

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

*Пешевич Николай Дмитриевич, Павлюковец Александр Евгеньевич,
студенты 2-го курса кафедры «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Хотомцева М.А., старший преподаватель)*

Дифференциальная геометрия, раздел геометрии, в котором изучение различных типов пространств и их подмножеств (геометрических фигур, объектов) осуществляется методами математического анализа (дифференциальное и интегральное исчисление).

Дифференциальная геометрия занимается изучением локальных общих свойств кривых и поверхностей, в том числе семейств кривых и поверхностей, выражаемых уравнениями в трехмерных и более пространствах; предметом классической дифференциальной геометрии является изучение тех свойств геометрических образований, которые являются инвариантами группы движений (движения, материи); более новая дифференциальная геометрия изучает свойства геом. инвариантны к аффинным преобразованиям (дифференциальная аффинная геометрия), проективным преобразованиям (дифференциальная проективная геометрия) и др.. Основными понятиями дифференциальной геометрии кривых и поверхностей являются, среди прочего, понятия: касательная, главная нормаль, бинормаль, кривизна, кручение (трехгранник Френе), строго касательная плоскость, касательная плоскость, эвольвента, координата. Кривые на поверхности, длина дуги, обе дифференциальные основные формы (внутренне определяющие метрическую геометрию поверхности, т. е. позволяющие измерять длины дуг, углы между линиями на поверхности, площади частей поверхности и т. д.).

Дифференциальная геометрия в своем развитии подвергалась обобщениям в различных направлениях. Эти обобщения были вызваны потребностями механики, теоретической физики было введено понятие многомерного пространства, изучались различные подмножества этих пространств, что привело к важному понятию дифференцируемого многообразия - например, обычная поверхность в трехмерном пространстве является примером двумерного многообразия (сфера, тор). Дальнейшие обобщения привели к введению важного нового понятия: риманово пространство, геометрия которого неевклидова.

Дифференциальная геометрия возникла и развивалась в тесной связи с математическим анализом, выросшим в значительной степени из задач геометрии. Многие геометрические понятия были определены раньше, чем их аналоги в анализе. Например, понятие тангенса старше понятия производной, а понятия площади и объема старше понятия интеграла.

Дифференциальная геометрия впервые возникла в 18 в. и связана с именами Л. Эйлера и Г. Монжа. Первый обзорный трактат по теории поверхностей был написан Монжем («Применение анализа по геометрии», 1795). В 1827 г. К.Ф. Гаусс; это исследование заложило основы теории поверхностей в ее современном виде. С этого времени дифференциальная геометрия перестала быть простым приложением анализа и стала самостоятельной ветвью математики.

Новую эпоху в развитии дифференциальной геометрии открыл Г. Монж (1746-1818). (Рис.1)



Рисунок 1 – Гаспар Монж

Монж был прежде всего геодезистом. Мы обязаны ему формализацией начертательной геометрии. Он также был аналитиком, одним из немногих пионеров, открывших уравнения в частных производных. Немногие математики имели столь ясное представление о глубоких связях, объединяющих анализ и геометрию.

Монж также дал свое имя общей проблеме теории транспорта, известной как проблема Монжа-Канторовича (или МКР, от проблемы Монжа-Канторовича), последняя получила Нобелевскую премию по экономике в 1975 году и, как известно, доказала существование оптимального решения этой проблемы в 1942 году. Его имя начертано на Эйфелевой башне

Третья эпоха дифференциальной геометрии связана с именем К. Гаусса.

Настоящим толчком в развитии дифференциальной геометрии стала работа Карла Гаусса в XIX веке. Он первым смог связать дифференциальную

геометрию и топологию. Также Гаусс развил теорию кривых и поверхностей, в которой введены понятия кривизны, измеряемой величиной кривизны Риччи, и геодезической кривизны. Кроме того, Гаусс занялся изучением кривых на поверхности эллипсоида, которые стали называться геодезическими кривыми. Эти кривые играют важную роль в дифференциальной геометрии.

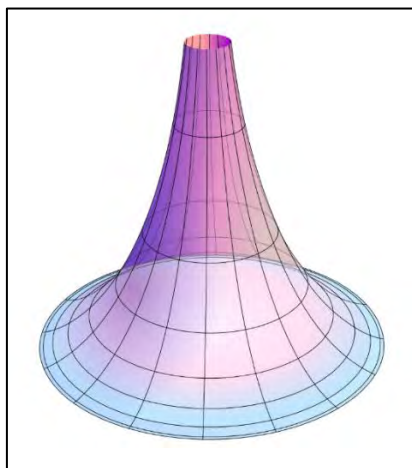


Рисунок 2 – Псевдосфера Лобачевского

Псевдосфера представляет собой поверхность с постоянной отрицательной кривизной. Кривизну немного сложно дать строгое определение, но не так уж сложно понять, что она означает. Это мера того, насколько часть поверхности не является плоской. Кривизна может быть положительной, отрицательной или нулевой. Легче всего понять, что они означают, если представить, что вы сидите на поверхности. Если вы сидите на большом мяче, поверхность мяча изгибается от вас во всех направлениях. Это положительная кривизна. Если вы сидите в седле, седло изгибается от вас в направлении, в котором ваши ноги свисают вниз, и вверх по направлению к вам в другом направлении. Это отрицательная кривизна. Поверхность с нулевой кривизной плоская.

В XX веке дифференциальная геометрия повсеместно используется в различных научных областях, включая физику, астрономию, теорию относительности и т.д. Важный вклад в развитие дифференциальной геометрии внесли такие ученые, как Альберт Эйнштейн, Курт Гедель, Якоб Палмберг, Стивен Хоукинг и многие другие.

В заключение, можно сказать, что история развития дифференциальной геометрии тесно связана с историей математики в целом, и что она до сих пор остается одним из наиболее интересных и перспективных направлений математической науки, которое активно развивается и находит применение во многих научных областях.