УДК 621.81: 621 - 192

А. В. Кузьмин, П.П. Капуста

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СРОКОВ СЛУЖБЫ ДЕТАЛЕЙ КАК ФУНКЦИИ ПРЕДЕЛОВ ВЫНОСЛИВОСТИ С ЗАДАННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

При усталостных испытаниях образцов и деталей машин выявляется (например по данным В.П. Когаева), что числа циклов их нагружения до разрушения подчиняются логарифмически-нормальному закону распределения, а пределы выносливости σ_R - нормальному. Однако при проектировании деталей машин сроки их службы (и соответственно числа циклов нагружения до разрушения) являются неизвестными и их дискретные значения приходится определять как функцию σ_R с использованием одного из уравнений кривых многоцикловой усталости, например степенного уравнения Баскуина. При этом параметры и характер дифференциального закона (плотность) распределения чисел циклов нагружения остаются невыявленными. Вместе с тем, плотность распределения величины σ_R часто бывает известной

$$f(\sigma_R)=\frac{1}{\sigma_{\sigma_R}\sqrt{2\pi}}exp\left[-\frac{\left(\sigma_R-\overline{\sigma}_R\right)^2}{2\sigma^2_{\sigma_R}}\right]$$

Здесь $\overline{\sigma}_R$ - математическое ожидание (среднее значение) случайной величины;

$\sigma_R;\sigma_{\sigma_R}$ - среднеквадратическое отклонение σ_R (параметры нормального распределения;

σ_R σ_R и σ_{σ_R} для многих материалов приводятся в справочниках.

При ресурсном проектировании машин и их деталей представляет интерес, как будут распределятся сроки их службы(или числа нагружения до разрушения) при постоянных и переменных напряжениях. Из степенного уравнения Баскуина числа циклов нагружения N при напряжении σ есть функция σ_R

$$N=\psi(\sigma_R)=N_G(\frac{\sigma_R}{\sigma})^m,$$

где N_G – число циклов нагружений до перелома кривой усталости;

m- показатель степени; σ -расчетное напряжение.

Для некоторых типов нагружения, материалов и видов термообработки N_G и m определены и также приводятся в справочниках.

Для того, чтобы определить дифференциальную функцию (плотность) распределения N можно воспользоваться положением теории вероятностей, в соответствии с которым закон распределения функции $f(N)$ по известному распределению аргумента σ_R выглядит так:

$$fN)=(f[\varphi(N)]\varphi'(N),.$$

где $f[\varphi(N)]$ –плотность распределения функции $[\varphi(N)]$;

$\varphi(N)$- функция, обратная функции ψ(R),

$\varphi(N)=\sigma\left(N/N_G\right)^{1/m}$;

$\varphi'(N)$ -первая производная функции $\varphi(N)$, $\varphi'(N)$, равная

$$\varphi'(N) = \frac{\sigma}{mN_G^{1/m} \cdot N^{1-1/m}}$$

Для данного случая получим следующее выражение:

$$f(N) = \frac{1}{\sigma_{\sigma_R}\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{\left[\sigma(N/N_G)^{1/m}\right]}{2\sigma_{\sigma_R}^2}\right] \cdot \frac{\sigma}{mN_G^{1/m}N^{1-1/m}}$$

Очевидно, что эта функция распределения уже не будет нормальной.

Полагая $N_G, \bar{\sigma}_R, \sigma_{\sigma_R}, m$ постоянными можно построить кривые *f(N)* для различных значений σ в зависимости от одного аргумента- числа циклов нагружения *N* до разрушения детали. Воспользовавшись известной компьютерной программой Mathcad 8 получим в диапазоне N=$1{,}5 \cdot 10^5 \ldots 3{,}5 \cdot 10^6$ следующий график (рис. 1) для значений σ_R=126 Мпа, σ_{σ_R}=12 МПа, N_G=$2{,}2 \cdot 10^6$, m=4,09, σ=150 МПа (на графике *f(N)* обозначена как f(n)):

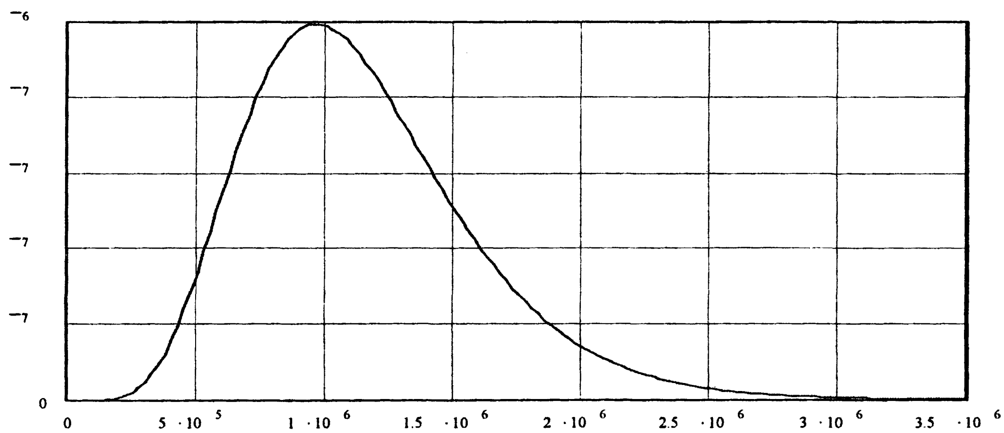


Рис.1. График *f (N)*

Как видим, кривая *f(N)* имеет правостороннюю (положительную) асимметрию, поскольку математическое ожидание $\bar{N}$ лежит правее моды, равной в данном случае ~$9 \cdot 10^5$ циклов. Математическое ожидание $\bar{N}$ для заданного диапазона чисел циклов $1{,}5 \cdot 10^5 \ldots 3{,}5 \cdot 10^6$ легко вычисляется по известному уравнению

$$\int_{1.5 \cdot 10^5}^{3.5 \cdot 10^6} n \cdot f(n)\,dn = 1.14 \cdot 10^6$$

Для определения дисперсии в этой же программе используем формулу:

$$\bar{N} = \int_{1{,}5 \cdot 10^5}^{3{,}5 \cdot 10^6} Nf(N)dN = 1{,}14 \cdot 10^6$$

Среднеквадратическое отклонение

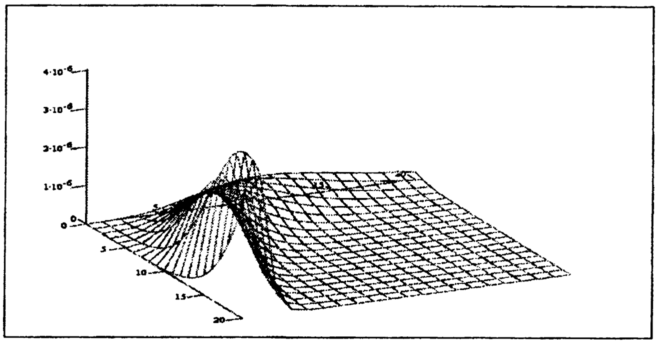
$$\sigma_N = \sqrt{\sigma_N^2} = 4{,}395 \cdot 10^5.$$

Коэффициент вариации

$$\upsilon_N = \sigma_N / \bar{N} = 4{,}395 \cdot 10^5 / 1{,}14 \cdot 10^6 = 0{,}385.$$

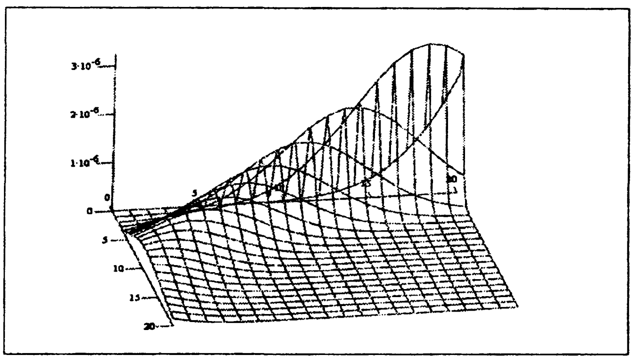
На рисунках 2, 3 показаны поверхностные графики функции *f(N, σ_R)*.

На графиках (Рис. 2 и 3) по координатным осям отложены: вертикальная ось Z – плотности распределения; горизонтальная ось X – числа циклов нагружения; ось $У$ – пределы выносливости.



M

Рис. 2. Поверхностный график функции $f(N,\ \sigma_R)$



M

Рис. 3. Поверхностный график функции $f(N,\ \sigma_R)$,
соответствующий левой части кривой усталости

На осях X и $У$ (Рис. 2 и 3) весь диапазон откладываемых величин-аргументов разбит на 20 участков и каждый из них включает соответствующий поддиапазон аргументов в порядке их возрастания.

УДК 621.185.532

С.Е. Бельский, Ф.Ф. Царук, А.В. Блохин

ПОРОГОВЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ – ВАЖНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Белорусский государственный технологический университет
Минск, Беларусь

Длительность и повышенная трудоемкость проведения усталостных испытаний конструкционных материалов вынуждают к поиску физических величин, позволяющих выявить закономерности протекания процесса усталостного повреждения и тем самым дать возможность прогнозировать поведение материала в поле переменных напряжений. В качестве одной из таких характеристик могут быть предложены пороговые напряжения, т.е. величины циклических напряжений, ниже которых не наблюдается принятыми методами исследований на выбранной базе испытаний изменений исследуемой