СЕКЦИЯ «ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

УДК 537.6

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕРМОМАГНИТНОЙ КОНВЕКЦИИ В КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ ОДНОРОДНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ЗА СЧЕТ ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ананич А.Н.
Научный руководитель: д.ф-м.н., профессор Краков М.С.
Белорусский национальный технический университет

Конвекция в горизонтальном кольцевом зазоре является предметом интереса многих исследований из-за теоретического интереса и широкого инженерного применения, например, в кабельных системах передачи и охлаждении электронного оборудования.

Экспериментальное и численное исследование конвекции в кольцевом зазоре было проведено Куном и Гольдштейном [1]. Естественная конвекция для жидкости с числом Прандтля 0.71 (воздух) при синусоидальной форме внутреннего цилиндра была изучена в работе [2]. Расчеты были выполнены для чисел Рэлея Ra=10^3, 10^4, 10^5 и 10^6, амплитуд A=0.1, 0.3, 0.5 и различных периодов синусоиды.

При использовании магнитной жидкости в качестве теплоносителя появляется дополнительная объёмная сила, значение которой определяется намагниченностью жидкости и градиентом напряженности магнитного поля. До настоящего момента исследована термомагнитная конвекция в зазоре с круговым или эллиптическим цилиндром внутри [3]. Как круговой, так и эллиптический цилиндры служат концентраторами магнитного поля, создающими градиент магнитного поля у поверхности внутреннего цилиндра. Открытой задачей остается влияние формы и количества концентраторов магнитного поля на характер термомагнитной конвекции.

Целью работы является определение возможности интенсификации конвекции в кольцевом зазоре за счет использования намагниченной среды в качестве теплоносителя и выборв формы внутреннего цилиндра.

Неоднородное магнитное поле описывается уравнениями

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0; \tag{1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = 0; \tag{2}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\big(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}(H,T)\big); \tag{3}$$

$$\boldsymbol{M}(H,T) = \frac{M(H,T)\boldsymbol{H}}{H}. \tag{4}$$

Намагниченность реальных магнитных жидкостей хорошо описывает эмпирическая зависимость [4]:

$$M(H) = M_s \frac{\chi_0 \widehat{H}}{1 + \chi_0 \widehat{H}} = M_s f\left(\widehat{H}\right), \tag{5}$$

где χ_0 – начальная магнитная восприимчивость, $\widehat{H} = H/M_s$ – безразмерная напряженность магнитного поля.

Так как $\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{0}$, то можно ввести скалярный потенциал магнитного поля F такой, что $\boldsymbol{H} = \nabla F$. Тогда магнитное поле определяется выражениями

$$\nabla(\mu(H)\nabla F) = 0, \qquad \mu(H) = 1 + \frac{f\left(\widehat{H}\right)}{\widehat{H}} \tag{6}$$

с граничными условиями

$$\left\{\mu \frac{\partial F}{\partial n}\right\} = 0, \left\{\mu \frac{\partial F}{\partial \tau}\right\} = 0, \tag{7}$$

где фигурные скобки означают $\{a\} = a_1 - a_2$, а индексы 1 и 2 относятся к среде по обеим сторонам границы.

Безразмерная система уравнений, описывающая конвективное движение в переменных функция тока - завихренность, имеет вид

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{\mathrm{Pr}} \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\nabla} \omega = \Delta(\omega) + \mathrm{Ra} \frac{\partial \theta}{\partial x} +$$

$$+\mathrm{Ra}_m \frac{\chi H \frac{H_0}{M_S}}{1 + \chi H \frac{H_0}{M_S}} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) - \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)\right]; \tag{8}$$

$$\Delta \psi = -\omega. \tag{9}$$

В качестве характерных величин используются следующие величины: $[t] = L^2/\nu$, $[x, y] = L$, $[T] = \Delta T$, $[u] = \varkappa/L$, $[\psi] = \varkappa$, $[\omega] = \varkappa/L^2$, $[H] = M_S$, где L – характерный размер системы, $\varkappa$ - коэффициент температуропроводности, θ – безразмерная температура. Здесь $\mathrm{Ra}_m = \frac{\mu_0 M_S^2 \beta \Delta T L^2}{\rho \kappa \nu}$ – магнитное число Рэлея, $\mathrm{Ra} = \frac{L^3 \beta \Delta T}{\kappa \nu}$ – число Рэлея, $\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\varkappa}$ – число Прандтля.

Функция тока и завихренность связаны со скоростью выражениями:

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \qquad \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \boldsymbol{u}. \tag{10}$$

Уравнение для температуры имеет вид

$$\mathrm{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\theta = \Delta \theta. \tag{11}$$

Рассматривается конвекция магнитной жидкости в кольцевом зазоре между двумя цилиндрами. Наружный цилиндр с радиусом R_{out} является круглым, профиль внутреннего цилиндра соответствует формуле:

$$R = R_{in} + A\sin(N * \varphi + \varphi_0)\,, \qquad (12)$$

где R_{in} – радиус базовой окружности ($R_{in} = 1$), A – амплитуда, φ – угол, отсчитываемы от вертикальной оси.

Магнитное поле вычисляется в соответствии с уравнением (6) и граничными условиями (7) во всем пространстве. В этом случае внешний радиус расчетной области, соответствующий “бесконечности”, предполагался равным $R_\infty = 16R$.

Тепловой поток через поверхность определяется выражением

$$Nu = \oint_\Omega \frac{d\theta}{dn}d\Omega\,. \qquad (13)$$

Чтобы проверить численную схему, среднее число Нуссельта сравнивается с результатами, полученными из графиков [2] для Ra=10^3, 10^4, $A = 0.1, 0.3, 0.5$, N=3, Pr=0.71. Из таблицы 1 видно, что результаты хорошо согласуются с данными [2].

Таблица 1. Сравнение чисел Нуссельта, N=3, Pr=0.71, $\mathrm{Ra}_m = 0$.

A	Ra	[2] Nu_{ave}	Present Nu_{ave}
0.1	10^3	0.78	0.7819
0.3	10^3	0.90	0.9038
0.5	10^3	1.11	1.1127
0.1	10^4	1.33	1.3289
0.3	10^4	1.38	1.4620
0.5	10^4	1.48	1.4849

Изолинии напряженности магнитного поля в кольцевом зазоре вблизи внутреннего цилиндра для амплитуд $A = 0.3, 0.5$ и $H_0 = 5$ приведены на рисунке 1. Внешнее поле ориентировано вертикально. Внутренний цилиндр выполнен из материала с высокой магнитной проницаемостью ($\mu = 1000$). Для амплитуды $A = 0.3$ максимальное значение напряженности магнитного поля $H_{max} = 13.0272$. В случае $A = 0.5$ кривизна оказывается больше и максимальное значение напряженности магнитного поля $H_{max} = 14.2084$.

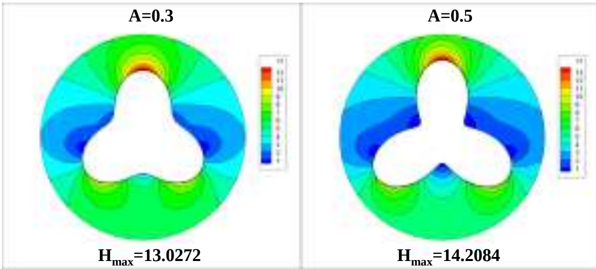

Рисунок 1. Структура магнитного поля. $H_0 = 5,\ \mu = 1000$

На рисунке 2 показана зависимость Nu/Nu_0 от магнитного числа Рэлея при значении гравитационного числа Рэлея $\mathrm{Ra} = 10^4$ для амплитуд $A = 0.3, 0.5$. Здесь Nu_0 - значение числа Нуссельта при отсутствии магнитного поля. Число Нуссельта увеличивается наиболее быстро при небольших значения Ra_m. Структура течения и распределение температуры для амплитуды $A = 0.5$ для некоторых значений Ra_m представлены на рисунке 3.

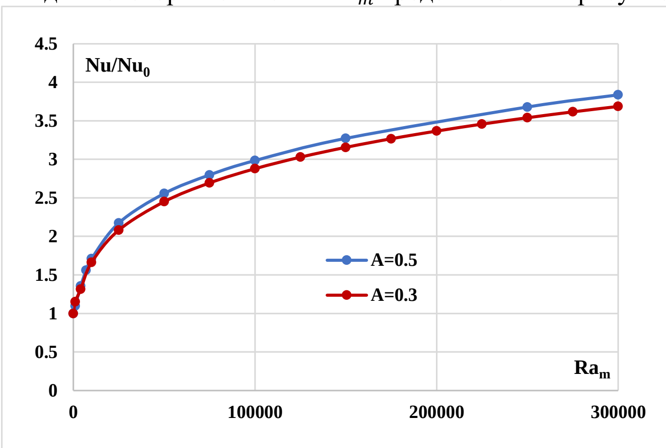

Рисунок 2. Зависимость числа Нуссельта от Ra_m. $\mathrm{Pr} = 700,\ \mathrm{Ra} = 10^4$

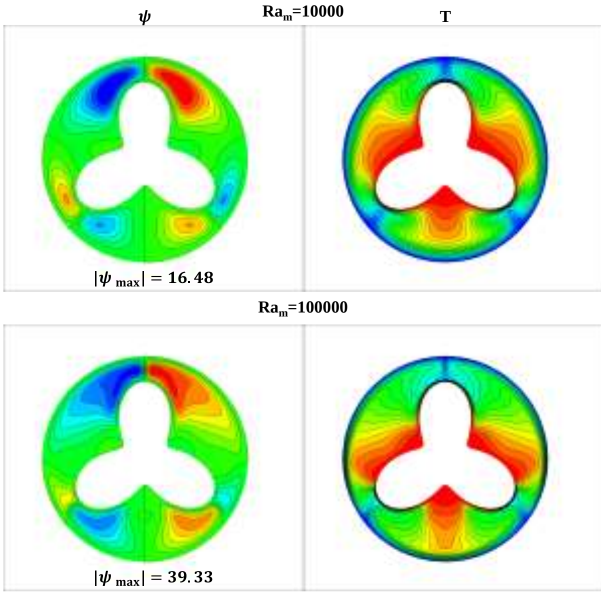

Рисунок 3. Линии тока и изотермы для $\mathrm{Ra} = 10^4$. $A = 0.5$

В случае, когда $\mathrm{Ra} = 10^5$ (рис. 4), интенсивность теплопередачи почти не увеличивается при небольших значениях Ra_m для амплитуд $A = 0.3, 0.5$. Когда магнитные силы превышают гравитационные, интенсивность теплопередачи скачкообразно возрастает. Этот скачок соответствует изменению структуры течения: появляются две дополнительные конвективные ячейки (рис. 5).

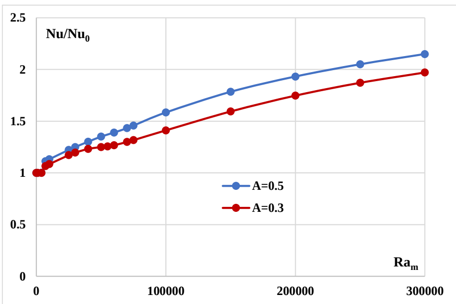

Рисунок 4. Зависимость числа Нуссельта от Ra_m. $\mathrm{Pr} = 700, \mathrm{Ra} = 10^5$

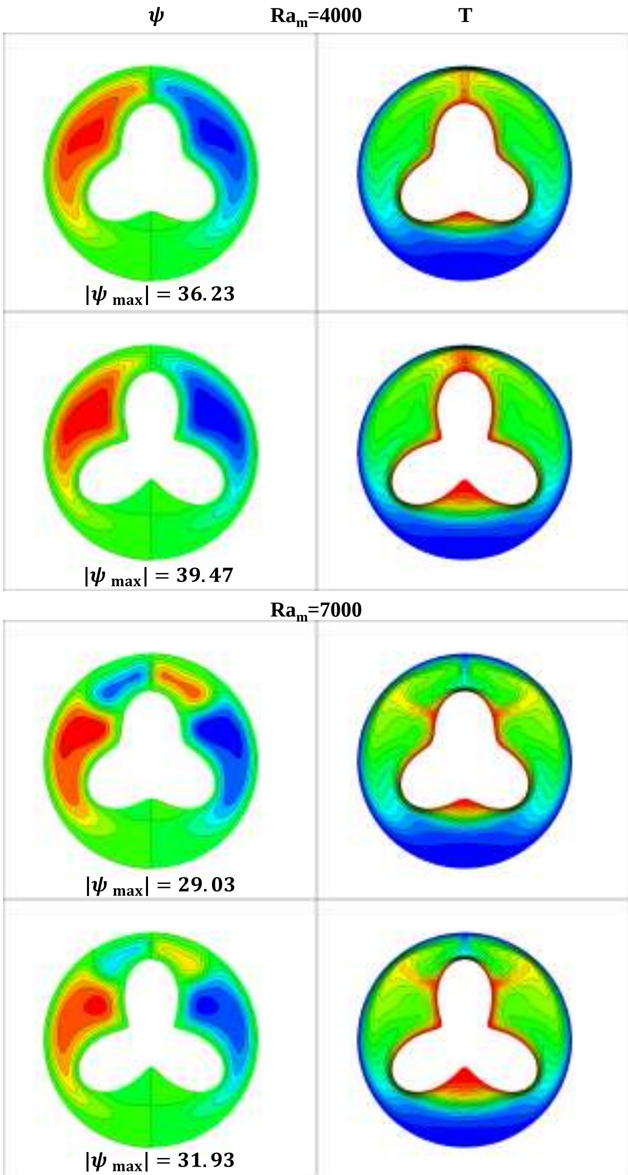

Рисунок 5. Линии тока и изотермы для $\mathrm{Ra} = 10^5$

Интенсивность конвекции за счет использования магнитной жидкости для амплитуд $A = 0.5, 0.3$ может быть увеличена более чем в 3 раза по сравнению с гравитационной конвекцией при $\mathrm{Ra} = 10^4$. При большом значении числа Рэлея ($\mathrm{Ra} = 10^5$) влияние магнитных сил на интенсивность конвекции невелико. Для амплитуды $A = 0.5$ при $\mathrm{Ra}_m = 300000$ теплопередача может быть увеличена в 2.15 раза, а для $A = 0.3$ – в 1.97 раз.

Таким образом, была рассмотрена конвекция в кольцевом зазоре при использовании магнитной жидкости в качестве теплоносителя. Изучено влияние формы внутреннего цилиндра на интенсивность конвекции. Было установлено, что теплопередача может быть увеличена в 3 раза по сравнению с гравитационной конвекцией для внутреннего цилиндра с 3 выступами при небольшом числе Рэлея ($\mathrm{Ra} = 10^4$).

Литература

1. T. Kuehn, R. Goldstein, An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal cylinders, J. Fluid Mech. 74 (1976) 695–719, https://doi.org/10.1017/S0022112076002012.

2. M. Sheikholeslami, Simulation of Vorticity Stream Function Formulation by Means of CVFEM. Application of Control Volume Based Finite Element Method (CVFEM) for Nanofluid Flow and Heat Transfer (2019) 15–32, https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814152-6.00002-3

3. M.S. Krakov, I.V. Nikiforov, Influence of the shape of the inner boundary on thermomagnetic convection in the annulus between horizontal cylinders: Heat transfer enhancement, Int. J. Therm. Sci. 153 (2020), 106374, https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106374

4. A. Vislovich, Phenomenological equation of static magnetization of magnetic fluids, Magnetohydrodynamics 26 (1990) 178–183, https://doi.org/10.22364/mhd.