

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ МАНИПУЛЯТОРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТОДОВ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Непрерывный рост требований к точности характеризует современное машиностроение. В этих условиях анализ качества и расчетное обоснование точности становятся одними из основных задач при проектировании механизмов. В работе проведено исследование точностных характеристик манипулятора на сборочных операциях. Представлен метод исследования точности манипуляторов промышленных роботов и влияния точности на проведение сборочных операций. На основе численного моделирования определено влияние погрешностей обобщенных координат на точность позиционирования рабочей точки манипулятора и на собираемость сборочных комплектов. Сформулированы требования и подходы к комплексному изучению кинематических погрешностей механизмов для определения требований к конструктивным элементам манипуляторов на основе заданной точности работы.

В общем случае погрешности в рабочей точке манипулятора складываются из следующих составляющих: динамических погрешностей приводов, статических и динамических погрешностей упругих деформаций, статических погрешностей конструкции, погрешности планирования траектории и погрешности закрепления детали. Возникающие погрешности в сочленениях манипуляторов сводятся в общем случае к погрешностям обобщенных координат Dq (вектор погрешностей обобщенных координат) и погрешностям параметров манипулятора Dp (вектор погрешностей параметров манипуляторов). Связь между линейными погрешностями DR положения рабочей точки манипулятора и погрешностями обобщенных координат Dq устанавливается с помощью матрицы Якоби $J(q)$ [1]:

$$\Delta R = J(q) \Delta q ; \quad (1)$$

Для трехзвенного манипулятора, кинематическая схема которого представлена на рис. 1, матрица Якоби $J(q)$ записывается как:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ 0 & j_{32} & j_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где Dx, Dy, Dz - линейные погрешности положения рабочей точки манипулятора соответственно относительно базовых осей X, Y и Z , Dq_1, Dq_2, Dq_3 - погрешности обобщенных координат, $J_{11}, J_{12}, J_{13}, J_{21}, J_{22}, J_{23}, J_{31}, J_{32}, J_{33}$ - значения матрицы Якоби.

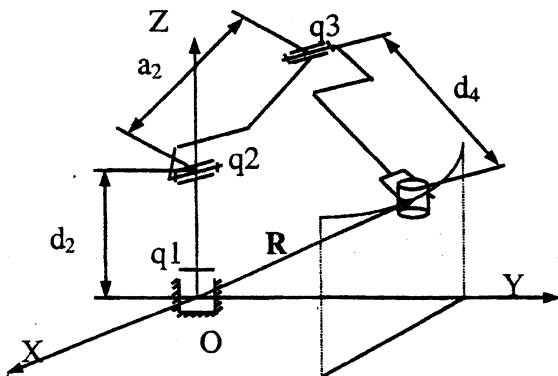


Рис. 1 Кинематическая схема манипулятора типа «PUMA» (упрощенная, $a_3 = 0$)

Рассматриваемый трехзвенный манипулятор представляет собой манипулятор типа «PUMA» или PM-01 без трех ориентирующих степеней подвижности. Кинематические параметры переносных степеней подвижности манипулятора типа «PUMA» имеют следующие значения: $a_2 = 0,432$ м, $d_2 = 0,1495$ м, $a_3 = 0,02$ м, $d_4 = 0,432$ м, $q_1 = 0 \dots 320^\circ$, $q_2 = 0 \dots 250^\circ$, $q_3 = 0 \dots 270^\circ$.

Математическая модель (1) представляет широкие возможности для изучения кинематической точности манипулятора. Как уже было сказано ранее, все погрешности имеющие место в конструкции механизмов в общем случае могут быть сведены к Dq и Dp . Для введения Dp в модель (1) следует представить a_2, d_2, a_3 и d_4 соответственно как $a_2 + Da_2, d_2 + Dd_2, a_3 + Da_3$ и $d_4 + Dd_4$, подставляя их соответственно в матрицу Якоби. Вместе с тем, из (2) четко определена зависимость линейной погрешности позиционирования рабочей точки манипулятора DR от погрешностей обобщенных координат Dq , причем расчетно доказано, что погрешностью вводимой в (2) из-за неточности значений q матрицы Якоби, в случае малости значение Dq , можно пренебречь. Значение DR определяется как квадратный корень из суммы $(Dx^2 + Dy^2 + Dz^2)$.

Численное моделирование зависимости (2) (без учета погрешностей параметров Dp) представлено на графиках рис. 2.

Характерной особенностью исследования точности механизмов является необходимость учета случайных факторов. В частности, первичные ошибки обобщенных координат и параметров манипуляторов являются недетерминированными [2]. Это обстоятельство приводит к тому, что модель (1) необходимо рассматривать как веро-

ятностную. Поэтому для всестороннего изучения рассматриваемого манипулятора необходимо проводить вероятностное моделирование. Имитация случайных первичных ошибок выполняется, например, с помощью псевдослучайных чисел, вырабатываемых в ЭВМ в соответствии с их законами распределения по ходу моделирования. Для этого используется соответствующий моделирующий алгоритм, отражающий особенности объекта моделирования. Моделирующий алгоритм позволяет получить любые вероятностные характеристики на выходе, в частности, гистограммы распределений, характеризующие законы распределения ошибок, средние квадратичные отклонения и др.

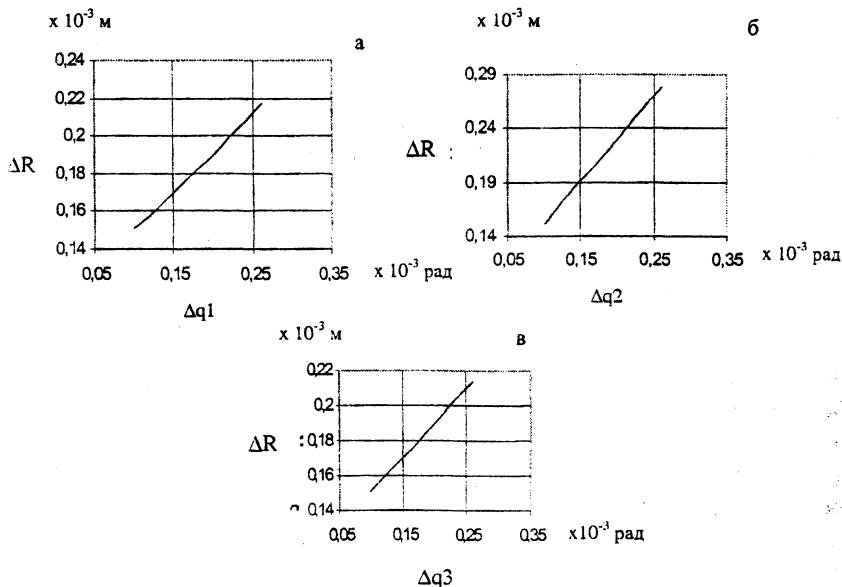


Рис. 2 Зависимости линейной погрешности положения DR рабочей точки манипулятора от погрешностей обобщенных координат: а - DR (Dq_1) при $Dq_2=0,0001$ рад, $Dq_3=0,0001$ рад; б - DR (Dq_2) при $Dq_1=0,0001$ рад, $Dq_3=0,0001$ рад; в - DR (Dq_3) при $Dq_1=0,0001$ рад, $Dq_2=0,0001$ рад.

Следующим этапом изучения сборочного манипулятора является изучение влияния линейных погрешностей позиционирования рабочей точки манипулятора на собираемость сборочного комплекта. Рассмотрим автоматическую сборку сборочного комплекта, где взаимное ориентирование втулки и вала осуществляется роботоманипулятором. Возникающее при сборке относительное смещение w осей вала и втулки формируется различно, в зависимости от системы координат, в которой работает сборочный робот. Во всех случаях $w > 0$, т. е. является неотрицательной случай-

ной величиной. В самом простом случае, при условии отсутствия фасок у собираемых деталей, возможность совмещения вала и втулки записывается как $D - d > 2w$, где D - внутренний диаметр втулки, а d - внешний диаметр вала.

Значение w может быть найдено из ранее определенного значения DR путем проецирования на рассматриваемую плоскость сечений собираемых деталей. Значение угла скрещивания осей и его влияние на собираемость в данной работе не учитывалось.

При переходе к вероятностной постановке задачи соединения деталей типа вал-втулка, вводится дисперсия dw^2 , плотность вероятности $f(w)$ и функция распределения случайной ошибки позиционирования w , путем имитационного моделирования первичных погрешностей. Принимается, что диаметры D и d являются случайными гауссовскими величинами, с математическими ожиданиями m_D и m_d , для которых справедливо $m_D - m_d = y_0$, и их дисперсии одинаковы $d_D^2 = d_d^2$. В этом случае разность $y = D - d$ также представляет собой гауссовскую величину с математическим ожиданием y_0 и дисперсией равной $2d_D^2$. Тогда вероятность сборки вала и втулки p_c из такой партии может быть в соответствии с [3], определена как

$$p_c = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_D^2 / \delta_w^2}} e^{-y_0 \cdot (1 + 2\delta_D^2 / \delta_w^2) / 4 \cdot \delta_D^2} \quad (3)$$

Таким образом, выражение (3) представляет собой вероятностную модель собираемости сборочного комплекта. В нем определена зависимость вероятности сборки от математического ожидания y_0 , разности диаметров вала и втулки, дисперсии d_D^2 диаметров и дисперсии dw^2 ошибки позиционирования по координатам в плоскости сечения сборки вала и втулки.

В соответствии с представленными математическими и вероятностными моделями по схеме, представленной на рис. 3, проведено численное моделирование кинематических погрешностей сборочного манипулятора и оценка их влияния на собираемость сборочных комплектов.

На основе результатов численного моделирования сделаны следующие выводы. Погрешности в положении рабочей точки манипулятора существенно зависят не только от величин первичных ошибок обобщенных координат, но и от текущей конфигурации кинематической цепи манипулятора. Кинематическая точность положения рабочей точки манипулятора определяется в основном двумя видами погрешностей: погрешностью обобщенных координат (угловой погрешностью на выходе редукторов приводов) и линейной погрешностью длин звеньев (межосевых расстояний). Для достижения высоких значений точности позиционирования рабочей точки манипулятора (максимальной погрешности не превышающей значение 6 мкм) целесообразно устанавливать допуски на изготовление звеньев в пределах 2 мкм. Угловая погрешность на

выходе редуктора привода сочленения в основном зависит от цены деления датчика обратной связи, если редуктор является безлюфтовым. Наряду с использованием наиболее точных датчиков вырабатывающих 10000 импульсов за оборот и выше целесообразно дополнительно увеличивать передаточное число редуктора датчика, так как даже использование наиболее точных датчиков обратной связи по положению не обеспечивает приемлемой точности позиционирования манипулятора.

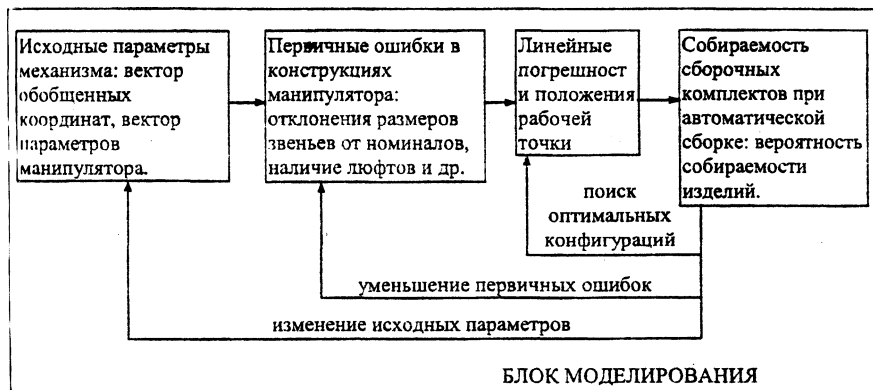


Рис. 3 Обобщенная структурная схема моделирования кинематической точности

В данной работе проведено численное моделирование кинематических погрешностей манипулятора. Построены математические и вероятностные модели для исследования влияния первичных погрешностей в конструкции на качество проведения сборочных операций. На основе проведенных исследований установлены ориентировочные требования и направления к точности изготовления звеньев и редукторов приводов сочленений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисенко Л.А., Самойленко А.В. Механика промышленных роботов и манипуляторов с электроприводом. — Мн.: Выш. шк., 1992. —234с.
2. Сергеев В.И., Прамоторова Е.А. Актуальные вопросы точности и параметрической надежности машин. —1998. — №5. —с. 61-69.
3. Основы теории селективной сборки/ В.Я. Катковник, А.И. Савченко. —Л.: Политехника, 1991. —303с.