

## ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ЦИФРОВОГО СИГНАЛА

студент гр. 113802 Пасмурцев Д. О.

*Научный руководитель - канд. техн. наук Ролич О. Ч.*

Белорусский государственный университет

информатики и радиоэлектроники

Минск, Беларусь

Применение широтно-импульсной модуляции (ШИМ) в системах автоматического управления (САУ) обусловлено простотой её программно-технической реализации [1, 2]. В структуру любого современного микроконтроллера входит таймер общего назначения, способный функционировать в режиме аппаратной ШИМ с возможностью гибкого и быстрого изменения скважности, особенно в связке с блоком DMA прямого доступа к памяти [3]. Поэтому, и управляющие воздействия в САУ удобно и целесообразно формировать в виде ШИМ-последовательности.

В контроле поведения объекта управления и системы в целом предсказание их будущих состояний обуславливает сигналы управления на базе оценок текущих мгновенных передаточных функций. Вычисленные путём предсказания цифровые сигналы управления являются числовыми массивами, которые необходимо преобразовывать в ШИМ-последовательности.

Потоковое преобразование цифрового сигнала в ШИМ-последовательность зависит от характеристик САУ, в частности, от передаточных функций исполнительных звеньев, объекта управления и датчиков обратных связей, которые в первом приближении моделируются линейными звеньями.

Согласно теории линейных систем, для передаточной функции  $H_n$  линейного звена его отклик  $\{g_k\}$  на импульсную последовательность  $\{f_k\}$  вычисляется по формуле:

$$\{g_k\} = \Phi^{-1}\{\Phi\{f_k\}_n \cdot H_n\},$$

где  $\Phi$  и  $\Phi^{-1}$  – соответственно операторы прямого и обратного дискретных преобразований Фурье,  $k$  – индекс временного массива  $f[]$  или  $g[]$  длиной  $N$  каждый:  $k = 0, 1, 2, \dots, (N - 1)$ ,  $n$  – индекс массива спектрального образа:  $n = 0, 1, 2, \dots, N/2$ , фигурные скобки обозначают множество элементов массива [4].

В потоковом вычислении отклика  $g[]$  на входную импульсную последовательность  $f[]$  удобно применять скалярное произведение окна  $\{f_l\}$  ( $l = 0, 1, \dots, (L - 1)$ ,  $L$  – длина окна), перемещающегося вдоль импульсной последовательности, на реверсивную импульсную характеристику  $\{h_l\}$  линейного звена [5]:

$$g_k = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} f_{k+l} \cdot h_l. \quad (1)$$

Вычисление ШИМ-последовательности  $f[]$  для произвольного цифрового сигнала  $g[]$  включает в себя два этапа:

- сопоставление каждому элементу  $g_k$  исходного сигнала ШИМ-фрагмента с постоянной скважностью внутри него и длиной  $M$ , зависящей от передаточной функции  $H_n$  линейного звена, точнее, от его инерционных свойств, в частности, от постоянной времени  $\tau$ , причём  $M$  прямо пропорционально  $\tau$ ;
- непосредственное вычисление длительности  $t_k$  или скважности  $q_k$  ШИМ-последовательности для фрагмента, соответствующего элементу  $g_k$  исходного сигнала.

При допущении, что в результирующем массиве  $f[]$  отдельный элемент принимает значение нуля или единицы, его размер равен  $N \cdot M$ .

Касательно длительности  $t_k$  импульсной последовательности фрагмента, соответствующего  $g_k$ , то она зависит от вида передаточной функции  $H_n$  линейного звена. Исследования посредством компьютерного моделирования ШИМ показывают, что в передаточной функции  $H_n$  необходимо выделять интегральную и дифференциальную составляющие. Для интегральной составляющей длительность импульсной последовательности ШИМ-фрагмента прямо пропорциональна значению  $g_k$  элемента исходного сигнала-массива  $g[]$ . Для дифференциальной составляющей данная зависимость обратная.

Формулы вычисления длительности  $t_k$  импульсной последовательности фрагмента и, соответственно, её скважности  $q_k$  выглядят следующим образом:

$$t_k = \frac{(1-w) \cdot mxg - w \cdot mng + (2w-1) \cdot g_k \cdot T}{mxg - mng}, \quad (2)$$

$$q_k = \frac{mxg - mng}{(1-w) \cdot mxg - w \cdot mng + (2w-1) \cdot g_k}. \quad (3)$$

В формулах (2) и (3):

$w$  – вес интегральной составляющей линейного звена; вес дифференциальной составляющей равен  $(1 - w)$ ;

$mng$  и  $mxg$  – соответственно минимальное и максимальное значения исходного сигнала  $g$ , необходимые для его приведения к рабочему для ШИМ-последовательности диапазону  $[0, 1]$ ;

$T$  – период ШИМ-последовательности, зависящий от инерционных свойств линейного звена и прямо пропорциональный его постоянной времени  $\tau$ .

Таким образом, исходный цифровой сигнал сначала приводится к диапазону  $[0, 1]$  путём нахождения минимального  $mng$  и максимального  $mxg$  значений с последующим линейным преобразованием. Затем оценивается линейное звено на наличие интегральной (как правило, низкочастотной) и дифференциальной (как правило, высокочастотной) составляющих, и для каждого элемента  $g_k$  по формуле (2) или (3) вычисляется длительность  $t_k$  или скважность  $q_k$  ШИМ-фрагмента длиной  $M$ .

Описанный алгоритм широтно-импульсной модуляции цифрового сигнала смоделирован и отлажен на исходных сигналах  $g[]$ , представляющих линейно нарастающую зависимость и линейную комбинацию 4-й и 6-й гармоник, с учётом линейных звеньев в виде интегратора, дифференциатора и колебательного звена 2-го порядка.

На рисунке 1 представлены результаты ШИМ для линейно нарастающего сигнала в расчёте на интегратор и колебательное звено второго порядка (а) ( $w = 1$ ) и дифференциатор (б) ( $w = 0$ ). В допущении  $w = 1$  ШИМ-последовательности для интегратора и колебательного звена, зависящие согласно формулам (2) и (3) только от  $w$ , для одинаковых заданных сигналов  $g[]$  выходят идентичными.

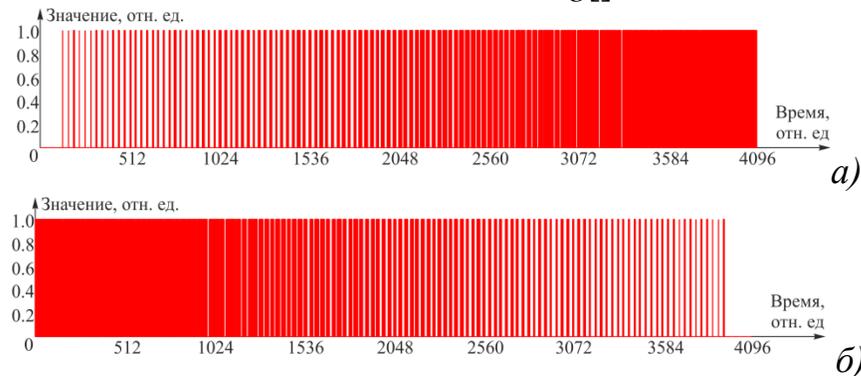


Рисунок 1. Результаты ШИМ для линейно нарастающего сигнала в расчёте на интегратор и колебательное звено второго порядка (а) и дифференциатор (б).

Выходные сигналы, вычисленные посредством линейной свёртки результирующей ШИМ-последовательности с импульсной характеристикой

соответствующего линейного звена по формуле (1), в сравнении с исходным сигналом изображены на рисунке 2.

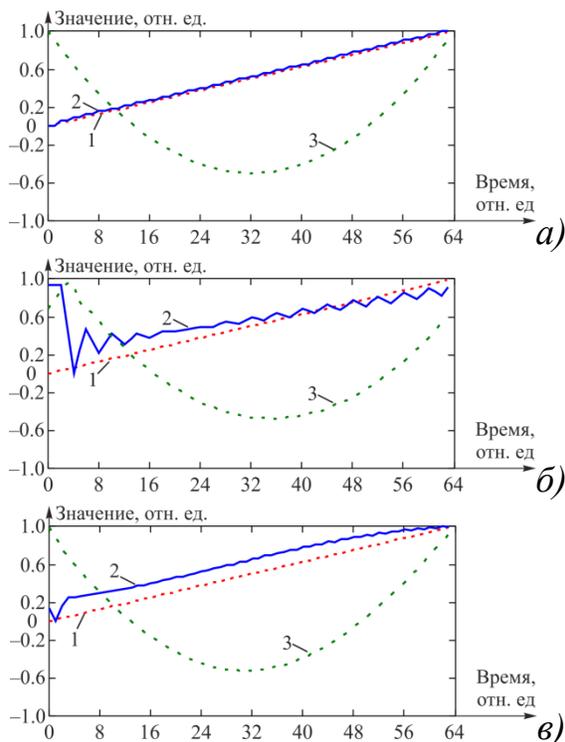


Рисунок 2. Выходные сигналы интегратора (а), дифференциатора (б) и колебательного звена второго порядка (в) после потоковой линейной свёртки результирующей ШИМ-последовательности с импульсной характеристикой соответствующего линейного звена.

На рисунке 2 цифрами 1, 2, 3 обозначены следующие графики: 1 – график исходно заданного сигнала (в данном случае, линейно нарастающего), 2 – график результирующего сигнала как отклика на соответствующую ШИМ-последовательность рисунка 1, вычисленную по формуле (2) или (3), 3 – график взаимной корреляционной функции сигналов 1 и 2, отражающей меру их сходства и, соответственно, оценку качества модуляции.

Максимумы взаимных корреляционных функций принимают значения 0.999 для интегратора (см. рисунок 2, (а)), 0.963 для дифференциатора (см. рисунок 2, (б)), 0.992 для колебательного звена (см. рисунок 2, (в)). Приняв допустимый порог по корреляции, равный 0.93, полученные результаты считаются удовлетворительными.

Для исходно заданного массива  $g[]$  как линейной комбинации 4-й и 6-й гармоник результаты ШИМ в расчёте на интегратор, дифференциатор и

колебательное звено, а также соответствующие отфильтрованные сигналы представлены на рисунке 3.

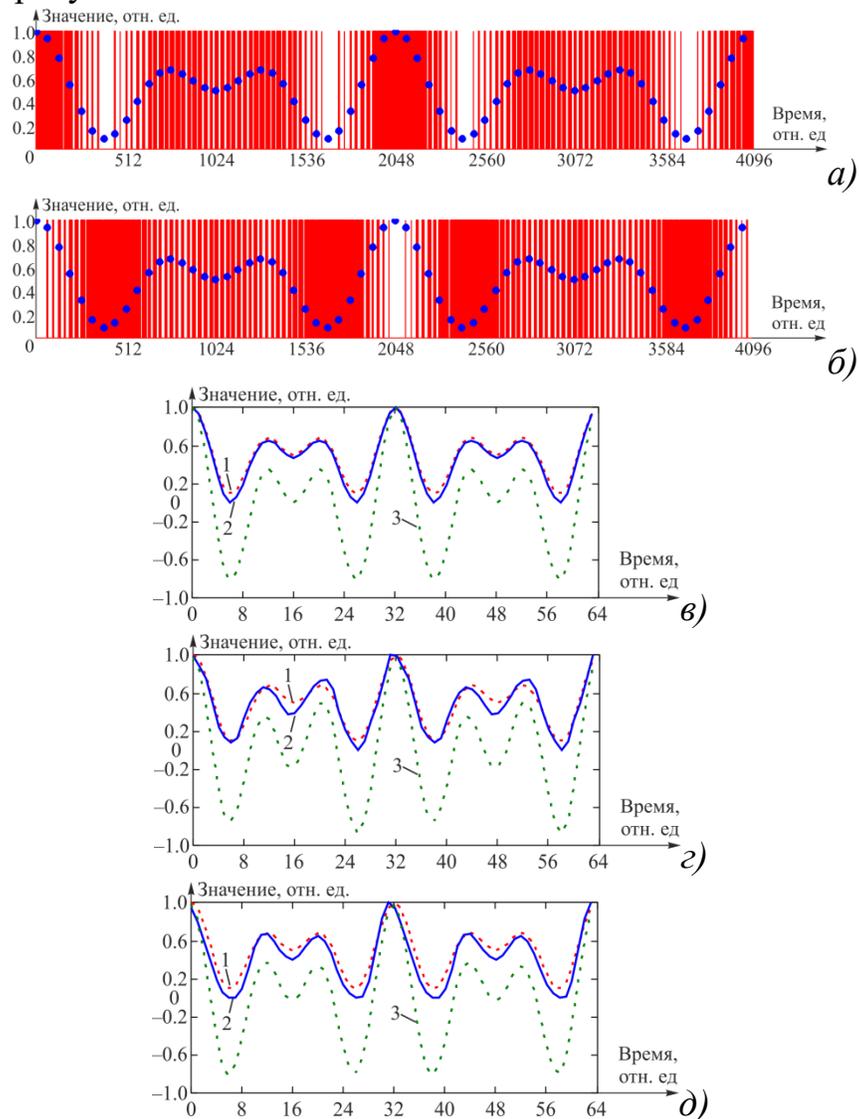


Рисунок 3. ШИМ-последовательности (а) и (б) для исходного массива в виде комбинации 4-й и 6-й гармоник в расчёте на интегратор, дифференциатор и колебательное звено и соответствующие им отфильтрованные сигналы (в) – (д):

а) – исходный сигнал на фоне ШИМ-последовательности для интегратора и колебательного звена;

б) – исходный сигнал на фоне ШИМ-последовательности для дифференциатора;

в) – отфильтрованная ШИМ-последовательность интегратором;

г) – отфильтрованная ШИМ-последовательность дифференциатором;

д) – отфильтрованная ШИМ-последовательность колебательным звеном.

Коэффициенты корреляции между исходными и результирующими сигналами равны 0.999 для интегратора, 0.974 для дифференциатора и 0.983 для колебательного звена. Следует отметить, что наилучшие совпадения исходного с результирующими сигналами в потоковой фильтрации ШИМ-последовательностей достигаются применением относительно коротких длин окон для интегратора и колебательного звена и многократно бóльших длин (в 8, ..., 32 раз) для дифференциатора.

В представленных на рисунках 1 – 3 результатах параметры  $N = 64$ ,  $M = 64$ ,  $L = (1, \dots, 32) \cdot N$  в зависимости от типа звена (для интегратора  $L = N$ , для колебательного звена  $L = 4 \cdot N$ , для дифференциатора  $L = 32 \cdot N$ ),  $T = N / 2$ . Передаточные функции интегратора И, дифференциатора Д и колебательного звена КЗ второго порядка выбраны следующими:

$$H_{\text{И}}(\omega) = \frac{1}{i\omega + 0.01}, \quad H_{\text{Д}}(\omega) = i\omega, \quad H_{\text{КЗ}}(\omega) = \frac{1}{1 - 0.1 \cdot \omega^2 + 0.1 \cdot i\omega},$$

где  $\omega$  – частота ( $\omega = 0, 1, \dots, M / 2$ ),  $i$  – мнимая единица; константа  $0.01 \ll 1$  в передаточной функции  $H_{\text{И}}(\omega)$  интегратора необходима в целях предотвращения деления на нуль, коэффициенты 0.1 в знаменателе передаточной функции колебательного звена введены из соображений наличия резонансной частоты  $\omega_{\text{р}} =$  в рабочем диапазоне  $\omega [0, M / 2]$ . Весовая функция окна, используемого в потоковой фильтрации, прямоугольная.

Предложенный и исследованный алгоритм широтно-импульсной модуляции произвольного цифрового сигнала в контексте заданного линейного звена имеет вполне удовлетворительные результаты. Но в нём незавершённым остался вопрос автоматизированной оценки веса  $w$  интегральной составляющей, входящей в формулу (2), в зависимости от вида амплитудно-частотной характеристики линейного звена.

### *Литература*

1. Стариков, А. В. Влияние широтно-импульсной модуляции на гармонический состав выходного напряжения частотного преобразователя / А. В. Стариков, С. Л. Лисин, Д. Ю. Рокало // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер. технические науки. – 2019. – № 1 (61). – С. 153 – 166. – Режим доступа :

<https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-shirotno-impulsnoy-modulyatsii-na-garmonicheskiy-sostav-vyhodnogo-napryazheniya-chastotnogo-preobrazovatelya>.

2. Федянин, В. В. Исследование влияния хаотической несущей частоты широтно-импульсной модуляции на работу частотно-регулируемого асинхронного привода / В. В. Федянин, В. К. Фёдоров, Д. В. Фёдоров, Н. В. Рубанов, С. Н. Проскураков // Омский научный вестник. – 2017. – № 5 (155). – С. 111 – 116. – Режим доступа : <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-vliyaniya-haoticheskoy-nesushey-chastoty-shirotno-impulsnoy-modulyatsii-na-rabotu-chastotno-reguliruемого-asinhronnogo>.

3. Иоффе, В. Г. Структурная организация однокристалльных микроконтроллеров : учебное пособие / В. Г. Иоффе. - Самара.: изд-во Самарского университета, 2017. – 206 с. – Режим доступа : <http://repo.ssau.ru/bitstream/Methodicheskie-materialy/Strukturnaya-organizaciya-odnokristalnyh-mikrokontrollerov-Elektronnyi-resurs-ucheb-posobie-70944/1/Иоффе В.Г. Структурная организация однокристалльных микроконтроллеров.pdf>.

4. Шостак, С. В. Элементы теории линейных систем в задаче восстановления формы сигнала / С. В. Шостак, П. А. Стародубцев, Е. Н. Бакланов, А. П. Шевченко // Научные труды Дальрыбвтуза. – 2015. – Том 34. – С. 44 – 50. – Режим доступа : [https://nauch-tr.dalrybvtuz.ru/images/Issues/34/34\\_07.pdf](https://nauch-tr.dalrybvtuz.ru/images/Issues/34/34_07.pdf).

5. Тарасенко, В. Е. Алгоритмы обработки сигналов в интегрированной системе виброакустической и тепловой диагностики дизельных двигателей / В. Е. Тарасенко, О. Ч. Ролич, Д. А. Михаевич // Агропанорама. – 2020. – № 6 – С. 38 – 41.