

ГЛАВНЫЕ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ

*Амвросьев Егор Андреевич, Домашкевич Никита Александрович,
студенты 2-го курса кафедры «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Хотомцева М.А., старший преподаватель)*

Поверхность – это образ двумерного открытого множества W , точками которого являются числа u и v , в трехмерное евклидово пространство E . Примеры основных поверхностей указаны на (Рис. 1):

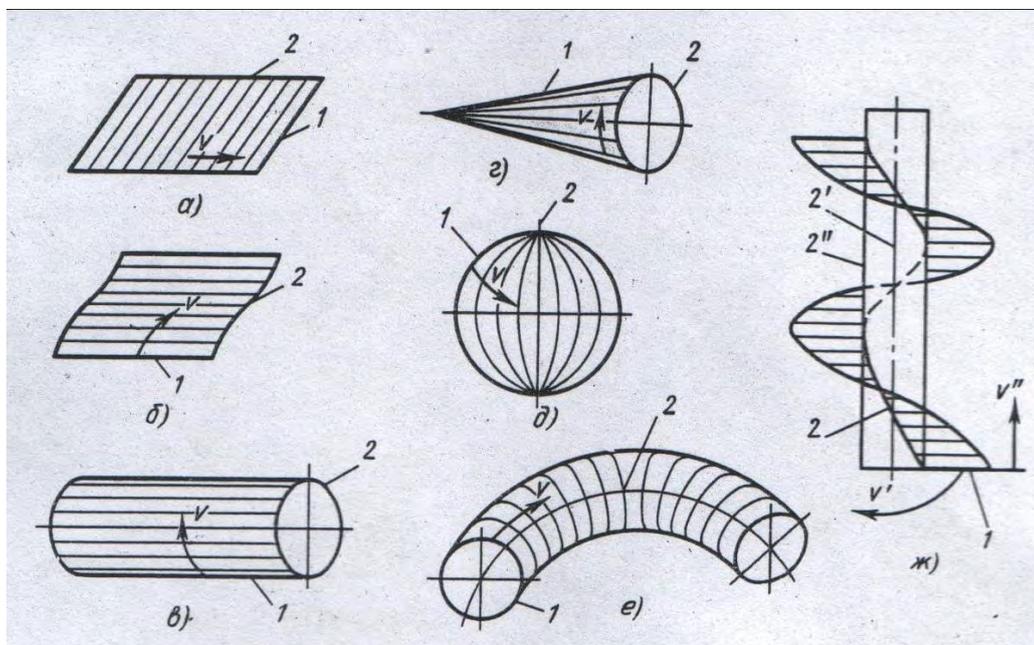


Рисунок 1 – Виды геометрических поверхностей
а – плоская, б – линейчатая, в - цилиндрическая, г – коническая,
д – сферическая, е – торовая, ж – геликоидная

Кривизна — это величина, характеризующая отклонение кривой (поверхности) в окрестности данной ее точки от касательной прямой (касательной плоскости).

Кривизну подразделяют на Эйлеровскую – нормальная кривизна (Рис. 2) и Гауссову – полная кривизна, которая в свою очередь делится на нулевую, положительную и отрицательную кривизны (Рис. 3).

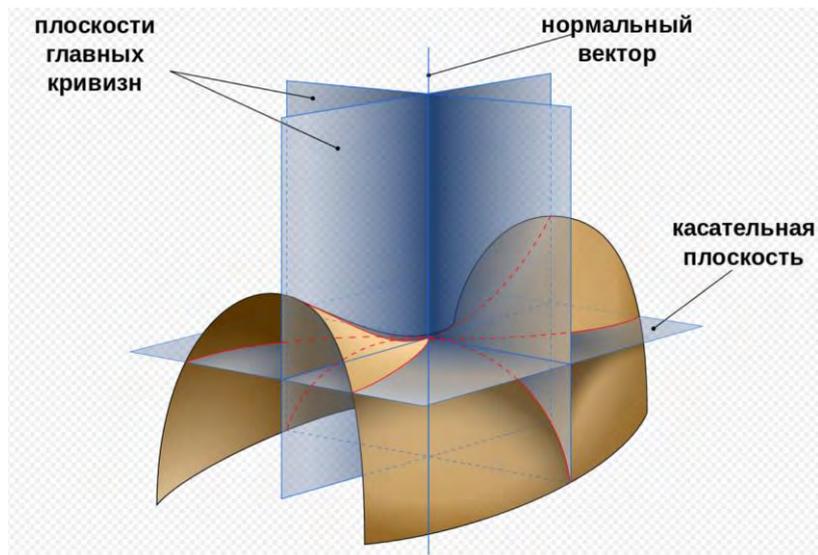


Рисунок 2 – Пример Эйлеровский кривизны

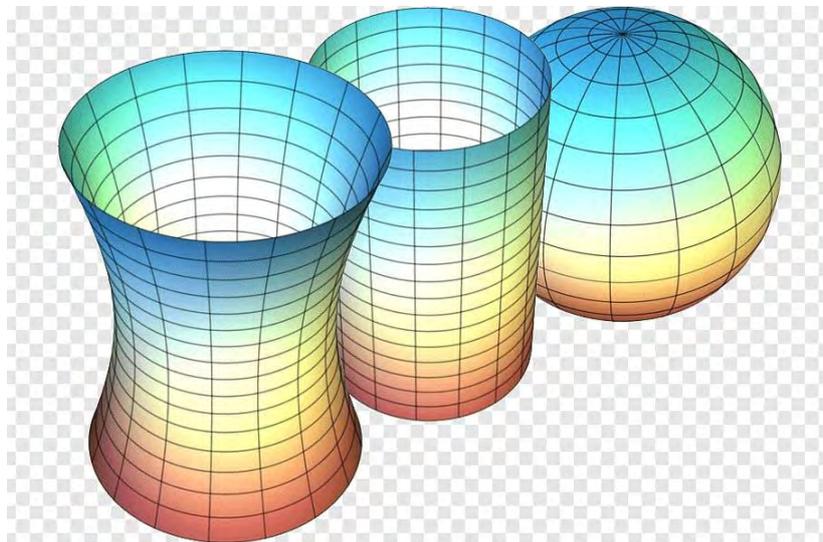


Рисунок 3 – Примеры Гауссовой кривизны (отрицательная, нулевая и положительная)

Главными кривизнами поверхности называются значения, достигающие максимума нормальных кривизн в определённой точке поверхности. А их направлениями называют главными направлениями кривизн. Из этих определений следует, что в любой точке поверхности существует только две главные кривизны и два их главных направления. Исключением является нулевая кривизна, все направления которой являются главными.

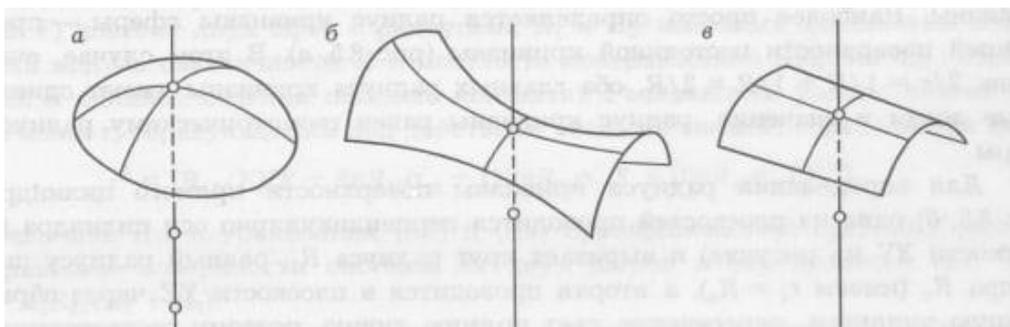


Рисунок 4 – Главная кривизна на примере Гауссовых поверхностей

Линия кривизны поверхности – это кривая на поверхности, в каждой точке которой касательная направлена по главному направлению.

Гауссова, или полная, кривизна поверхности – число, которое равно произведению главных кривизн $K = k_1 \cdot k_2$.

Средней кривизной поверхности называется полусумма главных кривизн

$$H = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

Кривизны также играют немаловажную роль и в геодезии. К примеру, кривизна Земли на прямую влияет на результаты горизонтальных и вертикальных измерений. Поэтому для обработки результатов измерений точки относят отвесными линиями на более простую поверхность, нежели Земля, такую поверхность называют поверхностью относимости. Как пример таких поверхностей можно взять шар, референц-эллипсоид или плоскость. А проецирование точек линиями, которые перпендикулярны поверхности относимости называется ортогональным. Получение ортогональной проекции на плоскость является наиболее простым, потому что в таком случае кривизну Земли учитывать не нужно.

В реальной жизни у кривизны Земли также есть факт её учёта – в строительстве. Когда происходит возведение каких-либо конструкций погрешности высотных измерений в среднем не должны превышать определённого значения (1-2 мм), поэтому важно учитывать кривизну Земли при определении высот.