

КИНЕМАТИКА ШАРНИРНО-РЫЧАЖНЫХ ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКОВ С ВЕДУЩИМ ПОЛНОБОРОТНЫМ ШАТУНОМ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

К числу шарнирно-рычажных четырехзвенников с ведущим полнооборотным шатуном относятся двухкоромысловый и коромыслово-ползунный механизмы. Полный проворот шатуна в четырехшарнирном механизме возможен при условиях, что он является самым коротким звеном, а сумма наименьшего и наибольшего из звеньев меньше суммы двух других звеньев. При этом наибольшим может быть любое из других звеньев, например, одно из коромысел или стойка. Полный проворот шатуна в дезаксиальном коромыслово-ползунном механизме имеет место, если длина $l_{ш}$ шатуна меньше длины l_k коромысла, но больше или равна разности длин l_k коромысла и дезаксиала (смещения линии действия ползуна относительно опоры коромысла) "е" во всех положениях механизма.

Примером конструктивного исполнения шарнирного четырехзвенника с ведущим шатуном может служить механизм вентилятора (рис.1).

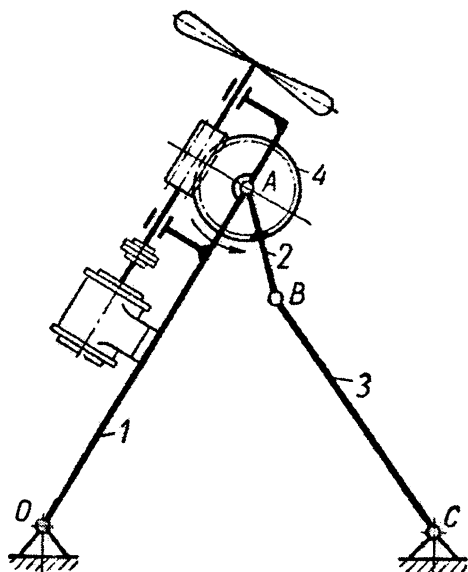


Рис. 1 Механизм вентилятора
1-опорное кормысло;
2-ведущий полнооборотный шатун, жестко скрепленный с приводным червячным колесом 4;
3-свободное кормысло

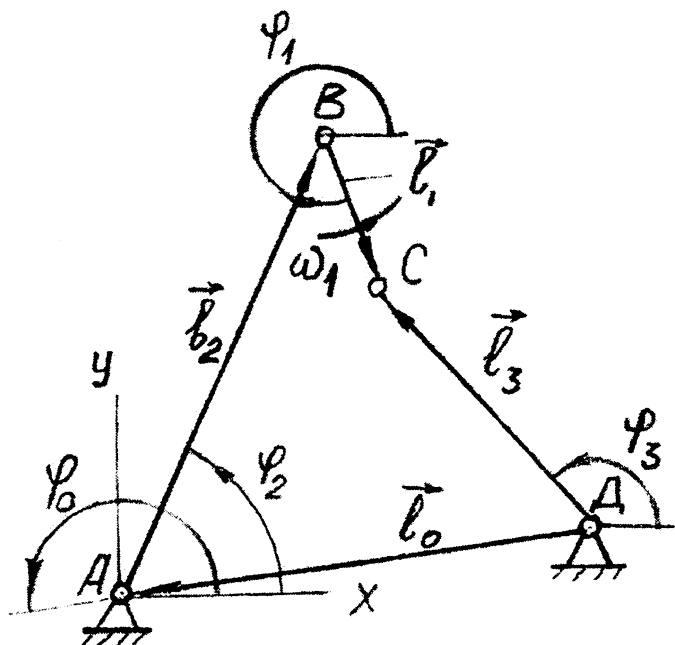
В соответствии с представленной конструкцией одно из ведомых коромысел, на котором размещается привод поворота шатуна, будем называть опорным, а второе – свободным, или исполнительным, так как это звено может быть использовано для рабочего воздействия или передачи движения другому звену кинематической цепи. Очевидно, что, с точки зрения габаритных возможностей для размещения приводного механизма, в качестве опорного лучше использовать более длинное коромысло.

Расчетная схема двухкоромыслового механизма дана в обобщенном виде, т.е. с учетом возможности расположения опор коромысел на разных высотных уровнях (рис.2). Звенья механизмов представлены в виде векторов $\vec{l}_0, \vec{l}_1, \vec{l}_2$ и \vec{l}_3 , причем с целью унификации математических зависимостей, которые будут получены нами, и ранее выведенных [2] в результате кинематического анализа кривошипно-коромыслового механизма, номер 1 присвоен ведущему шатуну, а номер 2 – одному из коромысел, например, левому (опорному). Кроме того с целью удобства отсчета углов качания коромысел 1 и 3, (лучше, когда углы φ_1 и φ_3 находятся в первой и второй четвертях) вектора \vec{l}_1 и \vec{l}_3 показаны выходящими из неподвижных точек. Вектор \vec{l}_1 естественно показать исходящим из опорного коромысла 2. Измерение углов будем производить в соответст-

венных положениях механизма. Вектор \vec{l}_2 показан выходящим из точки A, а вектор \vec{l}_3 – из точки C. Вектор \vec{l}_0 – это вектор, соединяющий опорные точки O и C. Вектор \vec{l}_1 – это вектор, соединяющий опорную точку O и точку A. Вектор \vec{l}_2 – это вектор, соединяющий точку A и точку B. Вектор \vec{l}_3 – это вектор, соединяющий точку C и точку B.

вии с правой системой координат, т.е. положительным будет считаться направление измерения против хода часовой стрелки.

Рис. 2 Двухкоромысловый механизм с ведущим полнооборотным шатуном l_1



Перейдем к определению функций положения ведомых звеньев исследуемого двухкоромыслового механизма. Отметим при этом, что в настоящее время наиболее экономным способом нахождения функций $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1)$ и $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1)$ кривошипно-коромыслового механизма является поиск φ_2 и φ_3 через вспомогательный угол φ_s (\vec{s} — переменный по модулю и углу наклона диагональный вектор) и углы φ_{2s} между векторами \vec{l}_2 и \vec{s} и φ_{3s} между векторами \vec{l}_3 и \vec{s} . Однако для двухкоромыслового механизма, у которого ведущим является шатун, такой путь решения проблемы является неприемлемым, т.к. при проектировании векторного уравнения

$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_s$ или $\vec{l}_0 + \vec{l}_3 = \vec{l}_s$ на оси координат xAy уравнения проекций будут содержать три неизвестных параметра: модуль S и угол φ_s наклона переменного диагонального вектора, а также угол поворота одного из ведомых коромысел (φ_1 или φ_3), что больше числа уравнений проекций.

Поэтому более целесообразным для случая двухкоромыслового механизма будет использование полного четырехвекторного контура $\vec{l}_0, \vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$, рассмотрение которого дает следующее векторное уравнение:

$$\vec{l}_0 + \vec{l}_2 + \vec{l}_1 = \vec{l}_3 \quad (1)$$

Проектируя (1) на оси x и y выбранной системы координат xAy , получим:

$$l_0 \cos \varphi_0 + l_2 \cos \varphi_2 + l_1 \cos \varphi_1 = l_3 \cos \varphi_3 \quad (2)$$

$$l_0 \sin \varphi_0 + l_2 \sin \varphi_2 + l_1 \sin \varphi_1 = l_3 \sin \varphi_3 \quad (2^1)$$

В данной системе уравнений длины звеньев $\vec{l}_0, \vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$, а также установочный угол φ_0 являются постоянными величинами. Угол φ_1 — обобщенная координата, значения которой задаются, поэтому неизвестными являются только два параметра — это углы поворота опорного φ_2 и свободного φ_3 коромысел.

Для сокращения записи уравнения (2) и (2¹) можно представить в виде

$$l_2 \cos \varphi_2 = l_3 \cos \varphi_3 - b \quad (3)$$

$$l_2 \sin \varphi_2 = l_3 \sin \varphi_3 - a \quad (3^1)$$

где параметры $b = l_0 \cos \varphi_0 + l_1 \cos \varphi_1$ и $a = l_0 \sin \varphi_0 + l_1 \sin \varphi_1$ представляют собой группировки слагаемых с известными (l_0, l_1, φ_0) и задаваемыми (φ_1) значениями.

Если уравнения (3) и (3¹) возвести в квадрат, а затем сложить, то придем к выражению

$$l_3^2 + b^2 + a^2 - l_2^2 - 2bl_3 \cos \varphi_3 - 2al_3 \sin \varphi_3 = 0$$

Введя обозначения

$$A = \frac{a + b^2 + l_3^2 - l_2^2}{2bl_3} \quad \text{и} \quad B = \frac{a}{b}$$

последнее уравнение можно представить в виде

$$A - \cos \varphi_3 = B \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_3}$$

После возведения в квадрат, получаем

$$A^2 - 2A \cos \varphi_3 + \cos^2 \varphi_3 = B^2 (1 - \cos^2 \varphi_3)$$

или

$$(1 + B^2) \cos \varphi_3 - 2A \cos \varphi_3 + A^2 - B^2 = 0 \quad (4)$$

Решение квадратного уравнения (4) дает

$$\cos \varphi_3 = \frac{1}{1 + B^2} \left[A \pm B \sqrt{1 - A^2 + B^2} \right]$$

Откуда получаем два возможных значения угла φ_3

$$\varphi_3 = \arccos \left\{ \frac{1}{1 + B^2} \left[A + B \sqrt{1 - A^2 + B^2} \right] \right\} \quad (5)$$

и

$$\varphi_3 = \arccos \left\{ \frac{1}{1 + B^2} \left[A - B \sqrt{1 - A^2 + B^2} \right] \right\}, \quad (5')$$

что реально соответствует двум возможным сборкам механизма.

При необходимости угол поворота опорного звена 2 можно определить по одному из уравнений (3) или (3¹), например,

$$\varphi_2 = \arccos \frac{l_3 \cos \varphi_3 - b}{l_2} = \arccos \frac{l_3 \cos \varphi_3 - l_0 \cos \varphi_0 - l_1 \cos \varphi_1}{l_2}$$

Угловые скорости звеньев 2 и 3 могут быть найдены путем дифференцирования исходных уравнений (2) и (2¹) по обобщенной координате φ_1

$$l_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \sin \varphi_2 + l_1 \sin \varphi_1 = l_3 \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} \sin \varphi_3$$

$$l_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \cos \varphi_2 + l_1 \cos \varphi_1 = l_3 \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} \cos \varphi_3$$

Полученные уравнения идентичны известным [2], что дает основание не производить дальнейших преобразований, а при расчете угловых скоростей и ускорений двухкоромыслового механизма использовать соответствующие уравнения, выведенные для кривошипно-коромыслового механизма. Идентичность зависимостей для расчета угловых скоростей и ускорений ведомого (исполнительного) коромысла при ведущем

кривошипе и ведущем шатуне говорит о том, что характер движения ведомого коромысла не зависит от того, является ли ведущим кривошип, или полнооборотный шатун.

Расчетная схема коромысло-ползунного дезаксиального механизма представлена на рис. 3.

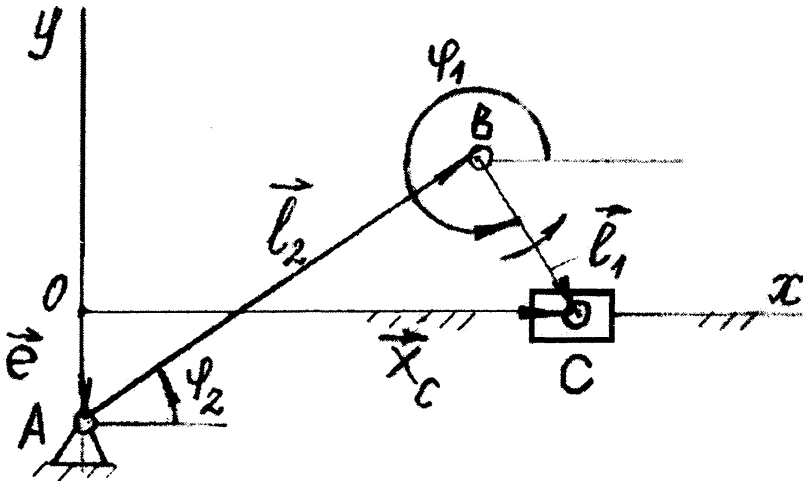


Рис. 3 Коромысло-ползунный механизм с полнооборотным шатуном l_1

Здесь также с целью унификации кинематических соотношений номер 1 присвоен полнооборотному шатуну, а номер 2 – качающемуся коромыслу. Представим механизм в виде векторного контура $\vec{e}, \vec{l}_2, \vec{l}_1, \vec{x}_c$. На его основе можно записать векторное уравнение

$$\vec{e} + \vec{l}_2 + \vec{l}_1 = \vec{x}_c, \quad (6)$$

проектируя которое на оси координат xAy , получим

$$l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = x_c \quad (7)$$

$$e + l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 = 0 \quad (7')$$

Уравнения (7) и (7') идентичны известным [2], в связи с чем при анализе коромысло-ползунных механизмов, можно использовать соответствующие зависимости для кривошипно-ползунного механизма. Это говорит о том, что закон движения ведомого ползуна не изменяется от того, является ли ведущим кривошип или полнооборотный шатун.

Литература. 1. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. М. "Машиностроение", 1969.- 584 с. 2. Шимкович А.А. Механика. Минск, "Вышэйшая школа", 1969 – 384 с.