

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5
Способ реверсирования	Механический реверс	Обратный наклон гидронасоса	Механический реверс с кулачковой муфтой	Механический реверс с фрикционной муфтой
Число диапазонов	8	2	4	4
Переключение диапазонов	Кулачковой муфтой при синхронизации оборотов	Синхронизированными муфтами	Блокировка звеньев планетарного ряда кулачковой муфтой	Блокировка звеньев планетарного ряда фрикционной муфтой
Число планетарных механизмов	2	1	3	4
Максимальная гидравлическая мощность, %	33	100	50	30-45
100% механическое передаточное число, км/ч Задний ход	1,7; 2,8; 4,6; 7,7; 12,9; 21,4; 35,7	24; 38	4,4; 12,9;	3; 9; 18; 36;
100% механическое передаточное число, км/ч Передний ход	1,7; 2,8; 4,6; 7,7; 12,9; 21,4; 35,7	32; 50;	2,9; 8,4; 16,5; 30,9;	3; 9; 18; 36;

УДК 629.114.2:62-585.23

Ю.М. Захарик, А.Р. Торгонский, А.М. Захарик

ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСМИССИИ АВТОБУСА ГОРОДСКОГО ТИПА

*Минский автомобильный завод
Минск, Беларусь*

При исследовании динамических процессов, связанных с передачей крутящего момента через трансмиссию автомобиля, необходимо стремиться к наиболее полному соответствию построенной модели реальным механизмам. Поэтому очень важен учёт всех факторов, влияющих на динамическое поведение составляющих узлов. Для детального изучения процессов, происходящих при передаче крутящего момента от входного фланца ведущего моста, схема которого изображена на рис. 1, до колёс построена динамическая модель, учитывающая не только крутильные колебания, но и поперечные перемещения ведущей шестерни левого и правого бортового редукторов

ведущего моста, что позволяет исследовать динамику зубчатых колёс в наиболее полном объёме.

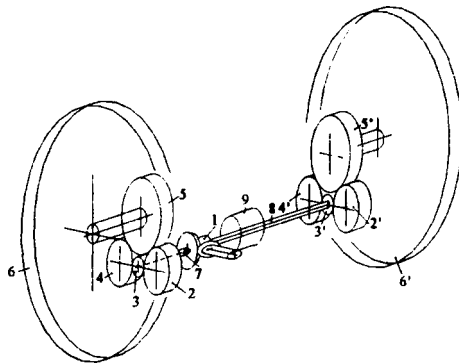


Рис. 1 Схема ведущего моста.

На рис. 1 условно показаны

- 1 – дифференциал, ведущая и ведомая шестерни главной пары,
- 2 и 4 – сателлиты бортового редуктора
- 3 – ведущая шестерня,
- 5 – ведомая шестерня
- 6 – ведущее колесо,
- 7 – малая полуось,
- 8 – большая полуось.

Штрихи при номерах позиций рис. 1 относятся к правому борту ведущего моста.

В результате анализа конструкции и процессов, происходящих при передаче крутящего момента, можно выделить следующие колебательные системы бортового редуктора:

- крутильные колебания происходят вокруг осей симметрии валов и маховых масс при передаче крутящего момента. При этом учитываются крутильная жесткость и моменты инерции вращающихся масс относительно осей вращения
- поперечные колебания ведущей шестерни. Полуось, обладая поперечной жесткостью совместно с ведущей шестерней, которая имеет взаимосвязанную подвижность в пределах боковых зазоров зацепления, составляют колебательную систему, в которой перемещение по горизонтали и по вертикали носят повторяющийся, периодический характер.

Приведенная схема динамической системы автобуса с ведущим мостом, для которой проводилось моделирование, показана на рис. 2. На данной схеме условно обозначены подвижность в продольной и поперечной плоскостях ведущей шестерни бортового редукторов в виде подпружиненных масс с параметрами C_3, C_3' .

На рис. 2 также обозначены приведенные к валу ведущей шестерни бортового редуктора моменты инерции:

- I_1 – вращающихся деталей двигателя, сцепления и коробки передач;
- I_2 – ведущей шестерни и дифференциала редуктора;
- I_3 и I_3' - бортовых передач левой и правой стороны, состоящих из ведущей шестерни, 2-х сателлитов и ведомой шестерни;
- I_4 и I_4' - тормозного барабана и колеса;
- I_5 – инерционной массы картера моста и деталей, жестко с ним связанных;
- I_6 – инерционной массы маховика, эквивалентного поступательно движущемуся автомобилю;

и приведенные податливости:

- e_{12} – карданного вала;

- $e_{23'5}$ – правой полуоси;
- e_{235} – левой полуоси;
- $e_{345}, e_{3'4'5}$ – вала привода ступиц;
- e_p – реактивного звена;
- $e_{46}, e_{4'6}$ – шин.

Дифференциальные уравнения, описывающие колебания принятой динамической схемы, могут быть получены на основании либо принципа Даламбера, либо уравнений Лагранжа. Учитывая то, что последние являются наиболее общими, для динамического моделирования будем пользоваться дифференциальными уравнениями Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (1)$$

где q_i – обобщенная i -я координата

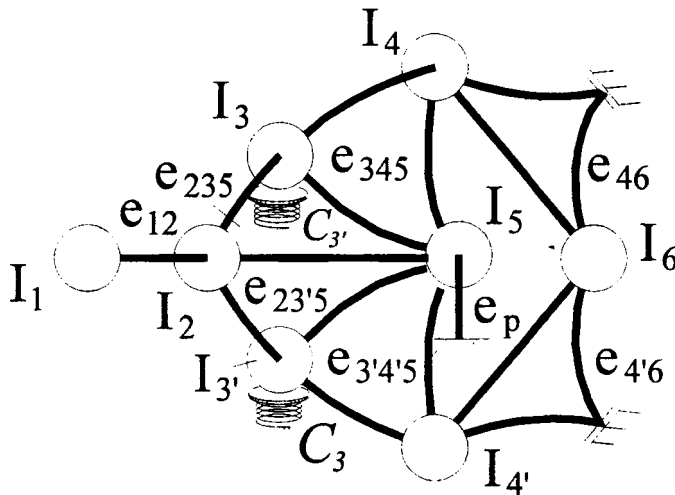


Рис. 2 Схема динамической системы городского автобуса.

\dot{q}_i – производная обобщенной координаты по времени

$$L = E_k - E_p;$$

кинетическая энергия

$$E_k = \sum_{i=1}^k \frac{I_i \dot{q}_i^2}{2} \quad (2)$$

потенциальная энергия

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k c_{ij} (q_i - q_j)^2 \quad (3)$$

I_i – момент инерции i -той массы

c_{ij} – коэффициент жесткости соединений масс

диссипативная функция

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k r_{ij} (\dot{q}_i - \dot{q}_j)^2 \quad (4)$$

r_{ij} – коэффициенты сил трения

Q_i – внешние обобщенные силы или моменты сил.

Если рассматривать свободные колебания и принимать, что

$$E_k = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2, \quad E_p = \frac{1}{2} c \varphi^2, \quad \Phi = k \dot{\varphi}^2,$$

то, производя соответствующие преобразования, можно получить систему дифференциальных уравнений для динамической модели трансмиссии.

Уравнение (1) можно переписать в матричной форме:

$$[A]\{\ddot{q}\} + [B]\{\dot{q}\} + [C]\{q\} = \{Q\} \quad (5)$$

где $[A], [B], [C]$ - квадратные матрицы с постоянными коэффициентами;

$\{q\}, \{\dot{q}\}, \{\ddot{q}\}$ вектор обобщенных координат и соответственно векторы 1-й и 2-й производных.

Можно показать, что уравнение n -ой подсистемы ($n=1\dots k$), где k - количество подсистем, будут иметь структуру, аналогичную (1). Тогда для n -ой подсистемы

$$[A]_n\{\ddot{q}\}_n + [B]_n\{\dot{q}\}_n + [C]_n\{q\}_n = \{Q\}_n$$

Объединив k систем уравнений в одну, получим систему, которую назовем вспомогательной. В ней $\{q\}_0$ - это вектор $\{q\}$, расширенный компонентами l -мерного массива $\{q\}_i$ избыточных координат

$$[A]_0\{\ddot{q}\}_0 + [B]_0\{\dot{q}\}_0 + [C]_0\{q\}_0 = \{Q\}_0 \quad (6)$$

где $[A]_0, [B]_0, [C]_0$ - квадратные матрицы размера $n+1$. В этих матрицах элементы - постоянные коэффициенты, полученные с помощью уравнений, аналогично (1), причем связи между избыточными и основными координатами не учтены. Для того, чтобы учесть связь между ними необходимо составить уравнение Лагранжа 2-го рода с неопределенными множителями:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_0}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L_0}{\partial q_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} = Q_{oi} + \sum_{\rho=1}^l \lambda_{\rho} \frac{\partial f_{\rho}}{\partial q_i} \quad (i=1\dots n+1) \quad (7)$$

Здесь L_0 и Φ_0 - кинетическая, потенциальная и диссипативная функции вспомогательной системы

λ_{ρ} - неопределенный множитель Лагранжа

Q_{oi} - обобщенная возмущающая сила.

Чтобы от системы (7) прийти к системе (1), следует исключить из нее избыточные координаты и множители. Методы машинного упрощения данной системы без использования матричных преобразований довольно широко освещен в литературе. При этом предполагается, что все множители Лагранжа, кроме λ_{ρ} -го равны нулю и существует только одно ρ -е уравнение связи с одной избыточной координатой q_e .

Тогда (7) можно преобразовать, учитывая

$$\sum_{\rho=1}^l \lambda_{\rho} \frac{\partial f_{\rho}}{\partial q_i} = \left\{ \frac{\partial f_{\rho}}{\partial q_i}, \dots, \frac{\partial f_{\rho}}{\partial q_e}, \dots, \frac{\partial f_{\rho}}{\partial q_{n+1}} \right\}^T \lambda_{\rho}, \quad (8)$$

где элементы матрицы в правой части получены из уравнения связей

$$f_{\rho} = q_e + \sum_{i=1}^n \alpha_{\rho i} q_i = 0 \quad (9)$$

q_e - избыточная координата

$\alpha_{\rho, i}$ - постоянный коэффициент.

Тогда, продифференцировав выражение (9), получим:

$$\begin{aligned} \dot{f}_{\rho} &= \dot{q}_e + \sum_{i=1}^n \alpha_{\rho i} \dot{q}_i = 0 \\ \ddot{f}_{\rho} &= \ddot{q}_e + \sum_{i=1}^n \alpha_{\rho i} \ddot{q}_i = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Из (9) и (10) можно выразить обобщенную координату q_e и производные, которые с учетом (8) можно подставить в (7). Тогда получим

$$[A]_e \{\ddot{q}\}_0 + [B]_e \{\dot{q}\}_0 + [C]_e \{q\}_0 = \{h\}_0 + \{d\} \lambda_p \quad (11)$$

где $\{Q\}_0$ - столбец, составленный из объединенных возмущающих сил,

$[A]_e, [B]_e, [C]_e$ - матрицы размера $n+1 \times n+1$, полученные преобразованием матриц $[A]_0, [B]_0, [C]_0$.

При этом в каждой матрице проверяется l -тый столбец. При обнаружении ненулевого значения рассматривают строки с данными элементами и добавляют к элементам каждой строки дополнительный коэффициент $\beta_{ij} = C_{ij} \lambda_{pj}$,

где C_{ie} - ненулевой элемент в проверяемом столбце

λ_{pj} - коэффициент при той координате уравнения связей, номер которой совпадает с номером рассматриваемого элемента в i -й строке.

Для исключения множителя λ_p используется l -е уравнение (5) при $j=1$ и $l=1 \dots$

$$\lambda_p = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_0}{\partial q_e} \right) - \frac{\partial L_0}{\partial q_e} - \frac{\partial \Phi_0}{\partial \dot{q}_e} - Q_{0e} \quad (12)$$

Полученное из выражения (12) значение λ_p подставляем в (11).

Получим:

$$[A]_\lambda \{\ddot{q}\}_0 + [B]_\lambda \{\dot{q}\}_0 + [C]_\lambda \{q\}_0 = \{h\}_\lambda \text{ с отсутствующими } q_e \text{ и } \lambda_p,$$

где $[A]_\lambda, [B]_\lambda, [C]_\lambda$ - квадратные матрицы, полученные из (11) после добавления к их членам коэффициентов $\omega_{ij} = C_{ee} \alpha_{\rho i} \alpha_{\rho j}$,

где C_{ee} - e -й диагональный элемент $\alpha_{\rho i}, \alpha_{\rho j}$ - коэффициенты при тех координатах уравнения (9), номер которых соответствует номеру проверяемой строки и столбца соответственно.

В матрице $[C]_e$ проверяют e -ю строку. Если встречается ненулевой элемент рассматривают столбец с этим элементом. К тем элементам столбца, номера которых совпадают с номерами входящих в уравнение (9) координат, кроме q_e добавляют координаты $\mu_{ij} = -C_{ei} \alpha_{\rho k}$,

где C_{ei} - ненулевой элемент в проверяемой строке,

$\alpha_{\rho k}$ - коэффициент при той координате уравнения (9), номер которой совпадает с номером рассматриваемого элемента столбца.

Тогда окончательно получится следующая система уравнений

$$[A]_\lambda \{\ddot{q}\}_1 + [B]_\lambda \{\dot{q}\}_1 + [C]_\lambda \{q\}_1 = \{h\}_1 \quad (13)$$

В результате проведённых преобразований получим матрицы для обобщенных координат

$$\begin{aligned} \{q\}_1 &= \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, x_3, y_3, \varphi_4, \varphi_5, x_3, y_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6\}^T \\ \{h\}_1 &= \left\{ 0, 0, M_{3\text{вц}} - \frac{R_{3\text{вц}}}{R_{3\text{вд}}}, F_{x3} + \frac{1}{R_{3\text{вд}}} M_{3\text{вд}}, F_{y3} + \frac{tg\alpha}{R_{3\text{вд}}} M_{3\text{вд}}, 0, M_{3'\text{вц}} - \frac{R_{3\text{вц}}}{R_{3\text{вд}}}, \right. \\ &\quad \left. F_{x3'} + \frac{1}{R_{3'\text{вд}}} M_{3'\text{вд}}, F_{y3'} + \frac{tg\alpha}{R_{3'\text{вд}}} M_{3'\text{вд}}, 0, 0, 0 \right\}^T \end{aligned}$$

Подставляя сформированные матрицы $[A]_1$, $[B]_1$, $[C]_1$ в уравнение (7), можно получить матрицы дифференциальных уравнений динамической модели трансмиссии автобуса.

Построение амплитудно-частотной характеристики является завершающей стадией создания динамической модели. Использование при этом взаимодействующих модулей кинематики и динамики позволяет исследовать нагруженность зубчатых передач.

Алгоритм упрощённой программы с блоком построения АЧХ приведён на рис. 3.

Исходные данные, общие для первичной формулировки задачи, устанавливаются в блоке 2.

В блоке 3 осуществляется поворот ведущего звена бортового редуктора на определенный угол $\Delta\varphi$, расчёт усилий в зацеплениях, установка на соответствующие углы зубчатых колес.

В блоке 4 осуществляется расчёт динамических показателей исследуемого агрегата

$$\Delta M, M_{\max}, K_d = \frac{M_{\max}}{M_{кр}}, K_d = \max\{K_{d_i}\}$$

В блоке 5 рассчитывается текущее время.

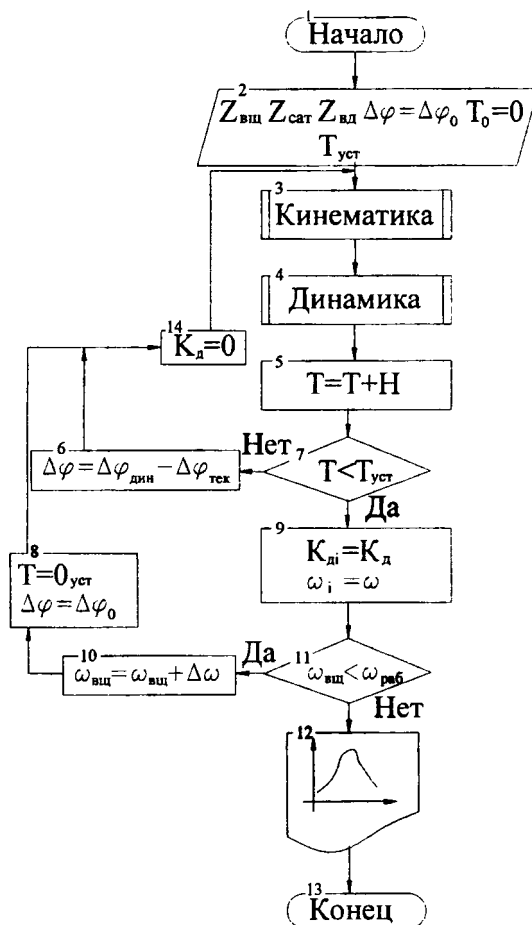


Рис. 3. Алгоритм построения АЧХ.

Вычисление угла поворота зубчатого колеса осуществляется в блоке 6. Определение времени установившегося динамического процесса происходит в блоке 7. Для заданного ω_1 сохранение коэффициента динамичности происходит в блоке 9. В блоке

10-11 осуществляется определение рабочей частоты агрегата. Блок 12 служит для вывода рассчитанной АЧХ на экран в текстовом или графическом виде.

Построение АЧХ является окончательным этапом формирования кинематическо-динамической модели трансмиссии. Следующий шаг на пути построения оптимальной конструкции – исследование динамических характеристик узлов трансмиссии.

Исследование динамических характеристик проводилось для городского автобуса с низким уровнем пола.

На рис 4 приведена АЧХ бортового редуктора с явно выраженной зоной резонанса (т. А), построенная для автобуса снаряжённой массы (кривая 1) и автобуса полной массы (кривая 2). Точки В графика, являющиеся характерными точками вторичного резонанса, связаны в значительной мере с соотношением параметров левой и правой частей ведущего моста.

Возможность построения зависимости динамической нагруженности деталей бортового редуктора от системы позволяет создавать такие трансмиссии, у которых резонансные явления отсутствуют или же снижены настолько, что не представляют опасности для долговечности её агрегатов.

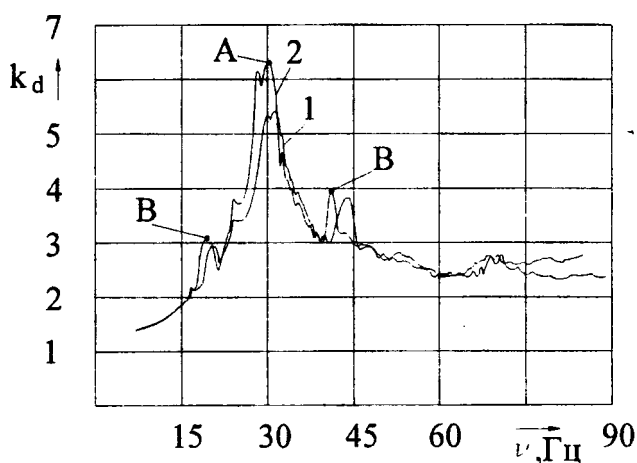


Рис. 4 Амплитудно-частотная характеристика бортового редуктора.

УДК 629.114.2:62-585.23

Е.Н. Левковский

О РАСШИФРОВКЕ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЁС

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

1. Введение. На практике представляет интерес оценка или расшифровка параметров зубьев колёс, чертежи которых отсутствуют, по их образцам и корпусу передачи. Такие случаи имеют место при ремонте машин, при изготовлении машины по образцу, на лабораторных занятиях по изучению конструкции редукторов в процессе изучения дисциплины “Детали машин”. Некоторые сведения о расшифровке цилиндрических эвольвентных зубчатых передач даны в монографии [1]. Методы измерений эвольвентных зубчатых передач и способы приблизительной оценки параметров исходного контура изложены в книге [4]. Уравнения профиля зубьев цилиндрических ко-