

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

*Политехника Свентокшистская в Кельцах, Польша
Беларусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

1. ВВЕДЕНИЕ

При проектировании механических приводов обычно возникает необходимость расчета и выбора основных параметров зубчатых передач, а также выполнения чертежей узлов и деталей привода.

Существующие методики и рекомендации к расчетам [1, 2], программное обеспечение расчетов [3, 4, 9], нормы на прочностной расчет цилиндрических эвольвентных передач [5], которые используются „матерыми” редукторщиками, не всегда удовлетворяют потребностям студентов технических ВУЗов, впервые приступающим к прочностным расчетам. Требуется рекомендаций также выбор параметров передачи при вычисленном диаметре шестерни (межосевом расстоянии) или длине образующей конуса. На протяжении ряда лет студенты Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach и других ВУЗов Польши пользуются разработками автора [6, 7], которые в 2001 и 2002 году увидели свет в русскоязычном варианте [8]. Эти разработки базируются на нормах ISO [10, 11, 12], полностью соответствуют [5] и предназначены для использования языка MathCAD, специфика которого состоит в программировании расчетов непосредственно в процессе их выполнения, что в какой-то мере позволяет осмысливать результаты выполненной работы и влиять на конечный результат, а не использовать готовый результат, не имея практически на него никакого влияния.

Что касается выполнения чертежей узлов и деталей привода, в особенности чертежей зубчатых колес, то и здесь имеется большая недоработка высшей школы перед студентами.

ВОПРОСЫ ПРОЧНОСТНОГО РАСЧЕТА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

2.1. Как известно, прочностной расчет цилиндрических закрытых передач, следуя [1, 2, 5, 10], выполняется из условия предотвращения *pittinga* зубьев. Условие контактной прочности зубьев для проектного расчета имеет вид $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$, (1)

откуда определяется диаметр шестерни или межосевое расстояние с последующим выбором параметров передачи и проверкой:

- расчетных контактных напряжений

$$\text{(условие прочности } \sigma_H \leq \sigma_{HP} \text{ - проверочный расчет)} \quad (2)$$

- предотвращения усталостного излома зубьев

$$\text{(условие прочности } \sigma_F \leq \sigma_{FP} \text{ - проверочный расчет),} \quad (3)$$

- предотвращения пластической деформации зубьев при перегрузках

$$\text{(условие прочности } \sigma_{H \max} \leq \sigma_{Hgr} \text{ - проверочный расчет),} \quad (4)$$

- предотвращения статического излома зубьев при перегрузках

$$\text{(условие прочности } \sigma_{F \max} \leq \sigma_{Fgr} \text{ - проверочный расчет).} \quad (5)$$

Расчет выполняется либо относительно диаметра шестерни d_{w1} , либо относительно межосевого расстояния a_w (2 методики).

Исходными данными являются – крутящий момент на шестерне T_1 или зубчатом колесе T_2 , Н.м; допускаемые напряжения; передаточное число u , схема передачи и условия ее работы.

Вопрос – в качестве исходных данных использовать T_1 или T_2 ? Методики [1] используют и одну величину и другую, не уточняя какой момент и когда использовать. Учитывая, что привод проектируется для потребителя (заданы выходные данные привода), а также анализируя техническую документацию НИИредуктора (г. Киев), Майкопского редукторного завода, завода REDOR (m. Bielsko-Biała, Польша) можно сделать однозначный вывод - расчетные методики должны быть построены относительно T_2 , что и отмечено в ГОСТе [5]. Поэтому издание [8] полностью откорректировано на использование в расчетах момента на зубчатом колесе T_2 . На результат расчета это никакого влияния не оказывает, но вносит определенную организацию в методики расчета.

В зависимостях (1, 2, 3) [1, 2] не учтен характер изменения внешней нагрузки (внешняя динамика привода), что учитывается коэффициентом k_A , значения которого определены ГОСТом [5]. Характер изменения внешней нагрузки, как правило, не учитывается циклограммой внешних нагрузок.

В связи с этим зависимость (1) для определения расчетного диаметра шестерни целесообразно представлять в виде

$$d_1' = K_d \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta} K_A (u+1)}{\phi_{bd} \sigma^2_{HP} u^2}} 10^3, \text{ мм} \quad (6)$$

где $K_d = 77,0$ – для прямозубых передач;

$K_d = 67,5$ – для косозубых передач.

Для проектного расчета передач относительно межосевого расстояния целесообразно использовать зависимость

$$a_w' = k_a (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 k_{H\beta} k_A}{\phi_{ba} \sigma^2_{HP} u^2}} 10^3 \text{ мм}, \quad (7)$$

где $k_a = 49,5$ - для прямозубых передач;

$k_a = 43,0$ - для косозубых передач.

Остальные параметры зависимости (6) и (7) общеизвестны.

Учитывая, что размерность момента на колесе T_2 Н.м, целесообразно для общности рассуждений оставить 10^3 под знаком радикала, а не увеличивать параметр K_d (K_a) в 10 раз.

2.2. Выбор основных параметров передачи рекомендуется выполнять в последовательности:

1. Ширина венца колеса, мм $b_2 = \phi_{bd} d_1'$.

2. Ширина шестерни, мм $b_1 = b_2 + (3 \div 5)$.

3. Расчетное межосевое расстояние, мм $a_w' = d_{w1}'(u + 1)/(2 \cos \beta')$,

где $\beta' \approx 13^\circ$ - предварительно принимаемый угол наклона зуба. Полученное a_w' округляется до **ближайшей** (не обязательно большей) величины a_w в соответствии с ГОСТом.

4. Принимая предварительно $z_1' = 19$, определяется модуль зацепления $m' = d_1' \cos \beta' / z_1'$, мм и округляется до **ближайшей** величины m_n , мм в соответствии с ГОСТ.

5. Суммарное число зубьев передачи $z'_\Sigma = 2a_w \cos \beta' / m_n$ округляется до **ближайшего** целого числа z_Σ . (8)

6. Cos угла наклона зуба $\cos \beta = z_\Sigma m_n / (2a_w)$ (точность расчета – 4 знака после запятой). Откуда $\beta = \arccos \cos \beta = _ _ _$. (9)

7. Число зубьев шестерни $z_1 = z_\Sigma / (u + 1)$ округляется до **ближайшего** целого числа ($z_1 \geq 17$). Число зубьев колеса $z_2 = z_\Sigma - z_1$.

8. Действительное передаточное число $u_d = z_2 / z_1$. (10)

9. Диаметры зубчатых колес, мм:

- начальных $d_{w1(2)} = m_n z_{1(2)} / \cos \beta$;

- вершин зубьев $d_{a1(2)} = m_n (z_{1(2)} / \cos + 2)$.

10. Межосевое расстояние, мм $a_w = 0,5(d_{w1} + d_{w2})$.

Выбор параметров передачи при определении a_w см. [8].

2.3. При проверке расчетных контактных напряжений (2) их величина σ_H , МПа определяется по известной зависимости

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht}(u+1)}{d_{w1}u}} \leq \sigma_{HP}, \quad (11)$$

где удельная расчетная окружная сила W_{Ht} определяется с учетом коэффициента k_A

$$W_{Ht} = F_t K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu} K_A / b_2, \text{ Н/мм.}$$

2.4. При проверке расчетных напряжений изгиба (3) их величина σ_F , МПа определяется по известной зависимости

$$\sigma_F = Y_{Fs1(2)} Y_\beta Y_\varepsilon W_{Ft} / m_n \leq \sigma_{FP}, \quad (12)$$

где удельная расчетная окружная сила W_{Ft} определяется с учетом коэффициента k_A

$$W_{Ft} = F_t K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{F\nu} K_A / b_2, \text{ Н/мм.}$$

2.5. Проверка прочности зубьев при перегрузках (4) и (5) не вызывает затруднений [1].

2.6. Расчет ε_β и корректировка параметров передачи [13]

Известно, что выбор параметров зубчатых передач рекомендуется производить так, чтобы величина осевого коэффициента перекрытия ε_β была целой. Для общности результатов с (11) и (12) принимается

$$\varepsilon_\beta = 1,0. \quad (13)$$

Расчетная величина коэффициента осевого перекрытия

$$\varepsilon_\beta' = b_2 \sin \beta / (\pi m_n). \quad (14)$$

Доведение рассчитанной величины ε_β' (14) до рекомендуемой $\varepsilon_\beta = 1,0$ (11) производится следующим образом:

1. Производится выбор параметров z_Σ (8) и β (9) при изменении

$z_\Sigma = z_\Sigma \pm 1$; $z_\Sigma = z_\Sigma \pm 2$. Для каждого варианта определяется ε_β .

2. Полученные результаты сводятся в таблицу:

$$z_{\Sigma} = z_{\Sigma} - 2; \quad \beta = ; \quad \varepsilon_{\beta}' = ;$$

$$z_{\Sigma} = z_{\Sigma} - 1; \quad \beta = ; \quad \varepsilon_{\beta}' = ;$$

$$z_{\Sigma} = z_{\Sigma}; \quad \beta = ; \quad \varepsilon_{\beta}' = ;$$

$$z_{\Sigma} = z_{\Sigma} + 1; \quad \beta = ; \quad \varepsilon_{\beta}' = ;$$

$$z_{\Sigma} = z_{\Sigma} + 2; \quad \beta = ; \quad \varepsilon_{\beta}' = ;$$

3. Из полученного массива значений, принимая во внимание ограничение угла наклона зубьев ($8^{\circ} \leq \beta \leq 22^{\circ}$), выбирается величина ε_{β}' наиболее близкая к $\varepsilon_{\beta} = 1,0$.

Выбранное значение ε_{β}' корректируется изменением ширины колеса b в границах изменения допускаемых напряжений. Если выполненные действия не привели к ожидаемому результату, то возможно изменение модуля зацепления m .

2.1 Силы в зацеплении зубчатых колес

Общепринято, что усилия в зацеплении зубчатых колес определяются:

- для шестерни, исходя из момента на шестерне T_1 ,
- для колеса, исходя из момента на колесе T_2 .

В связи с тем, что соотношение моментов $T_2 = T_1 u \eta$ зависит от u , а соотношение диаметров шестерни и колеса находится в зависимости от u_o (10), которые не всегда равны, то иногда получается результат $F_{t1} \leq F_{t2}$. Чтобы избежать этого, следует корректировать момент на шестерне. Действительный момент на шестерне $T_{10} = T_1 u / u_o$, и из этой величины определяются силы на шестерне.

ВОПРОСЫ ПРОЧНОСТНОГО РАСЧЕТА КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

3.1. В литературе расчет конических передач проводится в двух вариантах:

- с учетом коэффициента ширины зубчатого венца относительно среднего диаметра шестерни $\phi_{bd} = b / d_{m1}$,
- с учетом коэффициента ширины зубчатого венца относительно внешнего конусного расстояния [1, 2] $\phi_{be} = b / R_e$.

В настоящее время расчет с использованием коэффициента ширины зубчатого венца относительно внешнего конусного расстояния ϕ_{be} является предпочтительным, что следует из последнего издания [1] и будет представлено ниже.

Зависимость для определения расчетного внешнего диаметра шестерни с учетом рекомендаций п. 1 имеет вид

$$d'_{e1} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta} K_A}{\mathcal{J}_H \sigma_{HP}^2 (1 - K_{be}) K_{be} u^2}} 10^3, \text{ мм}, \quad (15)$$

где $K_d = 101$ – для прямозубых передач;

$K_d = 90$ – для передач с непрямым (круговым) зубом;

ϕ_{be} – коэффициент ширины зубчатого венца относительно внешнего конусного расстояния; $\phi_{be} = b / R_e = 0,2 \div 0,3$;

\mathcal{J}_H – коэффициент, учитывающий изменение прочности конической передачи по сравнению с прочностью передачи цилиндрической [1].

Остальные параметры общеизвестны.

3.2. Выбор основных параметров прямозубой конической передачи

1. Принимая предварительно $z'_1 = 19$, определяется модуль зацепления $m'_{te} = d'_{e1} / z'_1$, мм и округляется* до ближайшей величины $m_{te} = m_n$, мм в соответствии с ГОСТ.
2. Число зубьев шестерни $z_1 = d_{e1} / m_{te}$. Число зубьев колеса $z_2 = z_1 u$. Числа зубьев z_1 и z_2 - целые числа.
3. Действительное передаточное число $u_d = z_2 / z_1$. (16)
4. Углы делительных конусов, град.

$$\delta_1 = \arctg(z_1 / z_2); \quad \delta_2 = \arctg(z_2 / z_1). \quad \delta_{1(2)} = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''.$$
5. Внешние диаметры зубчатых колес, мм:
 - начальных $d_{e1(2)} = m_{te} z_{1(2)}$;
 - вершин зубьев $d_{ae1(2)} = d_{e1(2)} + 2m_{te} \cos \delta_{1(2)}$;
 - впадин зубьев $d_{fe1(2)} = d_{e1(2)} - 2,4m_{te} \cos \delta_{1(2)}$.
6. Внешнее конусное расстояние, мм

$$R_e = 0,5m_{te} \sqrt{z_1^2 + z_2^2}.$$
7. Ширина венца зубчатых колес, мм

$$b = R_e K_{be}. \quad b - \text{целое число.} \quad [m_{te} \geq (b/8 \div b/10)].$$
8. Модуль зацепления в среднем сечении зуба, мм

$$m_m = m_{te} (R_e - 0,5b) / R_e.$$
9. Диаметры колес в среднем сечении зуба, мм

$$d_{m1(2)} = m_m z_{1(2)}.$$

3.3. Выбор основных параметров передач с круговым зубом

1. Принимая число зубьев шестерни z_1 по рекомендациям ГОСТ 19624-74, определяют число зубьев колеса $z_2 = z_1 u$.
Числа зубьев z_1 и z_2 - целые числа.
2. Действительное передаточное число $u_d = z_2 / z_1$. (17)
3. Число зубьев плоского колеса $z_c = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$
4. Предварительная величина внешнего окружного модуля, мм

$$m'_{te} = d'_{e1} / z_1.$$
5. Предварительная величина внешнего конусного расстояния, мм

$$R'_e = 0,5m'_{te} z_c.$$
6. Ширина венца зубчатых колес, мм

$$b = R'_e K_{be}. \quad b - \text{целое число.}$$
7. Предварительная величина среднего конусного расстояния, мм

$$R'_m = R'_e - 0,5b.$$
8. Средний нормальный модуль, мм

$$m'_n = 2R'_m \cos \beta_n / z_c,$$

* По технологическому процессу нарезания колес с прямыми зубьями стандартизация m_{te} не обязательна.

где $\beta_n = 35^\circ$ - расчетный угол наклона зуба (рекомендуется принимать одно из значений ряда: $25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$).

Значение m'_n округляют до ближайшей величины m_n в соответствии с ГОСТ 9563-60 при условии $m_n \geq (b/8 \div b/10)$.

9. Углы делительных конусов, град.

$$\delta_1 = \text{arc tg}(z_1 / z_2); \quad \delta_2 = \text{arc tg}(z_2 / z_1). \quad \delta_{1(2)} = \text{---}'\text{---}''.$$

10. Диаметры колес в среднем сечении зуба, мм

$$d_{m1(2)} = m_n z_{1(2)}.$$

11. Среднее конусное расстояние, мм

$$R_m = 0,5m_n z_c / \cos \beta_n.$$

12. Внешнее конусное расстояние, мм

$$R_e = R_m + 0,5b.$$

13. Внешний окружной модуль, мм

$$m_{te} = 2R_e / z_c.$$

14. Внешние делительные диаметры колес, мм

$$d_{e1(2)} = m_{te} z_{1(2)}.$$

В связи с тем, что в конических передачах с круговым зубом нормируется модуль в среднем сечении зуба, рекомендуется зависимость (15) для определения диаметра шестерни изменить и определять не внешний, а на средний диаметр.

3.4. Проверка расчетных контактных напряжений

Расчетные контактные напряжения σ_H , МПа определяют по известной зави-

симости [1] $\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht} \sqrt{u^2 + 1}}{\rho_H d_{m1} u}} \leq \sigma_{HP}$, где удельную расчетную окружную силу W_{Ht} определяют с учетом коэффициента k_A

$$W_{Ht} = F_t K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu} K_A / b_2, \text{ Н/мм.}$$

3.5. Проверка расчетных напряжений изгиба

Расчетные напряжения изгиба σ_F , МПа определяют по известной зависимости

[1] $\sigma_F = Y_{Fs1(2)} Y_\beta Y_\varepsilon W_{Ft} / \rho_F m_m \leq \sigma_{FP}$, где удельную расчетную окружную силу W_{Ft} определяют с учетом коэффициента k_A

$$W_{Ft} = F_t K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{F\nu} K_A / b_2, \text{ Н/мм.}$$

Проверка прочности зубьев при перегрузках (4) и (5) не вызывает трудностей [1, 2].

3 ВОПРОСЫ РАСЧЕТА ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

В русскоязычной технической литературе определение усилий, действующих в зацеплении червячных цилиндрических колес и используемых для последующего расчета валов передачи, производится из момента на колесе

$$T_2 \cdot F_{t2} = 2T_2 / d_{w2}; \quad F_{r2} = F_{t2} \text{tg} \alpha; \quad (18)$$

Усилия, действующие на червяк, принимаются

$$F_{t1} = F_{a2}; \quad F_{r1} = F_{r2}; \quad F_{a1} = F_{t2} \quad [1].$$

В действительности величины усилий на червяке больше усилий на колесе и их следовало бы вычислять по зависимостям

$$F_{t1} = F_{a2} / \eta; \quad F_{r1} = F_{r2} / \eta; \quad F_{a1} = F_{t2} / \eta, \quad (19)$$

что не соответствует положению – силы вычисляются из момента.

Схема выполнения следующая:

- определяются усилия на червячном колесе – по зависимостям (18);
- определяется значение КПД червячной пары $\eta = \text{tg } \gamma / \text{tg}(\gamma + \rho')$;
- уточняется значение крутящего момента на червяке $T_1' = T_2 / \eta$;
- определяются усилия на червяке:
 - окружное $F_{t1} = 2T_1' / d_{w1}$;
 - осевое $F_{a1} = F_{t1} / \text{tg } \gamma$;
 - радиальное $F_{r1} = F_{t1} \text{tg } \alpha / \text{tg } \gamma$.

Определенные таким образом усилия на червяке соотносятся с усилиями на колесе зависимостями (19).

5 ВЫВОДЫ

1. Представлены особенности методик расчета и выбора параметров закрытых цилиндрических передач относительно диаметра шестерни d_{w1} , а также конических прямозубых и с кругом зубом передач.
2. Методики представлены относительно момента T_2 на зубчатом колесе – как параметре, учитывающем требования потребителя.
3. Методики учитывают определенный ГОСТом коэффициент внешней динамики привода k_A .
4. Представлены рекомендации по вычислению усилий в зацеплении зубчатых цилиндрических и червячных передач.
5. Методики расчета всех видов передач с учетом предлагаемых уточнений представлены в [8], где представлены также образцы выполнения чертежей зубчатых колес.

Литература: 1. Иванов М.Н. Детали машин. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с. 2. Курсовое проектирование деталей машин. Под ред. В.Н.Кудрявцева – Л.: Машиностроение, 1984. – 400 с. 3. Расчет деталей машин на ЭВМ. Учебное пособие для вузов. Под ред. Д.Н. Решетова и А.С. Шувалова. М.: Высшая школа, 1985. – 380 с. 4. Wspomagane komputerowo projektowanie typowych zespołów i elementów maszyn. Pod. red. J.Osińskiego. – Warszawa: PWN, 1998. – 230 s. 5. ГОСТ 21354-87 – Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. 6. Kurmaz L.W. Podstawy konstrukcji maszyn. Projektowanie. Skrypt nr 342 – Kielce: Politechnika Świętokrzyska, 1998. – 200 s. 7. Kurmaz L.W. Podstawy konstrukcji maszyn. Projektowanie. – Warszawa: PWN, 1999. – 191 s. 8. Курмаз Л.В., Скойбеда А.Т. Детали машин. Проектирование. Изд. 2. Мн.: УП «Технопринт», 2002. – 296 с. 9. Kurmaz L. Obliczenia wytrzymałościowe ze wspomaganie komputerowym przekładni zębatych walcowych jedno- i dwustopniowych dla potrzeb dydaktyki (ćwiczeń projektowych). Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Mechanika, z. 27. XV Sympozjon PKM. Cz. 2. Rzeszów. 1991.- s. 179-180 10. ISO 6336-1:1996(E) - Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 1: Basic principles introduction and general influence factors. 11. ISO 6336-2:1996(E) - Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 2: Calculation of surface durability (pitting). 12. ISO 6336-3:1996(E) - Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 3: Calculation of tooth bending strength. 13. Курмаз Л.В., Якубчак С. Некоторые вопросы выбора параметров цилиндрических зубчатых колес и использование компьютерной техники при выполнении их рабочих чертежей. Вестник ХГПУ, выпуск 109. Харьков, 2000. - с. 103-107.