УДК 517.977

Полное успокоение и одновременная стабилизация дифференциальной системы с запаздыванием

Метельский А.В., Карпук В.В.
Белорусский национальный технический университет

Изучается дифференциальная система запаздывающего типа

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=0}^{m}A_i x(t-ih)+bu(t),\ t>0,\ x(t)=\eta(t),\ t\in[-mh,0]\,. \qquad (1)$$

Здесь x – n-вектор-столбец решения системы (1) ($n\geq 2$); $0<h$ – постоянное запаздывание; A_i – постоянные $n\times n$-матрицы ($i=\overline{0,m}$); $b=e_n=[0;\ldots;0;1]'$ – n-вектор (штрих – транспонирование); η – начальное кусочно-непрерывное состояние. Обозначим $A(\lambda)=A_0+A_1\lambda+\ldots+A_m\lambda^m$ ($\lambda\in\mathbf{C}$ – множество комплексных чисел), $w\left(p,e^{-ph}\right)=\left|pE_n-A\left(e^{-ph}\right)\right|$ – характеристический квазиполином ($p\in\mathbf{C}$) системы (1). Множество корней $\sigma=\left\{p\in\mathbf{C}\,|\,w\left(p,e^{-ph}\right)=0\right\}$ характеристического уравнения называют спектром системы (1). Считаем, что система (1) спектрально управляема:

$$\operatorname{rank}\left[pE_n-A\left(e^{-ph}\right),b\right]=n\,\forall p\in\mathbf{C}. \qquad (2)$$

Изучается вопрос: нельзя ли одним регулятором обеспечить асимптотическую устойчивость замкнутой системы и полное успокоение исходной системы: $x(t)\equiv 0,\ \ t\geq t_1$, где $t_1>0$ – некоторый момент времени?

Пусть $a_1(\lambda),a_2(\lambda)$ – полиномы, $q'(\lambda),g'(\lambda)$, $\tilde{q}'_{ki}(\lambda)$ – векторные полиномы ($k=\overline{1,L},\ i=\overline{1,L_1},\ L,\ L_1$ – натуральные числа); $P^*=\left\{p_k\in\mathbf{C},\ k=\overline{1,L}\right\}$ – самосопряженный набор различных комплексных чисел, в частности, действительных; $\lambda_D^i\varphi(t)=\varphi(t-ih)$. Рассмотрим динамический регулятор

$$\begin{aligned}&\dot{x}_{n+1}(t)=q'(\lambda_D)\tilde{x}(t)+\sum_{k=1}^{L}\sum_{i=0}^{L_1}\int_0^h\tilde{q}'_{ki}(\lambda_D)\tilde{x}(t-s)e^{p_k s}s^i/i!\,ds+a_1(\lambda_D)y(t),\\&\dot{y}(t)=g'(\lambda_D)\tilde{x}(t)+a_2(\lambda_D)y(t),\ u(t)=-e'_nA(\lambda_D)x(t)+x_{n+1}(t),t>0,\end{aligned} \qquad (3)$$

где $\tilde{x}(t)=\left[x_1(t),\ldots x_{n+1}(t)\right]'$; $x_{n+1}(t),\ y(t)$ – вспомогательные переменные.

Теорема. *Условие спектральной управляемости (2) необходимо и достаточно для существования регулятора (3), обеспечивающего полное успокоение исходной системы (1) и асимптотическую устойчивость замкнутой системы (1), (3).*

УДК 517.5.536.2