

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГООСНЫХ ШАССИ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

**Котлобай А. Я.**, кандидат технических наук, доцент,

**Журавлев В. В.**,

**Миронов Д. Н.**, кандидат технических наук, доцент  
*Белорусский национальный технический университет*  
*г. Минск, Республика Беларусь*

При выполнении транспортно-технологических операций с крупногабаритным технологическим оборудованием основными качествами, предъявляемыми к базовым шасси, являются тягово-сцепные качества с габаритными возможностями установки технологического оборудования различного назначения. Гусеничная техника, обладая высокими тяговыми качествами, имеет ограниченные мобильные и транспортно-габаритные возможности и требует наличия развитой инфраструктуры по транспортированию такой техники с объекта на объект. Применение гусеничной техники оправдано при концентрации больших объемов работ на объекте строительства, что не характерно для сложившейся экономической ситуации в Республике Беларусь. Транспортное машиностроение Республики Беларусь при развитом производстве пневмоколесной техники не располагает мощностями по производству гусеничной техники. Налаживание производства необходимой гаммы гусеничных шасси потребует значительных долговременных инвестиций в транспортное машиностроение Республики при неочевидной эффективности таких проектов.

Вместе с тем в мировой практике транспортного машиностроения отчетливо сложилась тенденция ограничения нагрузок, приходящихся на ось транспортного средства посредством увеличения числа осей. Многоосные транспортные средства широко используются как основная база при установке технологического оборудования специального назначения, выполнения технологических операций, оперативного транспортирования технологического оборудования по дорогам с усовершенствованным покрытием и вне дорог [1], [2], [3].

Одним из возможных направлений совершенствования тяговых шасси транспортно-технологических машин является создание многоосных шасси. Для определения основных параметров многоосного тягового шасси определим уравнения движения многоосного шасси в продольно-вертикальной плоскости.

Наиболее общей по структуре схемой ходовой системы многоосного тягового шасси, позволяющей при исключении определенных элементов получить ходовую систему с любым числом и типом подвески осей, является многоосная шарнирно-сочлененная ходовая система, состоящая из передней

секции, имеющей индивидуальную подвеску опор, и активных одноопорных прицепных секций (рисунок 1). Опорами шасси в общем случае являются балансирующие каретки [1], [2], объединяющие две оси (рисунок 1).

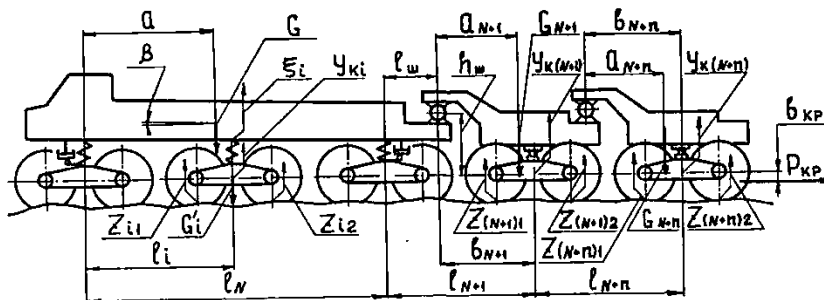


Рисунок 1 – Структурная схема многоосного шасси

Выведем уравнения прямолинейного движения такого многоосного шасси [3]. При выводе уравнений движения приняты следующие допущения:

все упругие элементы подвесок имеют линейные характеристики, т. е. модули упругости, приведенные к осям, постоянны;

- упругие характеристики шин – линейные;
- колеса во время движения не отрываются от поверхности качения;
- при последующих проходах по грунту профиль неровности не искажается;

– многоосную ходовую систему принимаем симметричной относительно продольной оси, т.е. считаем оси колес левого борта совпадающими с осями колес правого борта, жесткости упругих элементов и шин левого и правого бортов одинаковы;

– профиль опорной поверхности под колесами левого и правого борта одинаковый;

– динамические радиусы качения в процессе движения постоянны и одинаковы для всех колес;

– угловая скорость вращения всех колес одинакова и постоянна во время движения.

Исходя из принятых допущений, в дальнейшем рассматриваем движение многоосного шасси лишь в продольно-вертикальной плоскости.

Уравнения движения многоосного шасси будем искать в форме уравнений Лагранжа второго рода. За обобщенные координаты примем (см. рисунок 1):

$\xi_i$  – вертикальное перемещение точки остова передней секции шасси над  $i$ -й опорой;

$Y_{ki}$ ,  $Y_{kj}$  – вертикальные перемещения осей подвеса  $i$ -й опоры передней секции и  $j$ -й прицепной секции;

$x$  – горизонтальное перемещение многоосного шасси.

Кинетическая энергия системы  $T$ :

$$T = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N m_i \dot{\xi}_i^2 + \sum_{i=1}^N m_i' \dot{y}_{ki}^2 + \sum_{j=N+1}^{N+n} m_j \dot{y}_{kj}^2 + M \dot{x}^2 \right), \quad (1)$$

где  $i$  – номер опоры передней секции шасси,

$i = 1, 2, \dots, N$ ;

$j$  – номер прицепной секции шасси,

$j = N + 1, N + 2, \dots, N + n$ ;

$N$  – число опор передней секции шасси;

$n$  – число прицепных секций шасси;

$m_i, m_j$  – масса шасси, приведенная к оси подвеса  $i$ -й опоры передней секции и  $j$ -й прицепной секции;

$m_i'$  – масса  $i$ -й опоры передней секции;

$M$  – общая масса шасси.

Потенциальная энергия системы  $\Pi$ :

$$\Pi = 0,5 \left[ \sum_{i=1}^N c_{pi} (y_{ki} - \xi_i)^2 + c_{uu} \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} (z_{ip} - y_{ip})^2 + \sum_{j=N+1}^{N+n} \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} (z_{jp} - \lambda_{jp})^2 \right], \quad (2)$$

где  $c_{pi}$  – жесткость упругого элемента подвески  $i$ -й опоры передней секции;

$c_{uu}$  – жесткость шины;

$y_{ip}, y_{jp}$  – вертикальные перемещения  $p$ -й оси  $i$ -й балансирной каретки передней секции и  $j$ -й прицепной секции;

$n_{\delta i}, n_{\delta j}$  – число осей  $j$ -й опоры передней секции и  $j$ -й прицепной секции;

$z_{ip}, z_{jp}$  – вертикальная ордината микро профиля под колесами  $p$ -й оси  $i$ -й балансирной каретки передней секции и  $j$ -й прицепной секции.

Функция рассеивания  $\Phi$ :

$$\Phi = 0,5 \left[ \sum_{i=1}^N \mu (\dot{y}_{ki} - \dot{\xi}_i)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} k_{uu} (\dot{z}_{ip} - \dot{y}_{ip})^2 + \sum_{j=N+1}^{N+n} \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} k_{uu} (\dot{z}_{jp} - \dot{y}_{jp})^2 \right], \quad (3)$$

где  $\mu$  – коэффициент вязкого трения амортизатора;

$k_{uu}$  – коэффициент потерь на трение в шине.

Выразим  $y_{ki}, y_{kj}, \xi_i$  следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} y_{ki} &= \frac{1}{n_{\delta i}} \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} y_{ip} = \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right); \\ \xi_i &= \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \chi_i; \\ y_{kj} &= \frac{1}{n_{\delta j}} \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} y_{jp} = \frac{1}{n_{\delta j}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} z_{jp} - \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} \lambda_{jp} \right), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\lambda_{ip}, \lambda_{jp}$  – радиальная деформация шин  $p$ -й оси  $i$ -й балансирной каретки передней секции и  $j$ -й прицепной секции;

$x_i$  – деформация упругого элемента подвески  $i$ -й опоры передней секции.

Подставляя выражения (4) в (1) и (2) и производя необходимые преобразования согласно уравнению Лагранжа второго рода, получим уравнения движения  $(N+n)$ -осного шасси:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n_{\delta i}} m_i \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \ddot{z}_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \ddot{\lambda}_{ip} \right) - m_i \ddot{x}_i - \mu \dot{x}_i + Q_{iy} &= c_{pi} x_i; \\ \frac{1}{n_{\delta i}} m'_i \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \ddot{z}_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \ddot{\lambda}_{ip} \right) - k_{ui} \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \dot{\lambda}_{ip} + c_{pi} x_i + Q'_{iy} &= c_{ui} \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip}; \\ \frac{1}{n_{\delta j}} m_j \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} \ddot{z}_{jp} - \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} \ddot{\lambda}_{jp} \right) - k_{uj} \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} \dot{\lambda}_{jp} + Q_{jy} &= c_{uj} \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} \lambda_{jp}; \\ M\ddot{x} &= \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} T_{ip} + \sum_{j=n+1}^{N+n} \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} T_{jp} - P_{kp}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $Q_{iy}, Q_{jy}$  – вертикальные нагрузки, действующие на опоры шасси при движении с малой скоростью по неровной опорной поверхности;

$Q'_{iy} = G'_i$  – вес  $i$ -й опоры передней секции;

$T_{ip} = (P_{kip} - P_{fip}), T_{jp} = (P_{kjp} - P_{fjp})$  – свободная сила тяги, реализуемая колесами  $p$ -й оси  $i$ -й балансирной каретки передней секции и  $j$ -й прицепной секции;

$P_{kip}, P_{kjp}$  – касательная сила тяги, развиваемая колесами  $p$ -й оси  $i$ -й балансирной каретки передней секции и  $j$ -й прицепной секции;

$P_{fip}, P_{fjp}$  – сила сопротивления качению колес  $p$ -й оси  $i$ -й балансирной каретки передней секции и  $j$ -й прицепной секции.

Определим величины  $Q_{iy}, Q_{jy}$ . Рассмотрим статическое равновесие  $(N+n)$ -й прицепной секции (см. рисунок 1), заменив действие на нее  $(N+n-1)$ -й реакциями в шарнире. Из суммы моментов всех сил относительно оси  $(N+n)$ -го шарнира находим:

$$Q_{N+n} = G_{N+n} \frac{Q_{N+n}}{b_{N+n}} + \frac{r_{\delta} + h_u}{b_{N+n}} \sum_{p=1}^{n_{\delta(N+n)}} T_{(N+n)p} - P_{kp} \frac{b_{kp} + h_u}{b_{N+1}},$$

где  $G_j$  – вес  $j$ -й прицепной секции;

$a_j$  – координата центра тяжести  $j$ -й прицепной секции;

$b_j$  – горизонтальная координата оси подвеса балансирной каретки относительно шарнира;

$r_{\delta}$  – динамический радиус качения колес тягача;

$h_u$  – вертикальная координата оси шарнира относительно оси колеса;

$b_{kp}$  – вертикальная координата расположения крюкового устройства относительно оси колес.

Вертикальная реакция в шарнире  $(N + n)$ -й прицепной секции выводится из уравнения статистического равновесия

$$B_{N+n} = G_{N+n} - Q_{N+n},$$

где  $B_j$  – вертикальная реакция в шарнире  $j$ -й прицепной секции.

Рассматривая и далее таким образом равновесие прицепных секций, выводим общую зависимость для определения величины  $Q_{jy}$ .

Знак «+» следует применять для прицепных секций, для которых справедливо равенство:  $j = n - (2\gamma - 1)$ . Знак «-» при  $j = n - 2\gamma$ .

$$\begin{aligned} Q_{jy} = & \left\{ \sum_{j+1}^{N+n} G_{j+1+r} \prod_{j+1}^{j+1+r} l_{\theta} + \sum_j^{N+n} \left( G_{j+r} a_{j+r} \prod_j^{j+r} l_{\theta} \right) + \right. \\ & \left. + (r_{\theta} + h_{uu}) \sum_j^{N+n} \left[ \prod_j^{j+r} l_{\theta} \sum_{p=1}^{n_{\delta k}} T_{(j+r)p} \right] \right\} \left( \prod_j^{j+r} b_{\theta} \right)^{-1} - \\ & - \left\{ \sum_{j+1}^{N+n} G_{j+2+r} \prod_{j+1}^{j+2+r} l_{\theta} + \sum_j^{N+n} \left( G_{j+1+r} a_{j+1+r} \prod_{j+1}^{j+1+r} l_{\theta} \right) + \right. \\ & \left. + (r_{\theta} + h_{uu}) \sum_j^{N+n} \left[ \prod_{j+1}^{j+1+r} l_{\theta} \sum_{p=1}^{n_{\delta k}} T_{(j+1+r)p} \right] \right\} \left( \prod_{j+1}^{j+1+r} b_{\theta} \right)^{-1} \pm \\ & \pm (b_{kp} + h_{uu}) P_{kp} \prod_{j+1}^{N+n} l_{\theta} \left( \prod_j^{N+n} b_{\theta} \right)^{-1}; \end{aligned} \quad (6)$$

где  $l_j$  – продольная база между осями подвесов опор двух смежных прицепных секций;

$$\gamma = 0, 1, 2, \dots, n;$$

$$\theta = 1, 2, 3, \dots;$$

$$r = 1, 2, 3 \dots;$$

$$\theta = 1, 2, 3, \dots; r = 0, 2, 4 \dots$$

Горизонтальные реакции, действующие в шарнирах прицепных секций, следует определять по формуле:

$$G_j = \sum_j^{N+n} \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} T_{jp} - P_{kp},$$

где  $G_j$  – горизонтальная реакция, действующая в шарнире  $j$ -й прицепной секции.

Рассмотрим статистическое равновесие передней секции шасси, заменив действие на нее прицепных секций реакциями в шарнире первого прицепа  $G_{n+1}$ ,  $B_{n+1}$ .

Уравнение статистического равновесия остова передней секции тягача в вертикальной плоскости:

$$\sum_{i=1}^N Q_{iy} - G - B_{N+1} = 0, \quad (7)$$

где  $G$  – вес остова передней секции шасси.

Уравнение моментов всех сил относительно оси подвеса первой балансирующей каретки передней секции:

$$\sum_{i=1}^N Q_{iy} l_i - Ga - B_{N+1} (l_N + l_u) - \Gamma_{N+1} h_u - r_\delta \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} T_{ip} = 0, \quad (8)$$

где  $l_i$  – продольная база  $i$ -й опоры относительно оси подвеса первой;

$a$  – координата центра тяжести остова передней секции шасси;

$l_u$  – горизонтальная координата оси шарнира  $(N + n)$ -й прицепной секции относительно  $N$ -й опоры передней секции.

Горизонтальная реакция в шарнире  $(N + n)$ -й прицепной секции:

$$\Gamma_{n+1} = \sum_{j=N+1}^{N+n} \sum_{p=1}^{n_{\delta j}} T_{jp} - P_{kp} = \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} T_{ip},$$

подставляя  $\Gamma_{N+1}$  в (3.8) получим:

$$\sum_{i=1}^N Q_{iy} l_i = Ga + B_{N+1} (l_N + l_u) + (r_\delta + h_u) \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} T_{ip}. \quad (9)$$

Выразим перемещение  $\xi_i$  через перемещение  $\xi_I$ :

$$\xi_i = \xi_I - l_i \operatorname{tg} \beta,$$

где  $\beta$  – угол наклона передней секции шасси относительно горизонтали.

Подставляя сюда (4) и производя необходимые преобразования, получим:

$$\chi_i = \chi_I + l_i \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \frac{1}{n_{\delta 1}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} z_{1p} - \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} \lambda_{1p} \right). \quad (10)$$

Нагрузка  $Q_{iy}$  определяется зависимостью:

$$Q_{iy} = c_{pi} \chi_i. \quad (11)$$

Из выражений (7), (10) и (11) получим:

$$\chi_I = \left\{ G + B_{N+1} - \operatorname{tg} \beta \sum_{i=1}^N c_{pi} \left[ \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \frac{1}{n_{\delta 1}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} z_{1p} - \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} \lambda_{1p} \right) \right] \right\} \left( \sum_{i=1}^N c_{pi} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Решая совместно уравнения (9) – (12) определим:

$$\begin{aligned}
 t g \beta = & \left( \left\{ G a + B_{N+1} (l_N + l_u) + (r_\delta + h_u) \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} T_{ip} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i \left[ \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \frac{1}{n_{\delta 1}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} z_{1p} - \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} \lambda_{1p} \right) \right] \right\} \sum_{i=1}^N c_{pi} - \right. \\
 & \left. - \left\{ G + B_{N+1} - \sum_{i=1}^N c_{pi} \left[ \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \frac{1}{n_{\delta 1}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} z_{1p} - \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} \lambda_{1p} \right) \right] \right\} \times \right. \\
 & \left. \times \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i \left[ \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i^2 \sum_{i=1}^N c_{pi} - \left( \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i \right)^2 \right]^{-1} \right). \tag{13}
 \end{aligned}$$

Подставляя уравнение (13) в выражения (12), (10) и (11) находим:

$$\begin{aligned}
 Q_{iy} = & c_{pi} \left( \left\{ G + B_{N+1} - \sum_{i=1}^N c_{pi} \left[ \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \frac{1}{n_{\delta 1}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} z_{1p} - \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} \lambda_{1p} \right) \right] \right\} \times \right. \\
 & \times \left( \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i^2 - l_i \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i \right) - \left\{ G a + B_{n+1} (l_n + l_u) + (r_\delta + h_u) \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} T_{ip} - \right. \\
 & \left. - \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i \left[ \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \frac{1}{n_{\delta 1}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} z_{1p} - \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} \lambda_{1p} \right) \right] \right\} \times \\
 & \times \left( \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i - l_i \sum_{i=1}^N c_{pi} \right) \left[ \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i^2 \sum_{i=1}^N c_{pi} - \left( \sum_{i=1}^N c_{pi} l_i \right)^2 \right]^{-1} + \\
 & \left. + c_{pi} \left[ \frac{1}{n_{\delta i}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} z_{ip} - \sum_{p=1}^{n_{\delta i}} \lambda_{ip} \right) - \frac{1}{n_{\delta 1}} \left( \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} z_{1p} - \sum_{p=1}^{n_{\delta 1}} \lambda_{1p} \right) \right] \right). \tag{14}
 \end{aligned}$$

Получена система дифференциальных уравнений (5), состоящая из  $(2N+n)$  уравнений, описывающих движение многоосного шасси в вертикальной плоскости и уравнения тягового баланса. Система уравнений (5) учитывает число ведущих осей, тип ходовой системы, микро профиль опорной поверхности, действие крюковой нагрузки и позволяет исследовать тяговые показатели многоосных шасси с любым числом осей и типом ходовой системы при движении с крюковой нагрузкой по ровной и неровной опорной поверхности. Для решения задач динамики многоосных шасси необходимо определить составляющие уравнения тягового баланса.

Рассмотрим уравнение тягового баланса многоосного шасси. Касательная сила тяги, реализуемая колесами шасси, определяется по формуле [3]:

$$P_k = \frac{f_{ск} k_\tau R}{\delta L} \left[ \ln ch \frac{\delta L}{k_\tau} - f_{np} \left( \frac{1}{ch \frac{\delta L}{k_\tau}} - 1 \right) \right] + 2\tau_{cp} \frac{h_2 L}{t_2}, \quad (15)$$

где  $f_{ск}$  – коэффициент трения скольжения;  
 $f_{np}$  – приведенный коэффициент трения;  
 $k_\tau$  – коэффициент деформации;  
 $R$  – нормальная реакция грунта, действующая на колесо;  
 $\delta$  – буксование;  
 $L$  – длина пятна контакта колеса с грунтом;  
 $\tau_{cp}$  – напряжение среза грунтовых кирпичей боковыми гранями грунтозацепа;  
 $h_2$  – высота грунтозацепа;  
 $t_2$  – шаг грунтозацепа.

При движении шасси по деформируемой опорной поверхности сопротивление качению обуславливается потерями мощности на деформацию почвы и шины, и потерями, возникающими вследствие наезда колес на неровности почвенного рельефа:

$$P_f = P_{fu} + P_{fn} + P_{fi} \quad (16)$$

где  $P_{fu}$ ,  $P_{fn}$ ,  $P_{fi}$  – сопротивление качению колеса шасси, возникающее соответственно за счет деформации шины и почвы, и вследствие наезда колес на неровности почвенного рельефа.

Величина  $P_{fu}$  определяется по формуле [1], [2]:

$$P_{fu} = f_{uu} C_u \lambda, \quad (17)$$

где  $f_{uu}$  – коэффициент сопротивления качению при движении пневматического колеса по жесткой опорной поверхности.

При определении сил сопротивления качению колес шасси за счет деформации грунта учитываем, что последующее колесо перемещается по следу предыдущего прохода.

Исследования показали, что деформация грунта при повторных нагружениях подчиняется эмпирической зависимости:

$$\sum_{i=1}^n h_i = h_1 (1 + k_u \lg n), \quad (18)$$

где  $h_1$ ,  $h_2$  – деформация грунта при первом нагружении и прирост деформации при  $i$ -м нагружении;

$k_u$  – коэффициент интенсивности накопления необратимой деформации;  
 $n$  – число нагружений.



Из (18) получаем:

$$h_i = h_1 k_i \lg \frac{i}{i-1}. \quad (19)$$

Связь между напряжением и деформацией описывается различными выражениями. Широкое распространение при исследованиях проходимости колесных и гусеничных машин по грунту получили эмпирические зависимости между глубиной погружения штампа в грунт и удельной нагрузкой, действующей на него [1], [2]:

$$q = ch^\mu, \quad (20)$$

где  $q$  – удельное давление;

$c$  и  $\mu$  – показатели, характеризующие свойства грунта.

При исследованиях проходимости сельскохозяйственных тракторов и мобильных машин широкое применение получили зависимости:

$$q = p_0 \operatorname{th} \frac{k}{p_0} h, \quad (21)$$

где  $k$  – коэффициент объемного смятия;

$p_0$  – предельная несущая способность грунта.

Выражения (20), (21) адекватно описывают результаты экспериментальных исследований. Рассогласование в результатах расчетов с использованием выражений может возникать при высоких удельных давлениях штампов на грунт. При относительно небольших удельных давлениях, в частности при использовании шин низкого давления, зависимость между удельным давлением штампа на грунт и осадкой близка пропорциональной и одинаково описывается обоими выражениями.

Исходя из выражений (19), (20), (21) получим:

$$h_i = \left( \frac{q_i}{c} \right)^{\frac{1}{\mu}} k_u \lg \frac{i}{i-1}, \quad (22)$$

$$h_i = k_u \left( \lg \frac{i}{i-1} \right) \frac{p_0}{k} \operatorname{Arth} \frac{q_i}{p_0}. \quad (23)$$

Составляющая сопротивления качению колеса в нейтральном режиме за счет деформации грунта с учетом действия тяговой нагрузки [3]:

$$P_{fz} = b \left( 1 + \psi \frac{T}{G} \right) \int_0^{h_i} q_i(h) dh, \quad (24)$$

где  $\psi$  – коэффициент;  
 $b$  – ширина колеса;  
 $T$  – свободная сила тяги, развиваемая машиной;  
 $G$  – масса шасси.

При движении многоосной ходовой системы по неровной опорной поверхности мощность, затрачиваемая на вертикальное перемещение колеса, равна:

$$N_{f_u} = c_{uu} \lambda (\dot{z} - \dot{\lambda}). \quad (25)$$

Сила сопротивления качению, возникающая за счет наезда колеса на неровность, определяется по выражению:

$$P_{f_u} = \frac{N_{f_u}}{v_{\partial}},$$

где  $v_{\partial}$  – действительная скорость движения шасси.  
 Учитывая (25) получим:

$$P_{f_u} = \frac{c_{uu} \lambda (\dot{z} - \dot{\lambda})}{v_{\partial}}. \quad (26)$$

Подставляя в выражение (16) выражения (17), (24), (26) с учетом выражений (22), (23), после преобразований получим формулы для расчета сопротивлений качению колес  $i$ -й оси при качении по следу предыдущего прохода с учетом характера распределения нормальных реакций грунта по осям:

$$P_{f_i} = f_{uu} R_i + \frac{b q_i \left(1 + \psi \frac{T}{G}\right)}{\mu + 1} \left(k_u \lg \frac{i}{i-1}\right)^{\mu+1} \left(\frac{q_i}{c}\right)^{\frac{1}{\mu}} + \frac{c_{uu} \lambda (\dot{z} - \dot{\lambda})}{v_{\partial}}, \quad (27)$$

$$P_{f_i} = f_{uu} R_i + \frac{b p_0^2 \left(1 + \psi \frac{T}{G}\right)}{k} \left(k_u \lg \frac{i}{i-1}\right) \ln \frac{p_0}{\sqrt{p_0^2 - q_i^2}} + \frac{c_{uu} \lambda (\dot{z} - \dot{\lambda})}{v_{\partial}}. \quad (28)$$

Полученные выражения (27) и (28) для определения сил сопротивления качению колес многоосного шасси, позволяют учитывать при расчете микро профиль и механические характеристики опорной поверхности, число осей и характер распределения нормальных нагрузок по осям.

## Литература

1. Аксенов, П. В. Многоосные автомобили: Теория общих конструктивных решений / П. В. Аксенов. – М. : Машиностроение, 1980. – 207 с.
2. Ульянов, Н. А. Колесные движители строительных и дорожных машин: Теория и расчет / Н. А. Ульянов. – М. : Машиностроение, 1982. – 279 с.
3. Энергоресурс сберегающие технические средства и их комплексы для строительства : монография / А. В. Вавилов, В. Ф. Кондратюк, А. Я. Котлобай, Д. В. Маров; под общ. ред. А. В. Вавилова. – Минск : Стинко, 2003. – 328 с.