

ЗАВИСИМОСТЬ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ОТ СКОРОСТИ ИСТОЧНИКА ЗВУКА ПРИ ЕГО РАВНОУСКОРЕННОМ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Как известно, звуковые поля создаются движущимися источниками, например, движущимся с некоторой скоростью автомобилем. В рассматриваемом нами случае нас интересует звуковое поле от равномерно движущегося источника в однородной неподвижной среде. Предположим, точечный источник движется с некоторой скоростью $u(t)$ в неподвижной среде с плотностью ρ , $R=(x,y,z)$ — декартовы координаты, t — время. Траектория его движения описывается формулой

$$R_u = \int_0^t u(t') dt' \quad (1)$$

Сразу отметим, что ρ — плотность среды и c — скорость звука постоянны, $v = 0$ — скорость среды. Согласно [1] мы имеем следующее выражение для звукового давления

$$p(t) = \frac{\rho}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum \frac{f(t - R_j/c)}{|R_j - R_j M_j|} \quad (2)$$

$R_u(t)$ — определяет положение источника в момент времени t , $R_j = R - R_u(t_j)$ — вектор, характеризующий взаимное расположение источника и приемника в момент t_j , где t_j является моментом излучения звуковой волны, приходящей в точку наблюдения R в момент времени t (рис. 1).

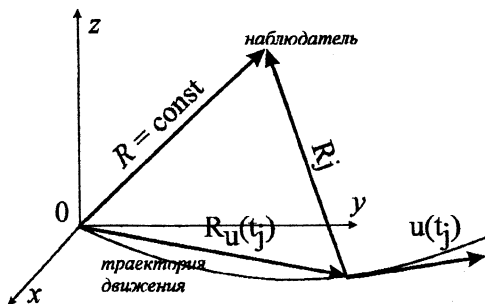


Рис. 1

Для определения характера приходящей волны и определения всех значений t_j в [1] получено уравнение

$$(t - t_j) = R - \int u(t') dt' \quad (3)$$

В [1] последнее уравнение решено для случая равномерного прямолинейного движения. Следуя [1], приведем решение уравнения (3) с некоторыми уточнениями.

Вычислим интеграл, стоящий в правой части уравнения, возведем в квадрат обе части и решим получившееся квадратное уравнение относительно t_j , корректно учитывая все векторные составляющие.

$$c(t - t_j) = \overline{R}_1 + \overline{u}(t - t_j), \quad c^2(t - t_j)^2 = \overline{R}_1^2 + \overline{u}^2(t - t_j)^2 - 2\overline{u}\overline{R}_1(t - t_j) \cos \alpha, \\ (t - t_j)^2(c^2 - u^2) + 2uR_1(t - t_j) \cos \alpha - R_1^2 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = u^2 R_1^2 \cos^2 \alpha + R_1^2(c^2 - u^2) = R_1^2(c^2 - u^2(1 - \cos^2 \alpha)) = R_1^2(c^2 - u^2 \sin^2 \alpha),$$

$$t - t_j = \frac{-uR_1 \cos \alpha \pm R_1 \sqrt{(c^2 - u^2 \sin^2 \alpha)}}{c^2 - u^2} = (M = \frac{u}{c}) = \frac{-MR_1 \cos \alpha \pm R_1 \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \alpha}}{1 - M^2}$$

$$R_j = (t - t_j)c = R_1 \frac{-M \cos \alpha \pm \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \alpha}}{1 - M^2}, \quad (4)$$

при $M < 1$ $R_1 = R_1 \frac{-M \cos \alpha - \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \alpha}}{1 - M^2} < 0,$

$$R_2 = R_1 \frac{-M \cos \alpha + \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \alpha}}{1 - M^2} > 0.$$

Таким образом, уравнение (3) имеет единственный положительный корень в отличие от приведенного в [1] примера со сверхзвуковой скоростью (так называемый «конус Маха»). Полученное выражение (4) определяет лишь одно расстояние $R_2 > 0$, т.е. в точку наблюдения приходит лишь одна волна, излученная в момент времени t_2 , т.к. $R_1 < 0$.

Аналогичный прием можно применить к случаю прямолинейного равноускоренного движения. Уравнение (3) для нахождения значений t_j имеет вид

$$c^2(t - t_j)^2 = \overline{R}_1^2 + \overline{u}^2(t - t_j)^2 + \frac{1}{4}\overline{a}^2 t_j^4 - 2\overline{u}\overline{R}_1(t - t_j) \cos \alpha + \overline{R}_1 \overline{a} t_j^2 \cos \alpha - \overline{u}\overline{a}(t - t_j)t_j^2,$$

и в силу того, что представляет собой алгебраическое уравнение 4-й степени, трудно поддается анализу. Однако, в дальнейшем имеет смысл провести анализ полученного уравнения с использованием формул Феррари решения алгебраических уравнений 4й степени.

Компьютерный анализ этой модели показал, что в данном случае уравнение для нахождения t_j будет также иметь один положительный корень.

Приведенные ниже графики показывают зависимость абсолютной величины давления P от времени t источника звука, находящегося на расстоянии 100 м от наблюдателя при $t=2, \dots, 8$ при различных начальных скоростях v (ускорение $a = 1 \text{ м/с}^2$) движения источника звука.

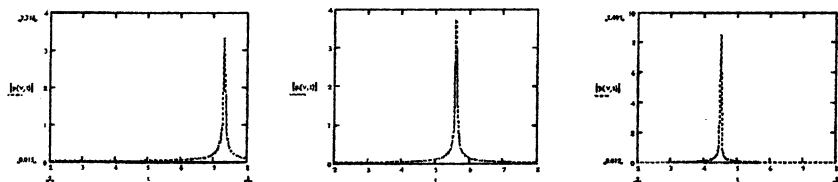


Рис. 2

Пик давления достигается при $t=7,3$ ($v=10 \text{ м/с}$), $t=5,6$ ($v=15 \text{ м/с}$), $t=4,5$ с ($v=20 \text{ м/с}$).

Из рис. 2 видно, что при увеличении скорости движения источника звуковых колебаний пиковая величина давления возрастает, что, в общем, согласуется с бытовыми представлениями.

Графики получены с использованием программы MathCAD 2001 для персонального компьютера (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Осташев В.Е. Распространение звука в движущихся средах. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. — 205 с.
2. Кирьянов Д.В. Самоучитель MathCAD 2001. — СПб.: БХВ-Петербург, 2001. — 544 с.

УДК 669.04:548.735

О.Н.Шахрай, В.Г.Шепелевич

СТРУКТУРА И МИКРОТВЕРДОСТЬ БЫСТРОЗАТВЕРДЕВШИХ ФОЛЫГ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ СВИНЕЦ-ОЛОВО

Белорусский государственный университет
Минск, Беларусь

При изготовлении приборов электронной техники широко применяется пайка легкоплавкими припоями. Высокая пластичность свинца в широком интервале тем-