содержащих интегральные и дифференциальные характеристики.

Постановка задачи:

$$\int_0^4 (\dot{x}^2 + x) dt \rightarrow \text{int}; |\dot{x}| \leq 1, x(0) = 0$$

Приведем задачу к виду задач оптимального управления, введя управление U :

$$\int_0^4 (U^2 + x) dt \rightarrow \text{int}; \dot{x} = U, u \in [-1; 1], x(0) = 0$$

Функция Лагранжа:

$$F = \int_0^4 (\lambda_0(u^2 + x) + p(\dot{x} - u)) dt + \lambda_1 \cdot x(0)$$

Рассмотрим необходимые условия:

а) уравнение Эйлера для лагранжиана $L = \lambda_0(U^2 + x) + p(\dot{x} - U)$ имеет вид $-\frac{d}{dt}L_x + L_x = 0$, откуда $-\dot{p} + \lambda_0 = 0$;

б) трансверсальность по x для терминанта $l = \lambda_1 x(0)$, $L_x(0) = l_{x(0)}$, $L_x(4) = l_{x(4)}$, тогда $p(0) = \lambda_1$, и $p(4) = 0$;

в) оптимальность по U $\min (\lambda_0 u^2 - pu) = \lambda_0 \bar{u}^2 - p\bar{u}$ $u \in [-1; 1]$;

г) неотрицательность $\lambda_0 \geq 0$.

Если $\lambda_0 = 0$, от из а) $\dot{p} = 0$ и из б) $p = \lambda_1 = 0$. Полагаем $\lambda_0 = 1$, тогда из а) $\dot{p} = 1$, из б) $p = t - 4$, из в)

$$\bar{u} = \begin{cases} \text{sign} p, \left| \frac{p}{2} \right| \geq 1 \\ \frac{p}{2}, \left| \frac{p}{2} \right| < 1 \end{cases}, \dot{x} = \begin{cases} -1, 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{t}{2} - 2, 2 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

Интегрируя получаем:

$$\bar{x} = \begin{cases} -t + c_1, 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{t^2}{4} - 2t + c_2, 2 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

Из начального условия $x(0)$ выводим, что $c_1 = 0$, а из условия непрерывности в точке $t=2$ имеем $-2 = 1 - 4 + c_2$ и $c_2 = 1$. Таким образом:

$$\bar{x} = \begin{cases} -t, 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{t^2}{4} - 2t + 1, 2 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

Докажем с помощью непосредственной проверки, что функция \bar{x} доставляет абсолютный минимум в задаче. Для этого возьмем функцию h , непрерывную в области и такую, чтобы $\bar{x} + h$ была допустимой в задаче, т.е. $|\dot{x} + \dot{h}| \leq 1, h(0) = 0$. Имеем

$$\int_0^4 \left((\dot{\bar{x}} + \dot{h})^2 + \bar{x} + h \right) dt - \int_0^4 (\dot{\bar{x}} - \dot{x}) dt = 2 \int_0^4 (\dot{\bar{x}}) dh + \int_0^2 h dt$$

Интегрируя по частям в первом интеграле с учетом условий $h(0)=0, \dot{x}(4)=0$ и подставляя в найденный интеграл найденную функцию \bar{x} , разбивая отрезок интегрирования на два, получим величину $2 \int_0^2 h dt \geq 0$, т.к. $h(t) \geq 0$ при $t \in [0;2]$. Следовательно \bar{x} доставляет абсолютный минимум в задаче.

УДК 658.51.018

Л.В. Гринцевич

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ И СТИМУЛИРОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ РЕСУРСОВ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Предприятия Республики Беларусь имеют большие резервы производственных мощностей, на которых не выпускается достаточного количества конкурентоспособной продукции. Пониженный спрос на продукцию невысокого качества приводит к дефициту денежных средств на приобретение новой техники, покупку материальных ресурсов, выплату достойной заработной платы. Низкая заработная плата снижает интерес работников к результатам своего труда, что отражается в недоработках конструкции изделий, неэффективному маркетингу и отсутствию качественной рекламы, снижению трудовой дисциплины и т.д. Круг замыкается?

Да, если ждать помощи от кого-то извне – президента, политиков, развитых стран... Но ожидание может привести к ухудшению экономической ситуации. Решение проблемы зависит, прежде всего, от самих работников и руководителей предприятий. Среди белорусской продукции имеются образцы конкурентоспособных на внутреннем и внешнем рынках товаров: велосипеды, нижнее белье, летняя льняная одежда, кашемировые пальто, тракторы, холодильники, электроплиты, телевизоры. Но в то же время наблюдается недостаток потребительских товаров и услуг – стиральные автоматические машины, утюги, электронагреватели, электрические чайники, кофеварки и прочая бытовая техника. Эта продукция отечественных производителей существует на рынке, но низкие цены не оправдывают ее низкое качество. Выпуск дешевой и некачественной продукции приводит к перерасходу ресурсов, т.е. их неэффективному использованию. Реклама здесь не поможет, а только усугубит ситуацию.