

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-4-344-353>

УДК 621.311:681.515

Применение наблюдающего устройства в системе управления для электромеханической системы с распределенными параметрами в механической части

А. П. Корнеев¹⁾, Г. С. Ленеvский¹⁾, Итонг Нью²⁾

¹⁾Белорусско-Российский университет (Могилев, Республика Беларусь),

²⁾Аньянский университет (Аньян, Китай)

© Белорусский национальный технический университет, 2023
Belarusian National Technical University, 2023

Реферат. Рассмотрена система с распределенными параметрами в механической части. Приведены примеры таких систем. Указана причина учета распределенности параметров в таких системах. Рассмотрены существующие методы исследования и расчета систем управления. Представлена краевая задача системы с распределенными параметрами. Предложено применение наблюдающего устройства как одного из способов реализации системы управления для системы с распределенными параметрами. Показана необходимость использования замкнутой системы управления и сложности ее реализации. Представлена структурная схема разрабатываемого способа управления. Приведены передаточные функции, описывающие систему с распределенными параметрами. Представлен математический расчет наблюдающего устройства. Получен способ реализации замкнутой системы управления по промежуточной координате для электромеханической системы с распределенными параметрами в механической части с применением наблюдающего устройства, которое находится в обратной связи и восстанавливает выходную скорость без непосредственного измерения. Для наблюдающего устройства определен общий вид передаточной функции. Представлены преимущества и недостатки передаточной функции наблюдающего устройства, графический вид простой реализации наблюдающего устройства с выделенным вспомогательным устройством в обратной связи. Описана аппроксимация, которая применяется для систем с распределенными параметрами. Получены выводы аппроксимации. По параметрам экспериментальной установки получены аппроксимированные передаточные функции механической части системы с распределенными параметрами без наблюдающего устройства и с наблюдающим устройством. Представлена логарифмическая амплитудно-частотная характеристика механической части системы с распределенными параметрами с наблюдающим устройством и без наблюдающего устройства для экспериментальной установки для самого простого случая, а также способ реализации замкнутой системы управления по промежуточной координате для электромеханической системы с распределенными параметрами в механической части с применением наблюдающего устройства.

Ключевые слова: система с распределенными параметрами, резонанс, наблюдающее устройство, восстановление данных, гиперболическая функция

Для цитирования: Корнеев, А. П. Применение наблюдающего устройства в системе управления для электромеханической системы с распределенными параметрами в механической части / А. П. Корнеев, Г. С. Ленеvский, Итонг Нью // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*, 2023. Т. 66, № 4. С. 344–353. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-4-344-353>

Адрес для переписки
Корнеев Андрей Петрович
Белорусско-Российский университет
просп. Мира, 43,
212000, г. Могилев, Республика Беларусь
Тел.: +375 29 742-19-48
ankorn79@mail.ru

Address for correspondence
Korneev Andrew P.
Belarusian-Russian University
Mira Ave, 43,
212000, Mogilev, Republic of Belarus
Tel.: +375 29 742-19-48
ankorn79@mail.ru

Application of the Surveillance Device in the Control System for an Electromechanical System with Distributed Parameters in its Mechanical Part

A. P. Korneev¹⁾, G. S. Lenevsky¹⁾, Yitong Niu²⁾

¹⁾Belarusian-Russian University (Mogilev, Republic of Belarus),

²⁾Anyang University (Anyang, China)

Abstract. A system with distributed parameters in its mechanical part is considered. Examples of such a system are given. The reason for taking into account the distribution of parameters in such systems is indicated. Existing methods of research and calculation of control systems are considered. The boundary value problem for a system with distributed parameters is presented. The use of a surveillance device as one of the ways to implement a control system for a system with distributed parameters is proposed. The necessity of using a closed control system and the complexity of its implementation are demonstrated. A block diagram of the control method being developed is presented. Also, transfer functions describing a system with distributed parameters are given; the mathematical calculation of the surveillance device is given as well. A method for implementing a closed control system along an intermediate coordinate for an electromechanical system with distributed parameters in the mechanical part using a surveillance device has been obtained. The surveillance device is in feedback and restores the output speed without measuring it directly. A general view of the transfer function is determined for the surveillance device. The advantages and disadvantages of the transfer function of the surveillance device and a graphical view of a simple implementation of the surveillance device with a dedicated auxiliary device in feedback are presented. An approximation that is used for systems with distributed parameters is described. Approximation conclusions are obtained. According to the parameters of the experimental installation, approximated transfer functions of the mechanical part of the system with distributed parameters without a surveillance device and with a surveillance device are obtained. The LACH of the mechanical part of the system with distributed parameters with a surveillance device and without a surveillance device for an experimental installation for the simplest case is presented, as well as a method for implementing a closed control system along an intermediate coordinate for an electromechanical system with distributed parameters in the mechanical part using a surveillance device.

Keywords: system with distributed parameters, resonance, surveillance device, data recovery, hyperbolic function

For citation: Korneev A. P., Lenevsky G. S., Niu Yitong (2023) Application of the Surveillance Device in the Control System for an Electromechanical System with Distributed Parameters in its Mechanical Part. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 66 (4), 344–353. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-4-344-353> (in Russian)

Введение

Во многих объектах техники можно найти системы с распределенными параметрами (СРП) для механических элементов. Это, например, подъемные механизмы с тросами или канатами, протяженные линии электропередач, трубопроводы для перекачки различной жидкости, буровые установки с длинными колоннами труб [1–3].

Учет всех возможных свойств и характеристик, самое основное – конечной жесткости кинематических звеньев, необходимо выполнять из-за постоянно увеличивающихся требований к быстродействию и точности систем автоматизированного электропривода (АЭП). Это приводит к рассмотрению механической части электропривода как СРП [3].

Все попытки оптимизации системы электропривода (ЭП), исходя из установившихся представлений, рассматривавших механическую часть электроприводов как жесткую систему, влекли появление автоколебаний в автоматических системах регулирования. Как следствие, это приводило

к снижению точности регулирования, частым обрывам обрабатываемого материала, повышенному искрению на коллекторах электрических машин, а в наиболее негативных случаях – к выходу из строя механического и электрического оборудования [1–3].

Наличие упругости в объекте управления оказывает решающее влияние на работу системы управления, что приводит к изменению стандартных настроек для жестких систем и необходимости применять наблюдатели состояния или резонансные корректирующие регуляторы [4–6].

Проводимые исследования направлены на получение итогового способа проектирования системы управления для электромеханической системы с учетом распределенности параметров.

В настоящее время в теории и практике расчета систем управления СРП намечились два основных метода исследования (аналитический и операционный).

Аналитический метод базируется на математическом аппарате, использующем расчетные функции и дискретное преобразование Лапласа – метод Фурье или метод Даламбера [7].

Решения, получаемые этими методами, – в виде стоячих волн (бесконечного ряда гармоник) или бесконечного ряда падающих и отраженных волн. Эти методы позволяют применить способы исследования, аналогичные тем, которые являются характерными для анализа линейных систем управления. Недостатком является невозможность получить решения в общем виде, что приводит к сложным математическим выводам [8].

В случае решения уравнений в частных производных рассматривается небольшая их часть, связанная с линейными уравнениями с постоянными коэффициентами. При этом существует небольшое количество задач, решаемых в явном виде [8].

Операционный метод основан на применении интегрального преобразования Лапласа [9].

Основная часть

Краевая задача системы с распределенными параметрами имеет следующий вид [10]:

$$\left. \begin{aligned} \rho(x) \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} - E \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} &= f(x, t), \\ Q(x, 0) &= Q_0(x), Q(0, t) = Q(L, t) \\ \frac{\partial Q}{\partial t}(x, 0) &= Q_1(x), \\ \frac{\partial Q}{\partial t}(x, 0) &= \frac{\partial Q}{\partial t}(L, 0), \\ 0 \leq x \leq L, t \geq 0, \rho(x) \geq 0, E \geq 0. \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\rho(x)$ – плотность объекта, кг/м³; E – линейный модуль упругости, Н/мм²; Q – смещение точки от положения равновесия, м; $f(x, t)$ – задающее воздействие; L – длина объекта; x – текущая координата.

При работе СРП происходит постоянное изменение переменной x , описывающей положение груза (рабочей массы) в пространстве.

Изменение частоты первого резонанса оказывает существенное влияние на работу всей СРП, так как изменение полосы пропускания электропривода требует корректировки системы управления [10, 11].

Существенное влияние на работу всей системы управления оказывает наличие упругости в объекте управления, что заставляет изменять стандартные настройки, применимые для жестких систем. Одним из возможных решений этой проблемы является применение наблюдающего устройства (НУ), действующего на принципе восстановления данных СРП.

Ярко выраженные резонансные свойства передаточных функций для СРП практически исключают возможность изменения полосы пропускания СРП выше частоты первого резонанса при использовании нерезонансного регулятора.

Замкнутая система управления СРП позволяет это сделать. Но механическая часть СРП в основном имеет пространственно протяженные размеры и реализация замкнутой системы управления практически невозможна. Поэтому будет применяться замкнутая система управления по промежуточной координате для СРП с НУ, которое восстанавливает выходную скорость по промежуточной координате без непосредственного измерения [12, 13].

Применение в системе управления условной обратной связи в точке положения груза x принципиально дает возможность получения системы управления для СРП с увеличенной полосой пропускания.

На рис. 1 представлена структурная схема разрабатываемого способа управления СРП [14].

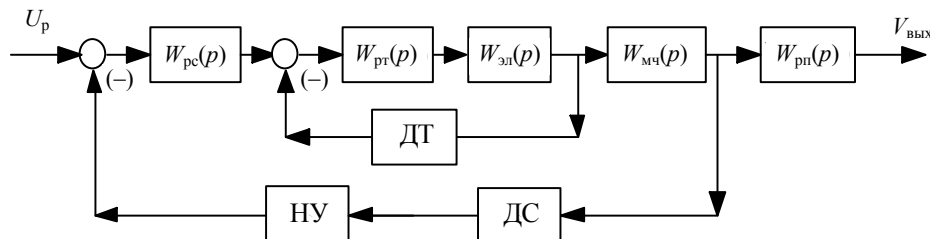


Рис. 1. Структурная схема разрабатываемого способа управления: U_p – задающее воздействие (сигнал задания); $W_{рс}(p)$ – регулятор скорости; $W_{рт}(p)$ – регулятор тока; $W_{эл}(p)$ – электрическая часть электропривода; $W_{мч}(p)$ – механическая часть электропривода с постоянными параметрами; $W_{рп}(p)$ – механическая часть электропривода с распределенными параметрами; ДТ – датчик тока; ДС – датчик скорости; НУ – наблюдающее устройство

Fig. 1. Block diagram of the control method being developed: U_p – setting effect (setting signal); $W_{рс}(p)$ – speed controller; $W_{рт}(p)$ – current regulator; $W_{эл}(p)$ – electrical part of the drive; $W_{мч}(p)$ – mechanical part of the electric drive with constant parameters; $W_{рп}(p)$ – mechanical part of the drive with distributed parameters; ДТ – current sensor; ДС – speed sensor; НУ – surveillance device

Непосредственное измерение скорости рабочей массы (груза) в СРП с пространственно протяженными размерами очень затруднительно и практически невозможно. Результат измерения возможно получить при

использовании наблюдающего устройства, которое восстанавливает данные без их непосредственного измерения [15, 16].

Передаточная функция движущего усилия к скорости перемещения для любого сечения известна [3]

$$W(x, p) = \frac{ch(\tilde{p}\tilde{x})sh(\tilde{p})}{2a(sh^2(\tilde{p}) + \mu_1\mu_2\tilde{p}^2[ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p}\tilde{x})] + (\mu_1 + \mu_2)\tilde{p}sh(\tilde{p})ch(\tilde{p}))}, \quad (2)$$

где x – текущее расстояние между центром массы 1 и грузом, м; L – расстояние между центрами масс, м; $\tilde{x} = 1 - \frac{x}{L}$ – относительная координата выходной точки; $\mu_i = M_i/M_k$ – i -я относительная масса; a – скорость волны распространения колебаний, м/с, $\tilde{p} = p \frac{L}{a}$ – нормированный оператор Лапласа.

Передаточная функция движущего усилия к скорости перемещения для начального сечения также известна [15]

$$W_1(x, p) = \frac{ch(\tilde{p}\tilde{x})sh(\tilde{p}) + \mu_2\tilde{p}(ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p}\tilde{x}))}{2a(sh^2(\tilde{p}) + \mu_1\mu_2\tilde{p}^2[ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p}\tilde{x})] + (\mu_1 + \mu_2)\tilde{p}sh(\tilde{p})ch(\tilde{p}))}. \quad (3)$$

Отношение передаточной функции (2) к (3) – это передаточная функция НУ

$$W_{\text{КУ}}(x, p) = \frac{ch(\tilde{p}\tilde{x})sh(\tilde{p})}{\mu_2\tilde{p}[(ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p}\tilde{x})) + sh(\tilde{p})ch(\tilde{p})]}. \quad (4)$$

Так как в числителе и знаменателе дроби есть одинаковое слагаемое $sh(\tilde{p})ch(\tilde{p})$, то возможно дальнейшее упрощение дроби. Выделена вспомогательная передаточная функция, которая находится в знаменателе, числитель при этом равен 1:

$$W_{\text{КУ}}(x, p) = 1/(1 + W_k(x, p)\mu_2\tilde{p}). \quad (5)$$

Вспомогательная передаточная функция $W_k(x, p)$ имеет вид

$$W_k(x, p) = \frac{ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p}\tilde{x})}{ch(\tilde{p}\tilde{x})sh(\tilde{p})}, \quad (6)$$

который представляется более простым и удобным при изучении и моделировании по сравнению с (2) и (3).

Анализ полученной передаточной функции (6) позволяет учитывать вариацию резонансных свойств СРП из-за изменения механических парциальных параметров [17].

Преимущества полученной передаточной функции (6):

- независимость передаточной функции, а также полюсов и нулей передаточной функции от масс;
- более простая реализация и исследование из-за отсутствия степеней при p выше первой в знаменателе передаточной функции;

• возможность дальнейшего преобразования и упрощения из-за отсутствия слагаемых в знаменателе.

Недостатки полученной передаточной функции:

- наличие гиперболических функций;
- наличие дифференцирующего звена.

Графическое представление НУ с выделенным вспомогательным устройством представлено на рис. 2.

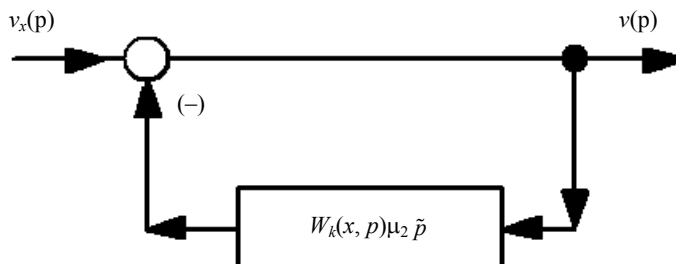


Рис. 2. Графическое представление НУ: $v_x(p)$ – скорость движения для произвольного сечения; $v(p)$ – скорость движения для начального сечения; $W_k(x, p)$ – дополнительная передаточная функция; μ_2 – относительная масса груза; \tilde{p} – нормированный оператор Лапласа

Fig. 2. Graphical representation of MD: $v_x(p)$ – speed of movement for an arbitrary section; $v(p)$ – speed of movement for the initial section; $W_k(x, p)$ – additional transfer function; μ_2 – relative weight of the load; \tilde{p} – normalized Laplace operator

Для реализации условной обратной связи при построении замкнутой системы управления по промежуточной координате для СРП точка подключения условно выбирается в точке положения груза.

НУ преобразует сигнал скорости для начального сечения в сигнал скорости груза, что позволяет реализовать замкнутую систему управления по промежуточной координате для управления электроприводом с СРП при реальном отсутствии обратной связи.

Для исследования электромеханических характеристик СРП разработана экспериментальная установка со следующими параметрами [18]: $\mu_1 = 0,87$, $\mu_2 = 0,46$, $a = 23,5$ м/с, $L_{\max} = 7$ м.

Нормированный оператор Лапласа для экспериментальной установки

$$\dot{p} = p \cdot 7/25 = 0,3 \cdot p. \quad (7)$$

Передаточные функции (2) и (3) являются сложными гиперболическими функциями, преобразование которых практически невозможно. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) этих функций носит явно выраженный резонансный характер. Вид каждого резонанса совпадает с видом резонанса самого простого резонансного звена $1/(p^2 + \omega^2)$. Выполним аппроксимацию передаточной функции (2) на произведение звеньев $1/(p^2 + \omega^2)$ для резонансов и $(p^2 + \omega^2)$ для антирезонансов способом, который описан в [17]. Данный способ позволяет выполнить аппроксимацию, зная только ЛАЧХ.

В MathCad построены ЛАЧХ исходной передаточной функции (2) до и после аппроксимации.

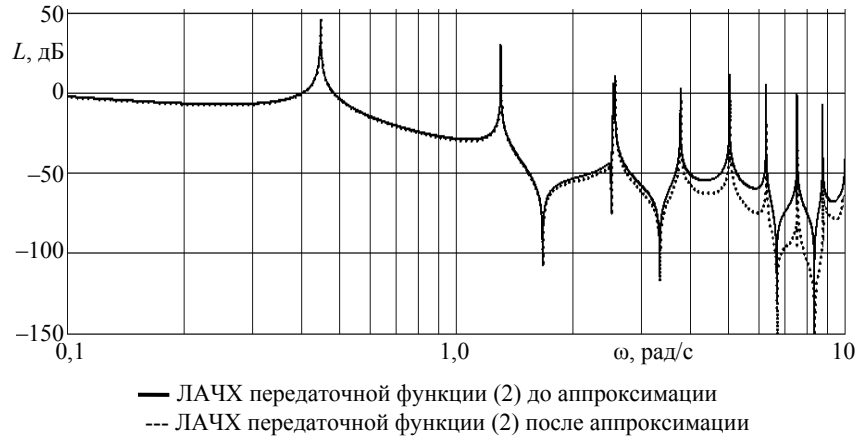


Рис. 3. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика передаточной функции

Fig. 3. Transfer function logarithmic amplitude-frequency characteristic

В результате анализа ЛАЧХ исходной передаточной функции (2) до и после аппроксимации получены выводы:

1. При резонансной частоте ЛАЧХ передаточной функции до и после замены совпадают полностью.

2. Между резонансными частотами ошибка постепенно накапливается по мере приближения к частотам, которые не будут учитываться при замене предложенным способом.

3. Ошибка при начальных частотах практически равна нулю и увеличивается с ростом номера резонансной частоты.

4. Этот способ аппроксимации передаточной функции не является абсолютно точным, но погрешность такой замены является достаточной для инженерных расчетов.

Для самого простого случая $m_2 = 0$ и единичной обратной связи выполнен расчет передаточной функции с НУ по значениям, полученным для экспериментальной установки [19] в диапазоне [0–10] рад/с. Получены передаточные функции механической части СРП без НУ – $W_1(p)$ и механической части СРП с НУ – $W_2(p)$:

$$W_1(p) = (p^2 + 1,85^2)(p^2 + 5,5^2) / [2,25 \cdot p(p^2 + 0,63^2) \cdot (p^2 + 1,3^2)(p^2 + 3,8^2) \times (p^2 + 5^2)](p^2 + 6,6^2) / [(p^2 + 6,1^2)(p^2 + 7,6^2)(p^2 + 8,8^2)], \quad (8)$$

$$W_2(p) = (p^2 + 1,85^2)(p^2 + 5,5^2) / [2,25 \cdot p(p^2 + 1,74 \cdot p + 0,63^2)(p^2 + 1,3^2) \times (p^2 + 3,8^2)(p^2 + 5^2)](p^2 + 6,6^2) / [(p^2 + 6,1^2)(p^2 + 7,6^2)(p^2 + 8,8^2)]. \quad (9)$$

Результаты моделирования

Выполнено моделирование в MathCad передаточных функций $W_1(p)$ и $W_2(p)$. На рис. 4 тонкой линией показана ЛАЧХ механической части СРП

без НУ $W_1(p)$, а сплошной – ЛАЧХ механической части СРП с НУ $W_2(p)$, полученные по параметрам экспериментальной установки.

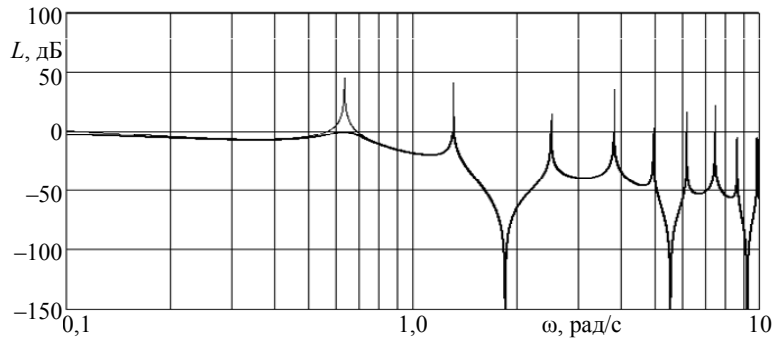


Рис. 4. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика механической части системы с распределенными параметрами

Fig. 4. Logarithmic amplitude-frequency characteristic of the mechanical part of a system with distributed parameters

Первый резонанс в исследуемой СРП для экспериментальной установки без НУ находится на частоте $0,63 / (2 \cdot 3,14) = 1$ Гц, а в СРП с НУ на частоте $1,31 / (2 \cdot 3,14) = 2$ Гц. Увеличение полосы пропускания ЭП ($2/1 = 2$) в два раза. Получается, что сглаживание первого резонанса (наиболее опасного) происходит при применении НУ, которое имитирует дополнительный контур [20, 21].

Использование резонансного регулятора скорости, учитывающего первую резонансную частоту, более сложное, чем НУ, так как резонансные частоты при работе изменяются, потребуется усложнение резонансного регулятора, а в НУ это выполняется само собой.

При изменении массы и положения груза для расчета спектра резонансных частот СРП может быть использована программа [22].

ВЫВОДЫ

1. Применение наблюдающего устройства в системе управления для электромеханической системы с распределенными параметрами в механической части позволяет реализовать замкнутую систему управления без непосредственного измерения конечной координаты.

2. Применение наблюдающего устройства позволяет увеличить полосу пропускания и, следовательно, быстродействие электропривода.

3. Способ реализации замкнутой системы управления заключается в следующем:

- определяются необходимые параметры наблюдающего устройства (расстояние между центром массы 1 и грузом, расстояние между центрами масс СРП, относительная координата выходной точки (груза), относительная масса груза, скорость распространения колебаний, нормированный оператор Лапласа);

- по (5) и (6) реализуется наблюдающее устройство для перемещающегося груза.

4. Разработанный способ реализации замкнутой системы управления может использоваться для электроприводов грузоподъемных устройств или в длинных линиях электропередач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zames, G. On Spectral Mapping, Higher Order Circle Criteria and Periodically Varying System. IEEE Trans / G. Zames, R. Kallman // IEEE Transactions on Automatic Control. 1970. Vol. 15, No 6. P. 649–652. <https://doi.org/10.1109/tac.1970.1099587>.
2. Jagannathan, S. Neural Network Control of Nonlinear Discrete-Time Systems / J. Sarangapani. CRC Press, 2006. 622 p. <https://doi.org/10.1201/9781420015454>.
3. Рассудов, Л. Н. Электроприводы с распределенными параметрами электромеханических элементов / Л. Н. Рассудов, В. Н. Мязель. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. от-ние, 1987. 144 с.
4. Brocket, R. W. The status of Stability Theory for Deterministic Systems / R. W. Brocket // IEEE Transactions on Automatic Control. 1966. Vol. 11, No. 3. P. 596–606. <https://doi.org/10.1109/tac.1966.1098354>.
5. Ortega, R. Almost Periodic Equations and Conditions of Ambrosetti – Prodi Type / R. Ortega, M. Tarallo // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 2003. Vol. 135, No 2. P. 239–254. <https://doi.org/10.1017/s0305004103006662>.
6. Бутковский, А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. М.: Наука, 1975. 230 с.
7. Деч, Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования / Г. Деч. М.: Наука, 1971. 288 с.
8. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Гобельков. М.: Наука, 1987. 632 с.
9. Бутенин, Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний / Н. В. Бутенин. М.: Наука, 1991. 256 с.
10. Nagendga, K. S. Frequency Domain Criteria for Absolute Stability / K. S. Nagendga, J. H. Taylor. N. Y. and London: Academic Press, 1973. 358 p.
11. Corduneanu, C. Integral Equations and Stability of Feedback Systems / C. Corduneanu. N. Y.: Acad. Press, 1973. 357 p.
12. Терехов, В. М. Учет упругости длинных канатов в динамике электропривода подъемников / В. М. Терехов // Электричество. 1966. № 11. С. 60–65.
13. Willems, J. C. On the Asymptotic Stability of the Null Solution on Linear Differential Equations with Periodic Coefficients / J. C. Willems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1968. Vol. 13, No 1. P. 65–72. <https://doi.org/10.1109/tac.1968.1098793>.
14. Control of Complex Systems. Theory and Applications / eds.: K. G. Vamvoudakis, S. Jagannathan. Butterworth-Heinemann, 2016. 386 p. <https://doi.org/10.1016/C2015-0-02422-4>.
15. Кузовков, Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Н. Т. Кузовков. М.: Машиностроение, 1976. 184 с.
16. Корнеев, А. П. Применение наблюдателей за состоянием в системах с распределенными параметрами / А. П. Корнеев, Г. С. Ленеvский // Информационные технологии, энергетика и экономика: материалы II межрегиональной науч.-техн. конф., Смоленск, 13–14 апреля 2005 г. Смоленск: МЭИ (ТУ), 2005. С. 40–44.
17. Корнеев, А. П. Новый способ аппроксимации механической части нестационарной электромеханической системы с распределенными параметрами / А. П. Корнеев // Наука настоящего и будущего: сб. материалов V науч.-практ. конф. с междунар. участием, Санкт-Петербург, 17–18 марта 2017 г. Санкт-Петербург: ЭТУ «ЛЭТИ», 2017. С. 168–170.
18. Толочко, О. І. Аналіз та синтез електромеханічних систем зі спостерегачами стану / О. І. Толочко. Донецьк: Норд-Пресс, 2004. 298 с.
19. Karneyev, A. P. Development of a Stand for Research of Systems with the Distributed Parameters / A. P. Karneyev, G. S. Lenevsky // Journal of the Technical University of Gabrovo. 2011. Vol. 41. P. 32–35.
20. Jagannathan, S. Optimal Networked Control Systems with MATLAB / S. Jagannathan, Hao Xu. CRC Press, 2016. 386 p. <https://doi.org/10.1201/b19390>.
21. Герман-Галкин, С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0 / С. Г. Герман-Галкин. СПб.: Корона принт, 2001. 320 с.
22. Корнеев, А. П. Программа «Расчет распределения резонансных частот при различном положении и различной массе груза»: заявка ВУ С20150095 / А. П. Корнеев, Г. С. Ленеvский. Опубл. 02.10.2015.

Поступила 06.01.2023 Подписана в печать 09.03.2023 Опубликована онлайн 31.07.2023

REFERENCES

1. Zames G., Kallman R. (1970) On Spectral Mapping, Higher Order Circle Criteria and Periodically Varying System. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 15 (6), 649–652. <https://doi.org/10.1109/tac.1970.1099587>.
2. Jagannathan S. (2006) *Neural Network Control of Nonlinear Discrete-Time Systems*. CRC Press. 622. <https://doi.org/10.1201/9781420015454>.
3. Rassudov L. N., Myadzel V. N. (1987) *Electric Drives with Distributed Parameters of Electromechanical Elements*. Leningrad, Energoatomizdat Publ. 144 (in Russian).
4. Brockett R. W. (1966) The Status of Stability Theory for Deterministic Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11 (3), 596–606. <https://doi.org/10.1109/tac.1966.1098354>.
5. Ortega R., Tarallo M. (2003) Almost Periodic Equations and Conditions of Ambrosetti – Prodi Type. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 135 (2), 239–254. <https://doi.org/10.1017/s0305004103006662>.
6. Butkovsky A. G. (1975) *Control Methods for Systems with Distributed Parameters*. Moscow, Nauka Publ. 230 (in Russian).
7. Doetsch G. (1971) *Guide to the Practical Application of the Laplace Transform and Z-Transform*. Moscow, Nauka Publ. 288 (in Russian).
8. Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Gobelkov G. M. (1987) *Numerical Methods*. Moscow, Nauka Publ. 632 (in Russian).
9. Butenin N. V. (1991) *Introduction to the Theory of Nonlinear Oscillations*. Moscow, Nauka Publ. 256 (in Russian).
10. Nagendga K. S., Taylor J. H. (1973) *Frequency Domain Criteria for Absolute Stability*. Academic Press, N. Y. and London. 358.
11. Corduneanu C. (1973) *Integral Equations and Stability of Feedback Systems*. Acad. Press, N. Y. 357.
12. Terekhov V. M. (1966) Accounting for the Elasticity of Long Ropes in the Dynamics of the Electric Drive of Lifts. *Elektropichestvo* [Electricity], (11), 60–65 (in Russian).
13. Willems J. C. (1968) On the Asymptotic Stability of the Null Solution on Linear Differential Equations with Periodic Coefficients. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 13 (1), 65–72. <https://doi.org/10.1109/tac.1968.1098793>.
14. Vamvoudakis K. G., Jagannathan S. (eds). (2016) *Control of Complex Systems. Theory and Applications*. Butterworth-Heinemann. 386. <https://doi.org/10.1016/C2015-0-02422-4>.
15. Kuzovkov N. T. (1976) *Modal Control and Monitoring Devices*. Moscow, Mashinostroenie Publ. 184 (in Russian).
16. Korneev A. P., Lenevsky G. S. (2005) Involvement of State Observers in Systems with Distributed Parameters. *Informatsionnye Tekhnologii, Energetika i Ekonomika: Vaterialy II Mezhdunarodnoi Nauch.-Tekhn. Konf., Smolensk, 13–14 Aprelya 2005 g.* [Information Technologies, Energy and Economics: Proceedings of the II Interregional Scientific and Technical Conference, Smolensk, April 13–14, 2005]. Smolensk, MPEI (TU), 40–44 (in Russian).
17. Korneev A. P. (2017) A New Method for Approximating the Mechanical Section of a Non-Stationary Electromechanical System with Distributed Parameters. *Nauka Nastoyashchego i Budushchego: Sb. Materialov v Nauch.-Prakt. Konf. s Mezhdunar. Uchastiem, Sankt-Peterburg, 17–18 Marta 2017 g.* [Science of the Present and Future: Collection of Materials of the V Scientific and Practical Conference with International Participation, St. Petersburg, March 17–18, 2017]. St. Petersburg, “LETI” ETU, 168–170 (in Russian).
18. Tolochko O. I. (2004) *Analysis and Synthesis of Electromechanical Systems under Observation*. Donetsk, Nord-Press Publ. 298 (in Ukrainian).
19. Karneyev A. P., Lenevsky G. S. (2011) Development of a Stand for Research of Systems with the Distributed Parameters. *Journal of the Technical University of Gabrovo*, 41, 32–35.
20. Jagannathan S., Hao Xu (2016) *Optimal Networked Control Systems with MATLAB*. CRC Press. 386. <https://doi.org/10.1201/b19390>.
21. German-Galkin S. G. (2001) *Computer Modeling of Semiconductor Systems in MATLAB 6.0*. St. Petersburg, Korona Print Publ. 320 (in Russian).
22. Korneev A.P., Lenevsky G. S. (2015) The Program of “Calculation of the Distribution of Resonant Frequencies at Different Positions and Different Weights of the Load”. Application Republic of Belarus No C20150095 (in Russian).