

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН НА ОСНОВЕ ДИФфуЗИОННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины
Киев, Украина*

Современный подход к оценке прочности и долговечности машин и конструкций при проектировании должен базироваться на вероятностных расчетах, учитывающих рассеивание характеристик свойств материалов, условий нагружения и эксплуатации. Вероятностные методы расчета безотказности и долговечности деталей машин в настоящее время интенсивно разрабатываются [1-4] и заменяют детерминированные расчеты по допускаемым напряжениям. Расчет на усталость вероятностными методами позволяет определить функцию распределения ресурса детали, т.е. наиболее полную характеристику надежности детали и на ее основе оценить средний ресурс, гамма-процентный ресурс, вероятность безотказной работы за заданную наработку, остаточный ресурс, определить потребный объем запасных частей и т.д.

Методология вероятностного подхода при расчете надежности деталей машин сводится к решению следующих задач: определение расчетных характеристик сопротивления усталости деталей; определение расчетных характеристик нагруженности деталей; определение функции распределения ресурса (долговечности) детали. Методы расчета сопротивления усталости деталей достаточно хорошо разработаны в настоящее время применительно к различным типовым деталям [1-3]. Весьма важным, но еще недостаточно разработанным представляется вопрос оценки и учета нагруженности деталей особенно при нерегулярном широкополосном процессе нагружения. Выделение амплитуд напряжений, учитываемых при накоплении усталостных повреждений, производят по-разному. Предложено несколько методов схематизации случайных процессов, целью которых является получение функции распределения амплитуд напряжений, эквивалентной данному случайному процессу по степени усталостного повреждения [1]. Ряд исследователей используют для описания распределения амплитуд различные непрерывные функции распределения: β -распределение [3], экспоненциальное [5], чаще всего нормальное [1-5].

Основным недостатком существующих подходов представляется использование в качестве теоретических моделей распределения случайных величин (амплитуд нагружения, коэффициента запаса прочности, долговечности) нормального и логарифмически нормального законов, принятых из соображений удобства, не имеющих физического обоснования и обладающих рядом отрицательных свойств в данном приложении. В настоящей работе предлагаются методы расчета надежности механических элементов на основе использования функции распределения, которая специально построена для описания изучаемого явления. При этом сохраняется методология оценки характеристик сопротивления усталости, но определение характеристик нагруженности и функции распределения ресурса (долговечности) предлагается осуществлять с использованием диффузионного распределения (*DM*-распределения), рекомендуемого [6] в качестве модели отказов для механических объектов.

Статическая модель надежности "нагрузка-прочность" (однократное нагружение). Как известно [7], применение модели надежности типа "нагрузка-прочность" для расчета статической прочности механических конструкций сводится к следующему: необходимо определить вероятность того, что прочность элемента (системы) u превышает

нагрузку (напряжение) x , действующую на элемент, т.е. случайная величина $\eta = y/x$ (коэффициент запаса прочности) связана с вероятностью безотказной работы (ВБР) элемента P следующим соотношением:

$$P = \text{Вер}\left\{\frac{y}{x} \geq 1\right\} = \text{Вер}\{\eta \geq 1\}, \quad (1)$$

При таком подходе задача сводится к оценке функции распределения случайной величины η . Учитывая универсальный характер функций диффузионных распределений, принимается гипотеза о том, что распределение случайной величины η имеет функцию типа DM -распределение, параметры которого просто определяются через средние значения и коэффициенты вариации случайных величин x и y при условии независимости последних:

$$F(\eta) = DM(\eta; s, \nu) = \Phi\left(\frac{\eta - s}{\nu\sqrt{s\eta}}\right), \quad (2)$$

где $\Phi(\cdot)$ - функция нормированного нормального распределения; $s = S_y / S_x$; $\nu = \sqrt{V_y^2 + V_x^2}$; S_y, S_x, V_y, V_x - соответственно средние значения и коэффициенты вариации случайных величин y и x .

Отметим, что ранее академик Н.С.Бернштейн [8] аналитически показал, что при условии положительности и нормальности случайных величин x и y и достаточно большом их отношении величина η имеет распределение вида (2).

Таким образом, искомая вероятность (1) с учетом (2):

$$P = \text{Вер}\{\eta \geq 1\} = \Phi\left(\frac{s - \eta}{\nu\sqrt{s\eta}}\right)\Bigg|_{\eta=1} = \Phi\left(\frac{s-1}{\nu\sqrt{s}}\right). \quad (3)$$

Динамическая модель "нагрузка-прочность" при многократном нагружении. Выше получена статическая модель зависимости надежности от распределений прочности и напряжения при однократном приложении нагрузки (3). Построим модель, позволяющую учитывать многократное приложение нагрузки и получить распределение наработки (ресурса) в зависимости от распределений прочности и нагружения.

Если предположить, что напряжение x_i и прочность y_i независимые случайные величины, тогда ВБР за N циклов нагружений:

$$P_N = P(\eta_1) \cdot P(\eta_2) \dots P(\eta_N) = \prod_{i=1}^N P(\eta_i), \quad (4)$$

где $P(\eta_i) = \text{Вер}\{\eta_i \geq 1\}$ - вероятность безотказной работы изделия в i -ом цикле.

В частности, если распределения случайных величин x и y не меняются с течением времени, а $P(\eta_i)$ определяется согласно модели (3), то

$$P_N = [P(\eta)]^N = \left\{ \Phi\left(\frac{s-1}{\nu\sqrt{s}}\right) \right\}^N, \quad (5)$$

Таким образом, располагая информацией (s, ν) , можно определить ВБР за заданное число циклов нагружения $N_{зад}$ или задаваясь уровнем $P_{зад}$ можно определить число циклов N или время.

Для того, чтобы на основании (5) определить полную характеристику - закон распределения наработки (ресурса), необходимо принять априори функцию распределения, которая бы достаточно хорошо описывала изучаемое явление и параметры которой можно определить на основе имеющейся информации. Принимая в качестве теоре-

тической модели распределения ресурса изделия при многократном нагружении DM -распределение, с учетом (5) можно записать выражение для функции распределения:

$$F(t) = DM(t; \mu, \nu) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{\nu \sqrt{\mu}}\right), \quad (6)$$

где $\mu = \ln 0,5 \left\{ N_E \ln \left[\Phi \left(\frac{S_y - S_x}{\sqrt{S_y S_x (V_x^2 + V_y^2)}} \right) \right] \right\}^{-1}$ - медиана распределения; N_E - число нагружений в

единицу наработки (час); t - наработка в часах; ν - коэффициент вариации ресурса.

Динамическая модель надежности при знакопеременном случайном нагружении.

В работе [9] приведена формализация закона распределения усталостной долговечности на основании анализа физических процессов накопления повреждений (развитие полос скольжения, пластической деформации, возникновение субмикротрещин, приращение усталостной трещины и др.) при знакопеременном случайном нагружении, где случайный процесс накопления повреждений при усталости представлен в виде непрерывного марковского процесса диффузионного типа, приводящий к функции распределения вида (6).

Конкретная физическая интерпретация параметров предлагаемого распределения открывает возможность для оценки параметров закона распределения усталостной долговечности, используя традиционные исходные данные. Медианное значение ресурса (параметр μ) можно определить, используя достаточно разнообразные методы расчета на основе кривых усталости. При этом порядок определения параметра масштаба сводится к следующему. Выделяют процессы разрушений (усталость при изгибе, кручении), приводящие к отказу или предельному состоянию детали, выбирают одну из возможных схем нагружения по каждому определяющему параметру. Далее определяют: параметры нагруженности (максимальную амплитуду напряжений $\sigma_{a_{\max}}(\tau_{a_{\max}})$, коэффициент вариации амплитуд напряжений ν_n); характеристики сопротивления усталости детали (предел выносливости $\sigma_{-10}(\tau_{-10})$ с учетом концентраторов напряжений, абсолютных размеров и качества обработки поверхности детали; показатель степени кривой усталости $m_\sigma(m_\tau)$ и абсциссу точки перелома кривой усталости N_G).

Учет нерегулярности нагружения осуществляется следующим образом. Если для описания распределения амплитуд напряжений (в том числе амплитуд в относительной форме $\sigma_a/\sigma_{a_{\max}}$) использовать DM -распределение, то достаточно просто может быть вычислен коэффициент эквивалентности циклов, который совпадает с начальным моментом m -го порядка закона распределения $f\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{a_{\max}}}\right)$, где m - показатель степени кривой усталости. И далее вычислить поправочные коэффициенты (a_1, a_m) , позволяющие учесть нерегулярность нагружения.

Основными статистическими характеристиками случайного процесса нагружения, на основании которых определяются коэффициенты (a_1, a_m) , являются среднее значение σ_a (или $\sigma_{a_{\max}}$) и коэффициент вариации амплитуд ν_n :

$$a_1 = \frac{1}{\sigma_{a_{\max}}} \int_0^{\sigma_{a_{\max}}} \sigma_a f(\sigma_a) d\sigma_a; \quad (7)$$

$$a_m = \frac{1}{\sigma_{a_{\max}}^m} \int_0^{\sigma_{a_{\max}}} \sigma_a^m f(\sigma_a) d\sigma_a. \quad (8)$$

Если принимается гипотеза, что распределение амплитуд нагружения (напряжения) описывается *DM*-распределением, то выражения (7) и (8) имеют следующие решения:

$$a_1 = 1 + v_n^2 U_q^2 / 2 - v_n U_q \sqrt{1 + v_n^2 U_q^2 / 4}; \quad (9)$$

$$a_m = \frac{a_1^m}{2} \left[\sum_{i=0}^m \frac{(m+i)! v_n^{2i}}{i!(m-i)! 2^i} + \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m-1+i)! v_n^{2i}}{i!(m-1-i)! 2^i} \right], \quad (10)$$

где U_q - квантиль нормированного нормального распределения уровня q ; q - доверительная вероятность оценки максимального значения ($\sigma_{a_{\max}}, F_{\max}, R_{\max}$); $m = INT [m_\sigma]$ или $m = INT [m_\tau]$; $INT[\cdot]$ - целая часть $[\cdot]$.

Статистические характеристики нагружения ($v_n, \sigma_{a_{\max}}$) определяют на основании анализа циклограмм по результатам тензометрирования.

При одномерном предельном состоянии (учет только изгибных напряжений или только напряжений кручения) параметр масштаба распределения (6) определяют как:

$$\mu_1 = \frac{K_p N_G}{N_E} (\sigma_{-1\sigma} / \sigma_{a_{\max}})^{m_\sigma} \quad \text{или} \quad (11)$$

$$\mu_2 = \frac{K_p N_G}{N_E} (\tau_{-1\sigma} / \tau_{a_{\max}})^{m_\tau}, \quad (12)$$

где K_p - коэффициент, учитывающий режим нагружения ($K_p = a_1 / a_m$); коэффициенты a_1 и a_m определяются согласно формулам (9) и (10).

Параметр формы (коэффициент вариации), как обобщенная характеристика процессов накопления повреждений и процессов распределения долговечности деталей машин, может быть оценен на основе многочисленных статистических данных об отказах аналогов. При отсутствии статистических данных можно использовать рекомендации по оценке коэффициентов вариации основных процессов разрушения, приведенные в [1,2,6,10].

Если оценены параметры распределения ресурса (долговечности) деталей, то это позволяет определить все основные показатели надежности.

Литература. 1. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени. М.: Машиностроение, 1993. 364 с. 2. Р 50-83-88. Рекомендации. Расчеты и испытания на прочность. Расчеты на прочность валов и осей. Введ.- 01.07.89. 3. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З. Надежность машин. М.: Высшая школа, 1988. 238 с. 4. Капур К., Ламберсон Н. Надежность и проектирование систем: Пер. с англ./ Под ред. И.А. Ушакова. М.: Мир, 1980. 604 с. 5. Хазов Б.Ф., Дидусев Б.А. Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования. М.: Машиностроение, 1986. 224 с. 6. ГОСТ 27.005-97 Надежность в технике. Модели отказов. Общие требования. Введ. - 01.01.99. 7. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. М.: Стройиздат, 1965. 280 с. 8. Бернштейн С.Н. О кривых распределения вероятностей // Собр.соч. т.4. М.: Наука, 1964. С.108-114. 9. Стрельников В.П. Приложение теории марковских процессов к исследованию усталостной долговечности // Проблемы прочности. 1986. №2. С. 13-17. 10. Борисов Ю.С., Кугель Р.В. Выбор коэффициентов вариации ресурсов при прогнозе усталостной долговечности деталей на стадии проектирования // Труды НАТИ. Вып.241. М. 1975. С.31-36.